190.

Math P. 430

Matheſis pura. Arithmetica. Syſtemata & methodi 202.

R

JO. MICH. POETII

Gründliche

Anleitung

zu der unter den Gelehrten jetzt üblichen

Arithmetiſchen Wiſſenſchafft,

Vermittelſt einer

Parallelen Algebra,

Worinnen zugleich

von Gebrauch derer Rechnungen

in Facultäten und Diſciplinen

auch von unterſchiedenen Arithmetiſchen

Inſtrumenten und Machinen

gehandelt wird.

Samt einer

ANATOMIA NUMERORUM

von 1 —— 10000.

Franckfurt und Leipzig,
bey Joh. Ernſt Fritſchen, 1728.

LEIBNIT. Epiſt.
ad Vagetium,
in Otio Hanov. pag. 59.

Velim ipſe tale conſcribi Compendium, in quo παραλλήλως tractetur Algebra & Arithmetica: ſunt enim revera eadem ſcientia, nec differunt, niſi quod Arithmetica agit de numero certo, Algebra de incerto. Unde etiam fit, ut Algebra vel Arithmetica ſit ipſa Matheſis Univerſalis, ſeu Doctrina de Quantitate in genere, quia nihil aliud eſt Magnitudo, quam Multitudo partium. Itaque ſi quis in manus ſumat Compendium Arithmeticæ veteris, & aliud Algebræ novæ, & omnia ex oppoſito transferat à numeris ad literas, ſeu à numeris certis ad incertos, & viciſſim, habebit non contemnendum Arithmeticæ Compendium ad noſtri temporis guſtum.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

DAß man heut zu Tage die Arithmetic nicht mehr durch unbewieſene lange Reguln, und eine zahlreiche Zuſam̃enhäuffung bloſſer Exempel, ſondern viel eher durch die allgemeinen Ausdrückungen derer Zahlen und ihrer Eigenſchafften erlernen und appliciren müſſe, haben gelehrte Männer ſchon vielmahls angemercket. Und da gleich andern Mathematiſchen Diſciplinen vornehmlich dieſe Wiſſenſchafft der Zahlen nicht allein der Einbildungs-Krafft vermittelſt der uni-

verſellen Bezeichnungen derer Gröſſen zu Hülffe kömmt, ſondern auch durch die dabey vorkommende vielerley und richtig aus einander folgende Vernunfft-Schlüſſe den Verſtand ſchärfft, haben ſie etliche ſchon ehemahls auch nur deswegen, (unerachtet ihres andern mannichfaltigen Nutzen in der Haußhaltung und Kauffmannſchafft) in groſſe Hochachtung gezogen, angeſehen, daß die Algebraiſche Schluß-Kunſt ſo wohl in mathematiſchen, als auch andern Wiſſenſchafften viele Dinge nach der Gröſſe ihrer Einflüſſe und Würckungen determinire, und daher auch hierinne gar wohl als eine Mathematiſche Logica könne betitult werden. * Und

* Ill. Leibnitius loc. ſupra cit. wie auch Herr Prof. Creiling in Logica Mathematica.

darauf mag wohl der Weltberühmte Leibnitz reflectiret haben, wenn er im anfangs angezogenen Orte gewolt, daß ein kurtzer Auszug der gewöhnlichen Arithmetic durchgehends mit der neuern Algebra möchte vergeſellſchafftet, und alſo auch hierdurch die Lehre von denen Gröſſen überhaupt erläutert werden. Solcher Abſicht wo nicht gemäß, iedoch zu Folge habe gegenwärtige Anleitung zu einer Arithmetic, wie ſie von denen Gelehrten unſerer Zeit bißhero in Ubung gebracht, und nebſt einer meiſt gleichlauffenden Algebra immer nach und nach fortgehet, ans Licht geſtellet, in der Hoffnung es werde ſie der Geehrteſte Leſer mit einer ſo wohl meynenden Intention aufnehmen, als ich ſie geſchrieben.

Denn daß man der Algebræ auch bey der bekannten Arithmetic von Anfang her immer zu allſachte könne gewohnt werden, habe durch Erfahrung und vieljähriges dociren mehr als einmahl wahrgenommen, und werden die Liebhaber ſolcherley Wiſſenſchafften dadurch in Stand geſetzet, ſo wohl die höhern Schrifften der Ausländer, als auch unſerer vielfältig analytiſch-demonſtrirenden Lehrer nach und nach einzuſehen, da ſonſt in deren Ermangelung die meiſten Anfänger von denen neuern Erfindungen und ihren Beweiſen das nöthigſte zu verſtehen und zu gebrauchen gar nicht vermögend ſeyn. * Zu dergleichen Entzweck habe theils innerhalb, theils auch zu Ende ſol-

* Wie der Herr Phil. Naude in Miſcell. Berolin, pag. 166. allbereit erinnert.

cher Anleitung unterſchiedene Exempel von der Application und Nutzen ſo wohl der gemeinen, als Analytiſchen Rechnungen in Facultäten und Diſciplinen mit angewieſen, damit nehmlich die Liebhaber, dieſe ſo nützliche Science wegen ihres ſichtlichen Gebrauchs deſto mehr und mehr zu erlernen angefriſcht, und damit weiter zugehen, geſchickt werden, deswegen ſind auch die Symboliſchen Expreſſiones und Applicationes in ſolcherley Calculo guten theils mit hinzugeſetzet, um durch die allgemeine Ausdrückungen derer Gröſſen ohne viel Umwege auch die beſondern deſto ehender begreifflich zu machen, als durch welche univerſal-Formuln, wie gnugſam bekannt, dem Gedächtniß in Erſpahrung der vielen Special-Reguln, ein ſehr mercklicher

Vortheil zuwächſet. Denn ob zwar einige dem erſten Anſehen nach die Vermiſchung der abgetheilten und unabgetheilten Zahlen vor eine neue Schwürigkeit dürfften halten, ſo dienet aber hierauf, daß ſolche mehr ſcheinet, als in der That iſt, ja daß die zarten Anfänger auch von forne her nicht möchten abgeſchrecket werden, ſo habe die allererſten Elementa Arithmetica deshalber nicht mögen weglaſſen, ſondern ſo leicht als mir gedüncket voran geſchickt, und die analytiſchen Expreſsiones im Anfang gar ſparſam gebrauchet, biß ſo zu ſagen, unvermerckt im̃er zu ein wenig mehr mit eingefloſſen, wordurch vielleicht ein und der andern Leſer Curioſität auch den Buchſtäblichen Calculum, (den ſie ſonſt im erſten Anblick meiſt verabſcheuen, und

als

als Griechiſche Dinge nicht zu leſen begehren,) dennoch in etwas mit zu Geſichte bekömmt. Wolte aber iemand gantz und gar nicht auf die Analyſin reflectiren, ſo kan er die ihm eckelnde Expreſſiones auch hinweg laſſen, und ſich nur an die puren deutſchen Reguln halten, ſo wird er eben damit die gegebene Aufgaben berechnen, ob er ſchon die darauf folgende Beweiſe indeſſen ſo lange bey Seite ſetzt, wie im 341. §. ſchon erinnert. Beliebten aber einige zugleich (ſo ihnen auch niemahls gereuen wird,) den Calculum ſpecioſum dabey in Obacht zu nehmen, ſo können ſie erſtlich ſchlechthin die Anſetzung der unabgetheilten Gröſſen betrachten, ſolche immer zu mit gemeinen Ziffern erläutern, auch hiermit die Buchſtäblichen 4 Haupt-Operationes nach

allerhand Exempeln durchrech-
nen, ferner die draus herſtam-
mende Eigenſchafften der Zahlen
überhaupt vom §. 242. biß 341.
durchgehen, ſo wird es die übrigen
Symboliſchen Expreſſiones und
deren Beweiſe in den folgenden
Capitibus nach und nach mit ein-
zuſehen, keine ſo groſſe Mühe ko-
ſten. Ubrigens habe zwar im
307 §. zuletzt ein Triangulum pri-
morum mit einzuverleiben, ge-
meynet, es iſt aber ſolcher in der
nachhero angehängten Anato-
mia Numerorum ſchon mit begrif-
fen, zu deren nützlichen Gebrauch
am Ende durch allerhand dienli-
che Exempel noch eine beſondere
Anweiſung wird zu finden ſeyn.
Geſchrieben in Leipzig dem 23.
Sept. 1728.

INDEX CAPITUM des I. Theils.

I. Cap. Von der Natur der Zahlen überhaupt. pag. 3
II. Cap. Von der Arithmetic und ihrer Eintheilung, wie auch von denen anfänglichen Veränderungen der Zahlen. p. 25
III. Cap. Von denen vier urſprünglichen Rechnungs-Arten, oder Operationibus primariis. p. 40
Sect. 1. Von den Speciebus der bloſſen oder unbenannten Zahlen. p. 41
2. Von den Speciebus der benahmten Zahlen. p. 73
3. Von den Speciebus der indeterminirten oder unabgetheilten Zahlen p. 102
4. Allgemeine Ausſprüche u. Haupt-Wahrheiten aus denen 4 Rechnungs-Operationen p. 130
5. Von den Eigenſchafften und Rechnungs Arten der gebrochenen Zahlen p. 176
6. Von einigen Compendiis und Vortheilen in denen 4. Rechnungs-Arten. p. 214

7. Von

7. Von den Proben derer 4. Rechnungs-Operationen. p. 254.

INDEX CAPITUM des II. Theils.

Von denen Operationibus ſecundariis überhaupt. p. 263

I. Cap. Von der Figuratione Numerorum, oder den figürlichen Zahlen. p. 264

Tabelle von denen figürlichen Zahlen überhaupt. p. 314

Von denen Seiten der unvollkommen Potentzen, oder der Arithmetica Irrationalium. p. 323

II. Cap. Von der Reductione Numerorum. p. 238

1. Von denen Veränderungen der gleichgeſchätzten Gröſſen p. 339

2. Von Veränderung der gemeinen Zahlen in Decimales, oder der ſo genanten Decimal-Rechnung. p. 343

3. Von Verwandlung der Müntzen, Maaſe und Gewichte. p. 363

III. Cap. Von der Proportione Numerorum und zwar p. 375

Von

Von der Ratione Geometrica und Arithmetica überhaupt. p. 376
Von der Ratione majoris und minoris inæqualitatis. p. 378
Von der Aehnlichkeit der Verhältniſſe, und daher entſtehenden Proportion. p. 380
Von der Regula de Tri directa. p. 382
Von 5erley Unterſcheid der Rationen. p. 384
Vom Nutzen dieſes Unterſchieds. p. 386
Von allgemeiner Abtheilung derer Exempel in der Regul de Tri, p. 388
Und Vortheilen darinnen. p. 389
Von der Regul de Tri in Brüchen. p. 392
Von den Modis argumentandi in der Proportion. p. 394
Vom Fundament der Regulæ Societatis, Mixtionis, Alligationis, und Falſi tam ſimplicis quam duplicis Poſitionis. p. 396
Von der Progreſſione Geometrica. p 397
Von Mittel-proportional-Zahlen. p. 401
Von der Proportione Reciproca p. 404

Und

Und der Regula de Tri inverſa. p. 405
Von Rationibus compoſitis. p. 406
Von der Regula de Tri compoſita. p. 411
Vom Grund der übrigen componirten Reguln. p. 415
Von der Regula Mixtionis und Societatis, wie auch der einfachen Falſi. p. 417
Von der Regula Falſi duplicis Poſitionis. p. 421
Von der Regula Alligationis. p. 423

IV. Cap. Von der Æquatione Numerorum. p. 430
Vom Unterſcheid der Gleichungen und ihrer Wurtzeln. p. 431
Von der Geneſi oder Formirung derer quadratiſchen Æquationum. p. 432
Von den Wurtzeln der unreinen quadratiſchen Gleichungen. p. 435
Vom Urſprung derer Cubiſchen und Quadrato quadratiſchen Æquationen. p. 437
Von Ausfindung der Rational-Wurtzeln aus denen Gleichungen. p. 439

Von

Von Wegſchaffung des andern Termini aus den Æquationen. p. 442

Von Auszichung der Quadrat-Wurtzel aus einem Binomio oder Reſiduo. p. 445

Von Auszichung der Cubic-Wurtzel aus denen Binomiis und Reſiduis. p. 446

Von Erfindung der Wurtzeln aus den Cubiſchen Æquationen. p. 450

Von Verwandlung einer Quadr. quadratiſchen Gleichung in eine Cubiſche. p. 453

Von der Extractione Radicum aus denen Quadr. quadratiſchen Gleichungen. p. 455

Von Ausfindung der Wurtzel aus einer Æquation nach Vietæ und Ozanams Manier. p. 457

nach des Herrn Newtons Methode. p. 461

nach des Herrn Halley Manier. p. 464

Etliche Exempel vom Nutzen der höhern Extractionen. p. 466

Vom

Vom Gebrauch derer Rechnungen in Facultäten und Diſciplinen und zwar
in der Theologie. p. 468
in der Jurisprudentz. p. 470
in der Medicin. p. 487
in der Philoſophie. p. 492
Vom Nutzen der Algebræ in der Kauffmannſchafft. p. 493
Exempel der Juwelen-Schätzung. p. 494
Von Arithmetiſchen Machinen und Inſtrumenten. p. 494
Anhang von der Anatomia Numerorum, oder Zergliederung der Zahlen von 1 biß 10000.

Abhandlung
der
ARITHMETIC.

I. Capitel.

Vom Urſprung, Weſen und Unterſcheid, desgleichen von der Schreib-Art und Ausſprache, auch einigen Gedächtnis-Vortheilen der Zahlen überhaupt.

1.

Eins, (unum) iſt dasjenige, ſo wir von andern abſondern, und ohne Theile darinnen zu beobachten, gantz alleine anſehen. I. Erklärung.

Alſo wenn wir von *a a a*, zum Exempel, das letzte von den zwey erſten abſondern, und es ohn alle Theile nur alleine betrachten, ſo iſt das abgeſonderte ſo viel als Eins.

2. Eine Einheit, (unitas) iſt der Begriff, wodurch wir uns Eins vorſtellen. II. Erkl.

3. Eine Einheit wird gewöhnlicher Weiſe mit einer Linie, einem Strichlein, oder einem Finger (I) angedeutet, weiln ſich noch heut zu Tage viele, ſonderlich die Ungeübten, aus natürlicher Leichtigkeit im Zehlen der Finger bedienen, woraus man zugleich ſiehet, warum die Lateiner die anfänglichen Zahlen Digitos, oder Finger-Zahlen genennet haben. I. Anmerckung.

4. Ubrigens wird man im folgenden wahrnehmen, daß $\frac{1}{1}$ oder z. E. $\frac{4}{4}$ das iſt: überhaupt $\frac{n}{n}$ und in Progreſſionen: d^0 ebenfalls eine ſchickliche Expreſſion der Unität ſey. II. Anmerckung.

III. Erklärung. 5. Etliche oder mehr **Einheiten** heiſſen **einerley**, (unitates homonymæ oder auch homogeneæ) in ſo weit wir von einer eben die Kenntniß haben, wie von der andern.

Als von folgenden drey Buchſtaben: a, α, a, klingt einer wie der andere, und paſſiren dahero vor einerley Einheiten in der Ausſprache.

IV. Erkl. 6. So bald man aber bey einer eine neue Kenntnis bekömmt, die ſich bey der andern nicht findet, ſo heiſſen ſie in Anſehung dieſer, **unterſchiedene Einheiten**, (unitates heteronymæ, oder heterogeneæ.)

Alſo weil das Lateiniſche (a) anders geſchrieben wird, als das Griechiſche (α) ſo ſind es verſchiedene Einheiten ratione der Schreib-Art.

Anmerck. 7. Dieſer Unterſcheid hat groſſen Nutzen, indem die Dinge, ſo man zuſamen zehlen will, aus einerley **Einheiten** beſtehen müſſen, wo anders der Begriff davon ſoll deutlich werden.

Z. E. Aus ſechs Würffeln und eben dergleichen zwey Würffeln hat man eine deutliche Angabe von acht Würffeln. Hingegen hat man aus vier Leipziger- und fünf Brabanter-Ellen noch einen undeutlichen Begriff einer Länge von neun Ellen; und müſſen deshalber die Einheiten zum wenigſten der Gröſſe nach einerley ſeyn, wenn man ſie gehörig will zuſammen rechnen.

V. Erkl. 8. Eine Zahl, (Numerus) iſt ein Begriff, nach welchem man etwas auf mehr oder weniger als **Eins** ſchätzet.

Alſo iſt der Begriff von den freyen Künſten, nach welchem man ſie auf mehrere, als auf eine ſchätzet, die Zahl ſieben. Alſo iſt eine Decas ein Begriff, nach welchem

chem man ſie vor zehnmahl mehr als Eins achtet, und dahero eine Zahl. Desgleichen iſt Zweydrittel eine Zahl, weiln ſie ihrem Gehalt nach auf weniger, als auf 1. geſchätzet wird, nehmlich nur auf den dritten, und wieder auf den dritten Theil eines Dings.

Eben ſo wird man unten finden, daß $\sqrt{18}$ eine Zahl, weil man ihren Gehalt auf 4 und noch etwas drüber ſchätzet.

9. Auf dieſe Art iſt die Unität die mittlere oder das Mittel zwiſchen den Zahlen, über welches nehmlich die gröſſern Zahlen höher hinauf, und die kleinern tieffer herunter ſteigen, weswegen einige * das Wachsthum und Abnehmen der Zahlen überhaupt in folgender Reihe angegeben: Zuſatz.

&c.	1	1	1	1	(1)	1	1	1	1	&c.
	10000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	

Allwo die Unität in Parentheſi und in der Mitte ſtehet, in dem andern Range von ihr zur Rechten folget die Decas oder die zehen, im dritten der Centenarius, (oder die hundert) im dritten der Millenarius (oder die Tauſend) und ſo weiter, nach ihr ſtehet der Scheide-Haacken, (Lineola rectangularis) oder das Unterſchieds-Zeichen, (Notula ſeparatrix) ſo ſonſten auch mit einem Commate (,) oder Puncto (.) angedeutet wird, und kommen in eben ſolcher Ordnung die Zahlen, ſo weniger als Eins gelten, nemlich von der Unität zur Lincken im andern Range ein Zehntheil, in dritten ein hundert Theil, im vierdten ein tauſend Theil u. ſ. w. ſo im folgenden bald ſoll klährer werden.

10. Wenn man zwey, drey, vier &c. und mehr gantze Dinge oder Unitäten zuſammen nimmt, ſo iſt dasjenige, was daraus erwächſet, eine gantze Zahl, (numerus integer) als 4. Unitäten, 9. hunderte 2c. VI. Erklärung.

11. Alſo wird eine gantze Zahl ordentlicher Weiſe auf mehr, als auf 1. geſchätzet, und da die Unität ohne dem jederzeit ohne Theile betrachtet wird, (§. 1. 2.) kan man ſie lieber ein gantzes, als eine gantze Zahl nennen. Zuſatz.

* Guil. Oughtred in Op. Math. in princ. Ed. Wels in Elem. Arithm. p. 15.

Wer darüber critiſiren will, kan im Laurenbergio und Sturmio * ein mehrers davon nachſchlagen.

VII. Erklärung. 12. Hingegen ſo man ein Ding noch nicht gar einmahl, ſondern nur einen oder etliche gleiche Theile davon nimmt, ſo heiſt das hinweggenommene eine **gebrochene Zahl**, (Numerus fractus, fractio, fragmentum, minutia.)

Z. E. **Drey Viertel** zeiget an, daß der Begriff von einem Dinge auf weniger, als **Eins** geſchätzet wird, nehmlich nur auf den dreymahligen vierdten Theil.

Zuſatz. 13. Demnach kan man ſagen, daß **Eins** der Anfang, das **Mittel**, und das **Ende** der Zahlen ſey, nehmlich der Anfang von den gantzen, das **Mittel** zwiſchen gantzen und gebrochenen, und das **Ende** der gebrochenen.

14. **Eine vermiſchte Zahl** (Numerus mixtus) entſtehet, wenn man ein gantzes, oder etliche gantze Zahlen, und eine gebrochene Zahl zuſammen nimmt.

Als **Ein** und ein **Viertheil**, oder fünff und zwey **Drittel** ſind vermiſchte Zahlen.

Zuſatz. 15. Alſo giebt obige Reihe in §. 9. alle drey Arten der Zahlen an, nehmlich der Unität zur Rechten, gantze, zur Lincken, gebrochene, Lincks und Rechts aber zuſammen genommen, vermiſchte, und iſt dieſes bey ſolcher Expresſion beſonders, daß die gebrochenen und vermiſchten eben ſo gut nach ihren Stellen (oder Rang) angedeutet werden, wie die gantzen.

VIII. Erklärung. 16. Wie aber aller Sachen in der Welt ihre Notiz vel denominativa vel æſtimati-

* Laurenb. in Inſtit. Arithm. Sturm. in Matheſi Enucl. p. 4.

va,

va, nehmlich auf der Dinge Nahmen und derſelben Inhalt ankömmt, alſo verlangt man auch bey jeder Zahl zweyerley Kenntnis, nehmlich

I. Was gezehlet werde?

II. Wie viel gezehlet werde?

Aus der erſten kömmt die Benennung oder der Nenner, (Denominator) und aus der andern der Gehalt, oder der Zehler, (Æſtimator ſive Numerator,)

Z. E. 1000 hat zu ſeinem Zehler 1 und Tauſend zu ſeinem Nenner.

17. Und ſo beſteht das Weſen aller Zahlen, ſie mögen ausſehen wie ſie wollen, aus dem Zehler und Nenner, auch ſo gar hat 1 (eine Unität) oder $\frac{1}{1}$ ihren Zehler und Nenner. Zuſatz.

Und weiter hin wird ſichs zeigen, daß dieſe Abtheilung nicht geringen Nutzen in der Doctrin der Brüche hat, damit die Anfänger derſelben Zehler und Nenner nicht für was neues und beſonders halten, noch unnöthige Schwürigkeiten daraus machen.

18. Ja auf ſolche Art muß wenigſtens der Zehler in den Zahlen allemahl deutlich ſeyn, denn ſonſt gäbe er keine Anzeigung, ob ein Ding mehr, oder weniger als einmahl genommen, und folglich auch keine Zahl, (§. 8.) Zuſatz.

Als in folgenden wird man ſehen, daß von $2a$, $3bc$, $5x^3$, der Zehler 2, 3. und 5 iſt, wo nichts ſtehet iſt der Zehler 1. Z. E. y, z^2, $\sqrt{3}$ iſt ſo viel als $1y$, $1z^2$, $1\sqrt{3}$.

19. Mit dem Nenner aber iſt es anders beſchaffen, denn der Nenner einer Zahl iſt deut- IX. Erklärung.

 lich

lich und klahr, wenn man die Unitäten oder Theile der Unitäten, daraus er beſtehet, alſo gleich und genau kan anzeigen.

Als 5 zeigt fünff Unitäten. 23 giebt 2 Decades und 3 Unitäten, oder zuſammen 23 Unitäten, $\frac{7}{8}$ giebt ein Achtheil von einem Ding ſiebenmahl genommen, und dieſes ſind die meiſten und gebräuchlichſten Zahlen.

X. Erklärung. 20. Hingegen iſt der Nenner etwas undeutlich und dunckel, wenn man die Unitäten, ſo er bedeutet, nicht ſo gleich erſehen, ſondern durch Unterſuchung erſt beſtimmen kan;

Als 3$\sqrt{144}$, oder 3 Seiten eines Vier-Ecks von 144, geben erſt nach der Auszíehung 3 Dutzend, oder 3 decades und 6 Unitäten.

Erklär. 21. Aber ſehr undeutlich und unausſprechlich iſt ein Nenner, wenn man ihn gantz und gar nicht in Unitäten oder völligen Theilen der Unitäten kan angeben.

Dergleichen z. E. 2$\sqrt{18}$ ſind, allwo zwar 2 der Zehler und $\sqrt{18}$ der Nenner iſt, welcher aber weder in aufgänglichen Unitäten, noch derſelben zulänglichen Theilen kan verſtändlich gemacht werden.

Anmerck. Denn unten wird man finden, daß ſolcher Nenner mehr als 4, aber auch weniger als 5, ja daß er mehr, als $4\frac{2}{9}$, aber auch weniger als $4\frac{2}{8}$ ſey, und alſo weder in gantzen noch gebrochnen Zahlen zulänglich kan angezeigt werden, weswegen dann dergleichen Zahl mit einem ſolchen unangeblichen Nenner von den Griechen ἄῤῥητος, und von den Lateinern Numerus Surdus, eine Taube oder Dumme Zahl, (die nicht antworten kan, was ſie iſt,) benahmet worden.

Dieſe letzten 2 Abtheilungen der Zahlen können auch die Anfänger vorbey- und erſt bey der Potentz- und Irrational-Rechnung durchgehen.

22. Die

22. Die Zahlen, ſo ſchlechterdings Unitäten, oder **einfache Einheiten** andeuten, ſind die bekannten **Anfangs-Zahlen**, (numeri initiales, naturales, monadici, unitarii, digiti,) werden mit einem eintzigen Zeichen exprimiret: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. und von dieſen kan man ſagen, daß ſie aus **urſprünglichen Einheiten** beſtehen, die man Unitates elementares nennt. Erklär.

23. Diejenigen aber, deren Unitäten zwar zuſammen geſetzt, aber doch nachhero ohne Theile, als ein unzerſtückter Hauffen angenommen ſind, (§. 1.) haben **angewachſene Einheiten**, (Unitates progreſsionales, und heiſſen **fortgehende Zahlen**, (Articuli,) und zwar Decades, wann **Zehen**, Centenarii, wann **Hundert**, Millenarii, wann **Tauſend**, ꝛc. Unitäten in einen Hauffen cumuliret ſeyn, (als 30, oder Dreyßig, bedeutet drey angewachſene Unitäten, deren iede Zehnmahl ſo groß iſt, als eine urſprüngliche Einheit.) Erklär.

24. Obige **neun Zeichen**: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. werden insgemein die **Ziffern** der Zahlen genennt, (Figuræ numerales, Notæ numericæ. oder characteres numerorum,) und heiſſen ſignificantes oder **geltende Ziffern**, hierzu kommen noch die **Nullen**, oder die Zero, (o o o) ſo characteres ordinantes oder **ſtellende Ziffern** ſind, die zwar vor ſich nichts gelten, aber doch die geltenden an ihren gehörigen Ort ſtellen, (Als dreyßig kan man nicht mit 3, ſondern erſt in dem andern Ort oder Rang mit 30 anzeigen,) wovon bald ein mehres. Erklär.

Zuſatz.

25. Wo demnach zwey oder mehr geltende Ziffern beyſammen ſtehen, da ſind alle vorhergehende Significantes und Ordinantes zugleich; z. E. in 432, ſind 2 und 3 ſignificantes, denn 2 bedeutet zwey urſprüngliche Einheiten, (§. 22.) und 3 bedeutet drey Decades, oder zehnfach angewachſene Einheiten (§. 23.) aber ſie ſind auch zugleich Ordinantes, weiln ſie ſich vorhergeſtellet, daß 4 in den dritten Rang kömmt, und alſo mit ieder Unität zehnmahl zehn oder hundert bedeutet.

Willkührlicher Satz.

26. Nehmlich es hat denen Urhebern gefallen, das zehnfache Wachsthum der Zahlen zu erwehlen, ſo ſchlechterdings anfangs in ihrem freyen Willen ſtunde, * Und wird der complexus denarius, oder computus decadicus genennet, der Zweiffels ohne von der Anzahl der menſchlichen Finger ſeinen Urſprung genommen, ** und nunmehro nach langer Gewohnheit und allgemeinen Gebrauch in den meiſten Orten der Welt faſt zu einer Nothwendigkeit geworden.***

Anmerkung.

27. Unten nach der Lehre von Potentzen und Progreſſionen wird ſichs zeigen, daß man ieden complexum numerorum, oder alle Zehl-Arten, ſie mögen nun über oder unter 10 gehen, ſo wohl nach gantzen, als gebrochenen und vermiſchten Zahlen mit folgender Reihe kan angeben:

$$\begin{array}{ccccccccccc} \&c. & C^4 & C^3 & C^2 & C^1 & C^0. & C^{-1} & C^{-2} & C^{-3} & C^{-4} & \&c. \\ & 1 & 1 & 1 & 1 & 1, & 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

* Lamy Elemens des Mathem. p. 10. ** Vid. Herr Prof. Ehrenbergs Diſſert. de Num. Den. Orig. Mon. de Claire-Combe nouv. & Univ. Prat. d'Arithm. p. 4. *** Walliſius Op. Math. Vol. I. de Math. Univ. c. 4. p. 31.

Da

Da ſie denn, wenn C oder der complexus gleich 2, den computum dyadicum oder binarium, wenn C ſo viel als 4, den Tetracticum, oder quaternarium, wenn C gilt 5, den quinarium, ſo man ſonſten auf den Rechen-Tiſchen mit den Zahl-Pfennigen gebraucht, wenn C gleich 10, den Decadicum oder Decimalem, wenn C ſo viel als 12, den complexum Duodenarium &c. vorſtellet.

28. Denn man muß die Art in zehnfacher Verhält- Anmerck. niß zu zehlen, nicht vor die allereintzigſte halten, ſintemahln Ariſtoteles ſchon gedenckt, daß ein gewiſſes Volck in Thracia nur biß auf Viere gezehlet, * wovon E. Weigelii Tetractys Tetracty Pythagoreæ reſpondens mit mehren nachzuſehen. Auch hat der Herr von Leibniz den Calculum Dyadicum wieder auf die Bahn gebracht, deſſen ſich die Sineſer ſchon vor 3000 Jahren bedienet, und haben davon unterſchiedene Mathematici allbereit die erſten Operationes, als auch andere nützliche Dinge gar deutlich mit beygebracht. **

29. Es wären auch der computus dyadicus und quaternarius deswegen leichter geweſen, als alle darauf folgende, weil man im erſten gar kein Einmahleins, und in dem andern nur eines von 3 Sätzen gebrauchet, hingegen hätte die weitläufftige expreſſion mit ſo vielen Notis im operiren deſto mehr Zeit weggenommen. Denn was man bey der Simplicität der Zehler erſpahret, das hätte man durch das vielfache fortſetzen zur Benennung wieder verlohren; Und gehet es denen ſo gar leichten Rechnungs-Vortheilen nicht anders, als den Machinen, die eben um ſo viel langweiliger gehen, als ſie weniger Kräffte brauchen. Deswegen auch der Herr von Leibniz an einem Orte *** ſchreibt: Wenn man durch Zwölffe oder Sechzehn fortzehlete, hätte man noch mehr Anmerck.

---

* Probl. 3. Sect. 15. ** Als der Herr Lagny, wovon in der Hiſtorie de l'Acad. Royale des Scienc. 1703. p. 76. der Herr Dangicourt in Miſcell. Berol. 1710. p. 336. ſ. der Herr Prof. Wiedeburg in einer beſondern Diſſert. hiervon Jen. 1718. ingleichen der Herr Pelecanus ſ. Arithmetico perfecto tria numerare neſciente. Prag. 1712.
*** Memoir. de l'Acad. R. 1703. p. 108.

Vor-

Vortheil; und hat desfalls der Herr Prof. Weidler einen Entwurff vom Computo dodecadico und ſeinen Operationen communiciret, wenn man ja Luſt hätte noch weiter, als auf Zehen zu gehen,* auch hat ehmahls Harsdörffer gewieſen, wie wir mit unſern Buchſtaben gar biß auf 24 zehlen könnten.

Satz. 30. Nunmehro aber iſt wegen entſtehender Rechnungs-Verwirrung nichts anders zu thun, man muß **den zehnfachen Fortgang** der Zahlen behalten.

Und folgende Reihe, darinnen d gleich einer Decadi oder Zehen, zu Unterſuchung des einmahl eingeführten Calculi allein gebrauchen:

$$d^n \;\&c.\; d^3\; d^2\; d^1\; d^0\; d^{-1}\; d^{-2}\; d^{-3}\; \&c.\; d^{-n}$$

Nehmlich es iſt eine in ſolcher Ordnung ſtehende Unität:

I	Eine Myrias, oder zehn tauſend Unitäten.
I	Eine Chilias, oder tauſend Einheiten.
I	Eine Centuria, oder hundert Einheiten.
I	Eine Decas, oder zehen Einheiten.
I,	Eine Monas, oder urſprüngliche Einheit.
I	Eine minutia decimalis, ein zehn Theil.
I	Eine minutia centeſimalis, ein hundert Theil.
I	Eine minutia milleſimalis, ein tauſend Theil.
I	Eine minutia myreſimalis, ein zehn tauſend Theil.

Zuſatz. 31. Auf ſolche Art hat man zu den Expreſſionen ſo wohl der gröſten, als auch der kleine-

* Diſſert. de Præſtantia Arithm. decadicæ. p. 29.

ſten

ſten Zahlen nicht viel Zeichen und Nahmen von nöthen, (und iſt dis einer der beſten Vortheile, deſſen ſich die Arithmetici bedienet, ſo auch nachgehends überhaupt in der Arte characteriſtica groſſe Application gefunden, und allbereit von dem Herrn Hof-Rath Wolffen * und dem Herrn Prof. Hauſen angemercket worden. **

32. Denn da man immer ie weiter und weiter etwas auf mehr oder weniger als Eins ſchätzen kan, und folglich daraus unendlich viel groſſe und kleine Zahlen entſtehen, (§. 8.) ſo müſte man auch unendlich viel Zeichen und Nahmen haben, wenn man iede Zahl beſonders ausdrucken und nennen wolte, welches unſerm Gedächtnis gantz unerträglich fallen würde. Derowegen hat man nur die obigen neun Ziffern (§. 22. 24.) zu Ausdruckung auch der allergröſten und allerkleinſten Zahlen behalten, wozu man noch die Nulle oder das Zero gethan, daraus denn die ſo lang-üblichen zehen Characteres gekommen, die man insgemein barbaras Numerorum notas, (die Indianiſche Zeichen) nennet, dergleichen Walliſius *** aus den MS. Tabb. de Sacro Boſco nach den Indianiſchen Buchſtaben angegeben: Anmerck.

Dem noch der Verß beygefüget:

> Hæc Algorithmus ars præſens dicitur, in qua
> Talibus Indorum fruimur bis quinque figuris.)

---

* In Elem. Math. Univ. Arith. p. 26. §. 48. it. pag. 44. §. 116.
** de Matheſi Semiotica, Lipſ. 1715. *** Treatiſe of Algebra, of numeral Figures p. 8.

33. Solcherley Ziffer-Rechnung nennet Maximus Planudes ψηφοφορίαν κατ' Ι'νδὲς, Logiſticam Indicam, und berichtet eben Walliſius * daß ſie von den Saracenen nach Spanien, und von dar nach Franckreich gebracht worden durch einen Frantzöſiſchen Benedictiner Mönch Gerbertum, von Fleury, welcher nachmahls Ertz-Biſchoff zu Reims, denn zu Ravenna, und endlich gar Pabſt zu Rom, (Nahm. Sylveſt. II.) worden, von deſſen translocirung der Vers:

Scandit ab R. Gerbertus ad R. poſt Papa vigens R.

Und da dieſer Anno 1003 geſtorben, kan man leicht ſehen, daß dieſe Ziffer-Rechnung ſchon bey guten Zeiten in Europam gekommen.

Erklär. 34. Dieſemnach ſind **neunerley Zehler** zu einer Zahl ſchon zulänglich, (denn die **Nulle** zehlet nicht, ſondern ordonniret nur, §. 24.) Die **Nenner** aber pflegen ſich über **ſiebenerley Nahmen** auch nicht leichtlich zu erſtrecken, und folglich kan man mit 16. **Wörtern** faſt die gröſten Zahlen angeben, nehmlich es ſind die

Zehler: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

die **Nenner** aber: Unitäten, Zehner, Hunderte, Tauſende, Millionen, Billionen, Trillionen.

Satz. 35. Wie man nun z. E. bey ſehr vielen, aber nur **ſiebenerley** Sachen, deren iede allemahl in eine gewiſſe Stelle, oder eigenes Fach gelegt wird, nicht nöthig hat, ſie vor dem herausnehmen lange anzuſehen, ſondern eine iede Sorte man ſchon aus der Stelle des Fachs weiß, alſo hat man auch die Benennung zu allen Zahlen zu ſchreiben, vor unnöthig gehalten, ſondern gewiſſe Stellen und Fächer angeordnet, in wel-

* In denen angehengten Additions and Emendations p. 154.

chen

chen ſie alſo gleich ihren Nahmen, (ſo zu ſagen,) verrathen müſſen. Nehmlich in der **erſten** Stelle pflegen die **Nenner** allezeit Unitäten zu ſeyn, in der **andern** allezeit **Zehener**, und in der **dritten** allezeit **zehnfache zehner**, oder **hunderte**, (z. E. 3 giebt 3 Unitäten, 20 giebt 2 zehener, oder zwantzig. 54 giebt 5 Zehener und 4 Unitäten, oder zuſammen vier und funffzig Unitäten. 600 giebt 6 hundert. 701. giebet ſiebenhundert und eins. 895 giebt 8 hundert, 9 Zehener, (oder neuntzig) und 5, oder achthundert und fünff und neuntzig Unitäten. 035 giebt dreyßig und fünffe. 006 giebt nur ſechs Unitäten, oder ſechſe, und 000 giebt gar nichts, wird alſo im ausſprechen übergangen,) und ſolche erſte drey Stellen zuſammen geben das erſte Fach.

36. In gröſſern Zahlen nimt man die vierdte Ziffer, oder die vierdte und fünffte, oder auch die vierdte, fünffte, und ſechſte zuſammen vor das andere Fach, und alſo immerfort biß höchſtens dreye zu iedem folgenden Fach. In allen Fächern repetiret man, wie im erſten, die Wörter: **Eins, zehen, hundert**, iedoch benennet man das gantze erſte Fach zuſammen nach Unitäten, das gantze andere nach **Tauſenden**, der ſämtliche Valor aber des erſten Paar Fächer wird noch auf Unitäten geſchätzet, hingegen das andere Paar wird nach ſeinen zwey Fächern ebenfalls wie das erſte ausgeſprochen, nur daß ſein ſämtlicher valor nicht mehr auf Unitäten, ſondern **Millionen**, (das iſt: **tauſend mahl tauſend** Unitäten) æſtimirt wird, gleichwie die Gültigkeit (valor) des dritten Paars auf Billio- Satz.

nen,

nen, (das iſt: tauſend mahl tauſend Millionen) und des vierdten Paars auf Trillionen, (oder tauſend mahl tauſend Billionen) ꝛc. hinanſteiget, wie aus beygefügtem Schemate erhellet:

achtes	ſiebendes	ſechſtes	fünfftes	vierdtes	drittes	anderes	erſtes Fach.
57	234	867	125	654	562	983	278
Trillionen vierdtes Paar		Billionen drittes Paar		Millionen anderes Paar		Unitäten erſtes Paar Fächer.	

Woraus denn ſowohl eine vortheilhaffte Ausſprache, als auch eine leichte Schreib-Art der Zahlen entſtehet, und gehöret alſo hieher

Die I. Aufgabe.

I. Aufgabe. 37. Eine gegebene Zahl aufs kürtzeſte auszuſprechen, oder ihren eigentlichen Gehalt gegen der Unität zu beſtimmen.

1. Fange man von der Rechten gegen die Lincke an, nehme 3 Ziffern oder drey Stellen zu einem Fach, und diſtinguire iewedes Fach mit einem Commate, oder einem Puncte.

2. Unter das andere Comma, (oder Punct) ſetze man ein Strichlein, unter das vierdte zwey Strichlein, unter das ſechſte 3 Strichlein und ſoweiter.

3. Hebe man zur lincken Hand an, und ſpreche (wie im 35. §.) das höchſte Fach nach Eins, zehn, hundert aus, ſage auch ſo gleich Tauſend

ſend dazu, wenn ein lediges Comma darauf folget, iſt es aber ein einfach beſtrichheltes Comma, ſo ſage man ſogleich Millionen dazu, iſt es ein doppeltes, Billionen, und ſo es ein dreyfach beſtrichheltes Comma, Trillionen, und ſo verfahre man mit allen folgenden Fächern, biß aufs letzte, welches nur ſchlechtweg (nach dem 35. §.) ausgeſprochen wird.

Alſo wenn man z. E. vorhergehende Zahl ausſprechen wolte:

57, 234, 867, 125, 654, 562, 983, 278
''' '' '

ſo ſage man: ſieben und funffzig Tauſend zweyhundert und vier und dreyßig Trillionen, achthundert und ſieben und ſechzig Tauſend einhundert und fünff und zwantzig Billionen, ſechshundert und vier und funffzig Tauſend fünffhundert und zwey und ſechzig Millionen, neunhundert und drey und achtzig Tauſend zweyhundert und acht und ſiebentzig.

Der Beweiß iſt ſo gleich aus vorhergehenden zwey Sätzen zu erſehen, und fänget man deswegen zur lincken Hand an, weil man dasjenige gern am erſten höret, woran am meiſten gelegen.

38. Noch einige Exempel zur Ubung: Exempel.

a) Wenn man in Oeconomicis das 5te oder 6te Korn (auf einem guten Boden) zur Ausſaat rechnet, ſo vermehret ſich ein Korn durch jährliches z. E. 6faches Wachsthum binnen 12 Jahren

2.176; 782.336 fach.

b) Nach Caſſini und Flamſtädts Calculo beträgt die Diſtantz des höchſten Monds um Saturno, von der Sonnen:

180552700. Deutſche Meilen, und dahero der Diameter unſers Syſtematis Planetarii: 361105400 Deutſche Meilen.

c) Der Erfinder des Schachſpiels Seſa hat vor ſeine Invention vom König Scheramo Körnlein Geträyde gefordert

18.444.744.073.709.551.615.
''' '' '

womit man (nach Sturmii Diſſert. hiervon)
5124059 Käſten Noä voll füllen können.

d) 24. Perſonen an einer Tafel, oder die 24 Buchſtaben im Alphabeth können ihre Stelle verändern:

620448401733239439360000 mahl,

e) Die Zehende vollkommene Zahl iſt:

9444732965670570950656.

2. Aufgabe.

2. Aufgabe.

39. Eine vorgeſagte Zahl leichtlich und deutlich aufzuſchreiben.

1. Entſcheide man den leeren Platz nach vorhergehender Aufgabe in bloße und beſtrichelte Commata:

, , , , , ,
''' '' '

2. Schreibe man die Anzahl der Trillionen vor das dreyfach beſtrichelte Comma, der Billionen vor das zweyfach- und der Millionen vor das einfach beſtrichelte, die Tauſende ſetze man vor das bloße Comma, und die Hunderte, Zehner, und Unitäten zuletzt hinten an.

Z. E. Des Xerxis groſſes Heer wieder die Griechen ſoll ſeyn ſtarck geweſen: 5 Millionen, zweyhundert und

drey und achtzig tauſend, zweyhundert und zwanzig, und wird alſo geſchrieben:

5, 283, 220.

Wenn der Diameter eines Circuls 100 Billionen gleiche Theiligen hat, ſo hält ſolcher Theiligen die Peripherie oder der Umkreiß, 314 Billionen, 159 tauſend 265 Millionen, 358 tauſend 979. wird alſo angedeutet:

100, 000, 000, 000, 000

314, 159, 265, 358, 979.

40. Der Beqvemlichkeit wegen ſchreibt man groſſe Zahlen ſo gleich mit leeren Plätzen ſtatt der Commatum, denn alſo darff man ſie nicht erſt diſtinguiren, als 1. Anmerckung.

56 537 204 ſind 56 Millionen, 537 tauſend, 204.

Einige exprimiren die Tauſende durch m, und die Millionen durch mm, als: $\frac{67}{m}$ ſind ſieben und ſechzig tauſend. $\frac{23}{mm}$ ſind 23 Millionen.

Warum man vor die Tonnen-Goldes 5, und vor die Millionen 6 Ziffern abſchneidet, wird unten nach der Diviſion angezeigt werden.

41. Archimedes in ſeinem Arenario nimmt 4 Ziffern zu einem Fach, alſo daß das erſte Fach Unitäten, das andere Myriades, das dritte Bimyriades, (oder Myriades Myriadum,) das vierte Trimyriades &c. bedeuten kan. Z. E. der Abſtand der Erden von der Sonne iſt nach Hugenii Calculo: * 2. Anmerckung.

4707,,7876,8000 Schuch, nehmlich;

vier tauſend 7 hundert und 7 Bimyriades, 7 tauſend 8 hundert und 76 Miryades und 8 tauſend Schuh.

42. Man ſetzet an die gewöhnlichen Zahlen einen Punct zur Rechten, damit man, z. E. auf einem Zettel 3. Anmerckung.

* in Coſmotheoro pag. 88. ſ.

eine bloſſe Nummer: 969, oder 186. nicht etwa umgekehrt vor 696 oder 981 leſen möchte.

3. Aufgabe.

3. Aufgabe.

43. **Eine Zahl zu ſchreiben, daß man ſie nur alleine, und niemand anders ausſprechen kan.**

Zuweilen will man etwas im Calender oder ſonſten wohin notiren, damit es nicht iederman erkennen und leſen ſoll, und da wollen die ordentlichen Characteres der Zahlen gar zu bekannt fallen. Derohalben ſuche man ſich ein Zehen-Buchſtabicht Wort aus, dergleichen viele in Lexicis ſtehen, als:

Kirſchbaum. Morgenthau
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

contumelia
9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

mercke ſich ſolches geheim, und ſchreibe ſtatt der Ziffern die Buchſtaben, z. E. vor 38. Rthlr. 16 Gr. 9 Pf. ſetze man:

ra : kh : u.

ſo wird es niemand errathen können.

4. Aufgabe.

4. Aufgabe.

44. **Eine Zahl lange im Gedächtniß zu behalten.**

Man reducire das gantze Alphabeth mit ſeinen faſt gleichlautenden Buchſtaben auf die

zehn

zehn Ziffern, und laſſe die Vocales: a. e. i. o. u. y. nichts gelten, z. E. es ſey.

b. p. w.	c. k. qu. z.	f. ph. v.	g. ch. j.
1	2	3	4

l	m	n	r	ſ	dt
5	6	7	8	9	0.

Dann formire man ſich etwa aus den Umſtänden einer Sache in Teutſcher, Lateiniſcher, Frantzöſiſcher ꝛc. Sprache ein ſolches Wort, deſſen Conſonantes die begehrten Ziffern anzeigen, ſo hat man bey ſolchem Wort nur einen Concept zu behalten, da man ſonſt bey der Zahl drey oder vier Concepte, nehmlich Hunderte, Zehner, Einer behalten müſte.

Z. E. Wenn man will mercken, in welchem Jahr das Schieß-Pulver erfunden worden, ſo behält man nur das Wort:

feu**r**e**t**. oder f u r i t ſcilicet Mars.
3 8 0. 3 8 0

Nehmlich Anno dreyhundert und achtzig. Denn das eine Tauſend verſteht ſich ohne dem ſchon.

Ein Oeconomus will die Anzahl ſeiner Schaafe gerne behalten, und mercket das Wort:

r e i **ch** e **n**.
8 4 7

ſo hat er achthundert und ſieben und viertzig, und dieſer Vortheil iſt in Chronologiſchen und andern zu merckenden Dingen nicht zu verachten.

45. Weil wir aber in Büchern und MStis nicht allein allerhand Hebräiſche und Griechiſche, ſondern auch viel alte Lateiniſche Anmerck.

und Römiſche Ziffern finden, ſo achte es vor nöthig, von derſelben Schreib-Art und Ausſprache auch noch etwas zu gedencken. Es haben nehmlich die Hebräer und Griechen insgemein ihr gantz Alphabeth zu Ziffern gebraucht, und damit ſo wohl die **Einheiten**, als auch die **Zehner** und **Hunderte** exprimiret, bey den **Tauſenden** haben ſie meiſt wieder von forne angefangen, und ſie mit einer Virgula oder einem Häckgen diſtinguiret, welche Schreib-Art dem Gedächtnis ſehr verdrießlich, und daher nicht zu verwundern, daß die **Indianiſche Zehl-Art** ſo bald und ſehr bey allen Europäiſchen Nationen ins Aufnehmen gekommen, weil man mit den Hebr. Griech. und Lateiniſchen Buchſtaben zwar einige Dinge zur Noth numeriren, aber wenig oder gar nicht ſchicklich in einander calculiren können. Wer davon zulängliche Nachricht verlanget, kan des Herrn Bernhardi Tabb. Literaturæ, Beveregii Arithmeticam Chronologicam, E. Welſii Elementa Arithm. weiter nachſehen, da er denn einen gnugſamen Vorrath von dergleichen Alphabetiſchen Expreſſionen wird antreffen. Unterdeſſen dienet daraus folgende Tabelle, die ein Leſer der Hebr. Griech. und Lateiniſchen Bücher, oder ein Liebhaber der Antiquitäten nicht wohl entrathen kan.

Tabelle zu denen Hebräiſchen, Griechiſchen und Römiſchen Ziffern im Vorfall nachzuſchlagen.

1.) Zeichen der Einheiten oder Monadum.				2.) Der Zehner oder Decadum.			
א	α	I	1	י	ι	X	10
ב	β	II	2	כ	κ	XX	20
ג	γ	III	3	ל	λ	XXX	30
ד	δ	IV	4	מ	μ	XL	40
ה	ε	V	5	נ	ν	L	50
ו	ϛ oder F	VI	6	ס	ξ	LX	60
ז	ζ	VII	7	ע	ο	LXX	70
ח	η	VIII.	8	פ	π	LXXX	80
ט	θ	IX	9	צ	ϟ oder G	XC	90

3.) Der Hunderte oder Centurien.

ק	ς	C.	100
ר	σ	CC.	200
ש	τ	CCC.	300
ת	υ	CCCC.	400
ך	φ	D. Iↄ. oder Iↄ.	500
ם	χ	DC.	600
ן	ψ	DCC.	700
ף	ω	DCCC.	800
ץ	ϡ	DCCCC.	900

4.) Der Tauſende oder Chiliadum.

א״	α	M. od. CIↄ. cIↄ.	1000.
ב	β	IIM. oder MM.	2000.
ג	γ	IIIM. od. MMM.	3000.
ד	δ	IVM. MMMM.	4000.
ה	ε	VM. oder Iↄↄ.	5000.
ו	ς	VIM. oder IↄↄM.	6000.
ז	ζ	VIIM. od. IↄↄMM.	7000.
ח	η	VIIIM. od. IↄↄMMM	8000.
ט	θ	IXM. IↄↄMMMM.	9000.

5.) Der Zehntauſend oder Myriadum.

י	ι	ccIↄↄ.	10000
כ	κ	XXM, oder ccIↄↄ ccIↄↄ.	20000
נ	ν	Iↄↄↄ.	50000
ס	ξ	LXM. oder Iↄↄↄ ccIↄↄ.	60000.

6.) Der noch gröſſern.

ק	ρ	cccIↄↄↄ.	100000
ר	σ	IIcccIↄↄↄ. oder cccIↄↄↄ. cccIↄↄↄ.	200000.
ך	φ	Iↄↄↄↄ.	500000
ם	χ	VIcccIↄↄↄ. od. Iↄↄↄↄ cccIↄↄↄ.	600000
		ccccIↄↄↄↄ.	1000000.

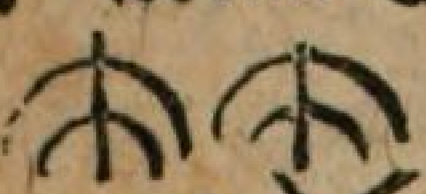
Alte Hebräiſche.

Im Alt-Hebräiſchen oder Samaritaniſchen Alphabeth findet man die Literas Finales nicht, ſondern man hat in Jüdiſchen Büchern תק vor 500. תת 800, und תתק vor 900 gezehlet, gleichwie man auch א, oder 1000 faſt allezeit durch das gantze Wort אלף, 2000 durch אלפים, viel tauſend z. E. 4000 durch ד' אלפים exprimiret ſieht.

Alte Griechiſche Expreſſiones der Zahlen.

Die Griechen gebrauchen auch vor 1000, und ſchreiben oben drüber die Einheiten als Zehner, die Zehner als hunderte, die hunderte als tauſende, z. E. Man findet beym Ptolom. l. 4. p. 150. (Baſil. 1538.) καὶ αψπγ, nehmlich 310000 und 1783. oder zuſammen 311783, desgleichen daſelbſt pag. 102. δχθ vor 224609. Und ſo exprimirte man auch ferner Millionen, als βφξ ſind 2452560. Dahero wird eine Myrias bey ihnen geſchrieben, nehmlich 10000.

Einige alte Römiſche oder Lateiniſche.

Statt 1000 findet man bey den Lateinern ∞ oder oder , ingleichen Ī. In alten Inſcriptionen iſt oder oder (C|Ↄ) ſo viel als 10000. iſt 20000. Wenn ∞ vorſtehet, muß es abgezogen werden, als ∞  iſt 19000. Zuweilen findet man auch oder vor 20, und vor 30. etc.

Und

Und auf dergleichen Art findet man in Cicerone $\overline{D}$, vor 500000. ad Attic. $\overline{XX}$. CD. (20400) im Plinio $\overline{V}$ (5000) $\overline{X}$ (10000) im Strabone $\overline{M}$ (1000 000.) im Frontino $\overline{II}$. CC. (2200) und Lamprid. in Alex. S. $\overline{CXX}$. (120000) im Hygino de Lim. Conſtit. $\overline{VIII}$. DCXL. (8640) desgleichen $\overline{XII}$. CCCLVIII. (12358) Auch ſetzet Plinius Lib. 6. c. 17. daß das Land der Scythen am Meere hingegangen: XVIII. LXXV. M. P. nehml. 1875000 Paſſus, wie auch cap. 23. da er XIII. XXXIII. M. P. vor 1333000 paſſus ſchreibet.

II. Capitel.

Von der Arithmetic und ihrer Eintheilung, desgleichen von den anfänglichen Operationen und Veränderungen der Zahlen.

DIe Arithmetic iſt eine Wiſſenſchafft, ſo uns die Natur und den Gebrauch der Zahlen gründlich und vortheilhafftig zu erkennen giebt. Erklär.

47. Nun ſind die Zahlen vornehmlich auf viererley Weiſe unterſchieden, denn Grund der I. Eintheilung.

I. Findet ſich bey einigen nur eine **innerliche Benennung**, (Denominatio intrinſeca, ſive ipſorum numerorum,) bey einigen aber auch zugleich eine **äuſſerliche Benennung**, (Denominatio extrinſeca, ſeu rerum numeratarum.)

48. Die **innerliche Benennung** iſt dieſe, wornach man die bloſſen Einheiten oder derſelben Theile ſonder alle Application auf etwas auſſer ihnen bedeutendes, anſiehet, und Erklär.

ereignet ſich ſolche nur in den bloſſen **Zahlen**, ſo ſonſten Numeri puri, oder abſtracti heiſſen, als:

$$9. \quad 36. \quad 587. \quad \tfrac{3}{4} \quad \sqrt{18}.$$

Die **äuſſerliche Benennung** aber iſt, wenn der Zahlen Einheiten oder derſelben Theile gewiſſe Dinge vorſtellen, und würcklichen Sachen zugeeignet ſeyn, und werden deßwegen **benahmte Zahlen** genennet, (Numeri applicati,) als 2 Jahr, 5 Meilen, ſonſten auch Numeri materiales, als 9 Centner, 36 Ellen, 7 Eymer, $\tfrac{3}{4}$ ℔ $\sqrt{18}$ Quadrat-Ruthen.

I. Eintheilung der Arithm.

49. Und in Anſehung dieſes Haupt-Unterſcheids haben die meiſten ihre Arithmetic in 2 Theile getheilet, nehmlich der **erſte Theil** erkläret die Natur und Eigenſchafften der Zahlen, ohne ſie auf etwas zu appliciren, er zeiget, wie ſie auf verſchiedene Art entſtehen, und auf allerhand Weiſe können zergliedert werden, desgleichen wie ſie ſo wohl im gantzen, als auch in ihren Theilen gegen einander müſſen ausſehen, wird ſonſt Arithmetica Theoretica, die **unterſuchende**, oder auch die **nachdenckliche Rechenkunſt** genannt. Der **andere Theil** handelt vom Gebrauch der Zahlen, ſo man ſie auf Sachen appliciret, und weiſet, wie nach gegebenen Zahlen die Sachen, oder nach gegebenen Sachen die Zahlen ohne groſſe Mühe und Umwege zu beſtimmen ſeyn, heiſt ſonſt

Arith-

Arithmetica practica, die Nuzlehrende, oder ausübende Rechenkunſt.

50. Die heutigen Autores miſchen gerne beyde Theile unter einander, damit die Anfänger ſo gleich die Application der Arithmetiſchen Wahrheiten einſehen, und von generalioribus ad ſpecialiora und vice verſa ſchlieſſen lernen, auch durch angenehme brauchbare Exempel bey der Luſt bleiben möchten. Anmerck.

51. II. Iſt noch ein groſſer Unterſcheid zwiſchen einer ausgemachten und einer unausgemachten Zahl. Denn die ordentlichen Zahlen, womit wir insgemein rechnen, beziehen ſich allbereit auf eine angenommene und gewiß geſetzte Unität, nach welcher wir ſie auf mehr oder weniger ſchätzen, z. E. 5 iſt fünffmahl ſo groß als 1. Eine Linie von 23 Zollen zeigt an, daß ſie in 23 gleichen Theilen anzunehmen, davon ieder einen Zoll lang iſt, und heiſt deswegen Numerus determinatus oder certus, **eine abgetheilte Zahl.** Hingegen wo man noch keine gewiſſe Einheit angegeben, auf welche man ſie referiren ſoll, da iſt dieſelbe noch ein Numerus indeterminatus, incertus, * **Eine unabgetheilte Zahl.** Alſo benennet man die Höhe eines noch ungemeſſenen Berges nicht ſo gleich mit einer abgetheilten Zahl, (denn dieſe muß ſchon andeuten, daß ein gewiſſes Maas ſo und ſo viel mahl darinnen enthalten,) ſondern mit einem Buchſtaben z. E. y, da denn y Grund der II. Eintheilung. Erklär.

* Numerum in certum & incertum diviſit Leibnit. Epiſt. ad Vagetium in Miſc. Leibn. pag. 59.

viel

viel oder wenig von Meilen, Ruthen, Ellen, oder Schuhen bedeuten kan, nachdem ich nehmlich die Einheit zum Maaß groß oder klein annehme.

II. Eintheilung der Arithmetic.

52. Und aus dieſem Fundament hat man die Arithmetic wiederum in 2 diverſe Theile gebracht, nehmlich in dem erſten handelt man von den abgetheilten Zahlen, (Numeris certis oder determinatis,) und wird Arithmetica numeroſa genannt. In dem andern aber tractiret man vom Calculo Literali, oder der Buchſtaben-Rechnung, darinnen die unabgetheilten Zahlen, (Numeri incerti, oder indeterminati) das iſt die Buchſtaben a, b, c, d, &c. x, y, z, ſtatt der gemeinen Ziffern angenommen werden, und wird Arithmetica literalis oder auch ſpecioſa benahmet.

I. Anmerckung.

53. Es müſſen aber die Anfänger dergleichen Computum literalem nicht etwa vor was unnützes halten, ſintemahl er viele und gar ausnehmende Vortheile vor der gemeinen Rechnung hat. Denn 1.) kan man auch die gröſten und weitläufftigſten Zahlen, z. E. (oben §. 39.) die Verhältniß des Diametri gegen ſeine Peripherie mit 2 bloſſen Buchſtaben d : p exprimiren, welches ſonſt mit gemeinen Zahlen im Multipliciren und Dividiren gar ſehr langweilig und mühſam iſt. 2.) Darff man die Gröſſen nach ihren Theilen nicht erſtlich zehlen, meßen oder abwägen, noch weniger allemahl derſelben Verhältnis unter einander wiſſen, ſo ſonſten zur expreſſion mit gemeinen Zahlen nothwendig erfordert würde, ſondern da kan man eine ſo gleich mit dieſem, und die andere mit jenem Buchſtaben gar zulänglich angeben. 3.) Erſcheinen die Buchſtaben nach gethanen Operationen in allen Rechnungs-Arten noch würcklich, wodurch man nicht allein

die

diejenigen Quantitäten ſiehet, ſo zu ſolcher Berechnung haben müſſen genommen werden, ſondern auch die Berechnungs-Arten ſelbſten, alſo daß man ſo zu ſagen die Bothen und Wege zugleich kennen lernet, wodurch eine geſuchte Sache zum Vorſchein gebracht worden. 4.) Werden durch dieſerley Rechnung gantz allgemeine Dinge gefunden, ſo ſonſten in der Vulgairen Rechnung nur allemahl in einem eintzelen Exempel heraus kommen, ſintemahl ein eintziger Buchſtabe, auf einmahl unzehlich viel Zahlen kan vorſtellen.

54. Ich werde hierinne dem Vorſchlag des Herrn von Leibniz * folgen, und die Buchſtaben-Rechnung mit der gemeinen Rechnung ſo viel möglich conjungiren, iedoch jene bey dieſer vermittelſt des kleinern Drucks a parte ſetzen, damit die Anfänger, oder auch diejenige, ſo ſich vor der Algebra ſcheuen, ſie nach Gefallen im erſten Durchleſen auch übergehen können. Denn alſo wird man dennoch eines Theils die Haupt-Reguln und Exempel zu denen Operationen haben, andern Theils aber wird man die Gründe, woraus dieſelben Reguln entſprungen, verſtehen, und einfolglich den Modum procedendi per Demonſtrationes begreiffen lernen. II. Anmerkung.

54. III. Iſt noch eine Differentz zwiſchen den Zahlen, deren Nenner man in lauter Unitäten, oder deroſelben gleichen Theilen kan angeben, und deswegen Rational-Zahlen (Numeri rationales) heiſſen, (wovon unten wird beygebracht werden, daß ſie zur Unität oder einer gantzen Zahl allezeit eine ausdrückliche Verhältniß haben, z. E. 7. $\frac{5}{9}$ $3\frac{1}{4}$ $\sqrt{25}$. $\sqrt{\frac{4}{9}}$ $\sqrt{21\frac{7}{9}}$ &c. ſo ſich zur Unität verhalten wie 7 gegen 1. wie 5 gegen 9. wie 13 gegen 4. wie 5 Grund der III. Eintheil.

* In Otio Hanov. ſ. Miſc. Leibn. Ep. ad Vag. p. 59.

gegen

gegen 1. wie 2 gegen 3. wie 14 gegen 3.) Und unter den Zahlen, deren Nenner man weder völlig in Unitäten, noch auch in derſelben gleichen Theilen kan angeben, welches dann die Numeri irrationales oder ſurdi ſeyn, davon unten wird erwieſen werden, daß ſie zur Unität oder einer gantzen Zahl gar keine ausdrückliche Verhältnüß haben, und oben ſchon (§. 21.) davon Erwehnung geſchehen, dergleichen z. E. $\sqrt{18}$, $\sqrt[3]{12}$, &c.

III. Abtheil. der Arithm.

55. Und aus dieſer Eigenſchafft hat man noch die Rechnung abtheilen müſſen in Arithmeticam Rationalium, und Irrationalium. In jener handelt man von gantzen, gebrochenen, vermiſchten, puren und applicirten, determinirten und undeterminirten Rational-Zahlen. In dieſer aber nur von Numeris ſurdis, ſie mögen nun determinirt oder undeterminirt ſeyn.

Grund der IV. Abtheilung.

56. IV. Endlich giebt es noch einen Unterſcheid zwiſchen einer Zahl, deren Theile ohne alle Ordnung unter einander, als ein ſchlechthin zuſammen geraffter Hauffe angeſehen werden, und deswegen eine gemeine Zahl, (Numerus vulgaris oder abſolutus) heiſt: Und zwiſchen einer Zahl, deren Theile nach einer Ordnung zuſammen geſetzt werden, alſo daß ſie eine gewiſſe Figur machen, und davon eine Figürliche Zahl, (Numerus figuratus) genennet wird, z. E. die Zahl 7, mit ihren alſo diſponi-

ponirten Unitäten oder iſt eine gemeine Zahl, hingegen die Zahl 9 iſt eine Figürliche oder Quadrat-Zahl.

57. Wovon denn noch endlich die Arithmetic eingetheilet worden in vulgarem und figuratam, jene tractiret die Zahlen ohn alles Abſehen auf eine gewiſſe Diſpoſition ihrer Theile, dieſe aber macht entweder aus den Theilen eine gewiſſe Figur, oder reſolviret die Figuren in ihre Theile oder Seiten.

IV. Abtheilung der Arithmetic.

58. Wie nun alle materielle Dinge in der Welt ihr Wachsthum durch das Hinzuthun, ihr Abnehmen durch das Abſondern, und ihre Geſtalt durch die Verſetzung derer particuln bekommen, alſo kan man auch wohl ſagen, daß alle Veränderungen derer Zahlen durch die Addition, Subtraction und Transpoſition ihrer Theile geſchehen.

Grund der Veränderung der Zahlen überhaupt.

59. Nehmlich alle Cörperliche Dinge ändern ſich nur auf 3erley Weiſe, entweder nach ihrer Gröſſe, oder nach ihrer Geſtalt, oder nach beyden zugleich; Alſo ändern ſich auch alle Zahlen entweder durch die compoſition und ſeparation ihrer Theile in der Größe, oder durch die Transpoſition ſolcherley Theile in der Geſtalt oder Figur, oder auch in beyden zugleich. Z. E. Wenn man zu 6 ſchlechterdings 1 addiret, oder davon ſubtrahiret, ſo ändert ſich 6 in der Gröſſe, denn erſten falls wird mehr daraus, nehmlich 7. im andern Fall aber weniger, nehmlich nur 5.

Inſonderheit

Ferner wenn ich 6 in zwey gleiche Reihen ſtelle, ſo kan man ihre Unitäten auf ſolche Art auf einen länglichen Tiſch oder Tafel ſetzen, und wird deswegen ei-

ne

ne langliche Flächen-Zahl genennet, hingegen wenn ich 6 in 3 ungleiche Reihen: ∴ und ſo zu ſagen auf einen Lombre-oder 3eckigten Tiſch ſetze, ſo ändert ſie zwar nicht die Größe, doch aber die vorige Figur und Geſtalt, und heiſt deswegen eine Triangular-Zahl.

Und ſo man zu 6 noch 4 addiret, wird zwar die Größe, iedoch nicht die Figur geändert, denn ſie ſtellet noch einen Triangul vor:

So man aber zu 6 z. E. 3 addiret, ſo verändert ſie die Größe und Figur zugleich, und wird aus der länglichen- oder Triangular-Zahl, eine viereckigte Flächen- oder Quadrat-Zahl, nehmlich

Anmerck. 60. Dieſe Lehre von der Veränderung der Geſtalt einer Zahl muß man nicht etwa vor eine unnütze Subtilität halten, denn es wird ſich unten in der Architectura civili und militari, desgleichen in der Mechanica zeigen, daß ſie ſo wohl in der Ordonnance als Auszierung der Dinge, wie auch bey vielen Abtheilungen in andern Diſciplinen nicht geringen Nutzen hat.

Grund der Veränderung der Geſtalt. 61. Man ſiehet aber bey ſolcherley Veränderungen der Zahlen entweder nur auf das bloſſe Zuſammennehmen (Complexum) der Theile, als wenn man ein gantzes: ABC hat, ſo ſind deſſen eintzele Theile nicht nur A, B, C, ſondern es ſinds auch die zuſammen geſetzte Theile, oder kleinere Gantzen: AB, BC, und AC, oder man ſiehet auch zugleich auf die Stellung und vielfältige Auseinanderſetzung (Situm) ſolcher Theile, z. E. die Theile von ABC können in einer Reihe oder Länge unter-

ein-

einander ſechſerley Geſtalt haben, nehmlich ABC. ACB. BCA. BAC. CAB. CBA.

62. Und ob zwar ſo wohl der Complexus als der Situs der abgetheilten Dinge überhaupt zur Metaphyſic in das Caput de Toto & partibus gehören, nehmlich weil beydes Eigenſchafften, die denen Dingen durchgehends gemein ſeyn, ſo gehören ſie doch in Regard der Anzahl ihrer vielfältig möglichen Verwechſelungen allerdings mit zur Arithmetic, als welche uns die Natur der Zahlen nicht allein nach der Compoſition und Separation, ſondern auch nach der Tranſpoſition ihrer partium erklähren muß, und referiret der Herr von Leibniz die Lehre von den Veränderungen der Complexionen zur gemeinen Arithmetic, die Lehre aber von der Veränderung der Tranſpoſitionen zur Arithmetica Figurata. * Anmerckung.

63. Auf ſolche Weiſe hat man eigentlich zweyerley Operationes, wenn man die Dinge oder Zahlen in ihrer Größe verändern will, nehmlich man muß gewiſſe Dinge zuſammen thun, oder von einander hinwegnehmen, und wird das erſte Additio, das andere aber Subtractio numerorum genannt, z. E. wenn man aus den Theilen 2 und 4 ein gantzes: 6 macht, heiſt es addirt, und ſo man einen Theil davon hinweg nimmt, heiſt es ſubtrahirt. Auch hat man zweyerley Operationes, wenn man die Geſtalt der Dinge ändern, das iſt, ihre Theile anders diſponiren will, nehmlich man ſiehet entweder nur auf die Art der möglichen Zuſammennehmung (Complexion,) oder auch zugleich auf die Art der Auseinanderſtellung (Situm) der Theile, als wenn man ſetzet: 1, 2, 3, oder 3 und 3, oder 5 und 1, oder 4 und 2 ꝛc. thun 6, ſo ſiehet man hier nur auf den complexum der Theile, Erklär.

* In Arte Combinatoria pag. 2.

und wird mit einem allgemeinen Wort Combinatio numerorum genennt, daferne man aber ordnet: 123. oder 132. 231. 213. 312. 321. ſo ſiehet man zugleich auf die variation der Stellung (Situm) ſolcher Theile, und heiſt Permutatio ordinis, oder Tranſpoſitio numerorum.

Anmerck. 64. Wenn man dieſes genau betrachtet, ſo iſt die Combinatio nur eine Additio modificata, und die Tranſpoſitio eine Subtractio modificata, denn alſo ſagt Lamy: Les Combinaiſons ne ſont que des manieres d' ajoûter. *

Erklär. 65. Demnach haben wir nur 2 Arten der Veränderung der Zahlen, nehmlich wenn man andere von ihrer Art hinzu thut, wachſen ſie gröſſer, und ſo man eine oder andere von ihrer Art hinweg nimmt, werden ſie kleiner. Im erſten Fall formiret man jederzeit aus den partibus ein Totum, und wird Compoſitio oder Geneſis numerorum genannt, im andern Fall aber reſolviret wann ein Totum in partes, und wird Separatio oder Analyſis numerorum genennet.

Zuſatz. 66. Und ſo ſind die Unitäten, ja die Theile der Unitäten, Elementa der kleinern, und die kleinern, Elementa der gröſſern Zahlen, nehmlich der Numerorum integrorum, fractorum und mixtorum. (§. 10. ſeq.)

Erklär. 67. Wenn von zweyen Zahlen iede eben diejenige und eben ſo viel Elementa hat, als die andere, ſo ſind es zwey gleichgroſſe Gantze, und

* Elemens des Mathematiques p. 137.

heiſ-

heiſſen deswegen gleiche Zahlen, (Numeri æquales.) Nehmlich auf dieſe Art haben ſie einerley Zehler und Nenner, und folglich einerley Weſen. (§ 17.)

68. Und ſo kan man beweiſen, daß die Fläche A: I. Zuſatz.

gleich iſt der Fläche B:

oder daß 2 mahl 3, oder 3 mahl 2 ſechſe iſt, oder daß 4 Mandel 5 Dutzend ſeyn, denn jene haben 60 Unitäten oder 6 Decades zu ihrem Zehler und Nenner, und dieſe auch.

69. Folglich kan man von gleichen Zahlen eine in die Stelle der andern ſetzen, der Grösse unbeſchadet, nehmlich man kan iederzeit 2 mahl 3, oder 5 und 1, oder 1. 2. 3 vor 6 ſetzen. II. Zuſatz.

70. Das Zeichen der Gleichheit iſt = oder ∞, nehmlich wann ſtehet: 2 mahl 3 = 6, oder 4 mahl 15 ∞ 5 mahl 12, heiſt es: 2 mahl 3 iſt gleich 6. oder 4 mahl 15 macht 5 mahl 12. Satz.

71. Wenn von zweyen Zahlen eine zwar eben diejenigen aber mehr Elementa hat, als die andere, ſo heiſſen ſie ungleiche Zahlen (Numeri inæquales) alſo iſt eine Mandel grösser als ein Dutzend, weil jenes 15, und dieſes nur 12 einerley Elementa hat. Erklär.

72. Das Zeichen der Majorität, (oder des gröſſern Gehalts,) iſt: >, und der Minorität, (oder des kleinern Gehalts) Zeichen iſt: <, z. E. 15 > 12. Ein Leipziger Schuch < Pariſer Schuch, wird ausgeſprochen: 15 iſt gröſſer, als 12, oder 15 übertrifft 12. Ein Leipziger Schuch iſt kleiner, als ein Pariſer Schuch, oder ein Leipziger Schuch wird übertroffen vom Pariſer Schuch. Satz.

Erklär. 73. Wenn man 2 oder mehr ungleiche Zahlen von einerley Art, (Numeros Homonymos) zuſammen nimmt, ſo entſtehet die **erſte Rechnungs-Art**, ſo insgemein Addiren oder Summiren genennet wird, als wenn man: 1, 2, und 3 zuſammen nimmt, ſo iſt die Summa oder das Gantze davon = 6. Da denn 1, 2, 3 die Theile, oder addendi, ſcil. numeri, und 6 das Aggregat genennet wird.

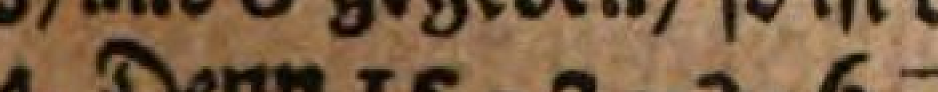
Satz. 74. Das Zeichen der Addition iſt † oder + ſo man durch plus, mehr, oder und ausſpricht, alſo wenn die Linie a zur Linie b geſetzet wird, ſo iſt die gantze Linie a + b, nehmlich ein Totum, davon a und b partes ſind.

Erklär. 75. So man 2 oder mehr lauter gleiche Zahlen zuſammen nimmt, ſo heiſt zwar dieſes auch Addiren, als 2 † 2 † 2 = 6. wird aber durch das bekannte Ein mahl Eins abbreviret, und hierdurch ſolche Summe auf einmahl gefunden, nehmlich 3 mahl 2 iſt 6, oder: $\frac{2}{6}$(3. Dieſes compendiöſe Addiren nennt man inſonderheit Multipliciren, da denn die obere Zahl (2) Multiplicandus, die mittlere (3) Multiplicator, oder Multiplicans, und die untere, (allhier 6) das factum oder das productum heiſt.

Satz. 76. In determinirten Zahlen iſt das Zeichen der Multiplication ein Punct (.) wird durch per, mahl, oder durch ausgeſprochen, als 2 . 3 = 6 oder 7 . 9 = 63. Die beyden Zahlen, ſo einander Multipliciren, heiſſen mit einem gemeinen Nahmen Factores oder Efficientes, oder auch partes aliquotæ, weil eben dieſe etliche mahl genommen,

men, machen daß das untere product juſt heraus kömmt, als 7. 8 = 56, da 8 und 7 factores oder partes al quotæ, und 56. das product. In undeterminirten Zahlen geſchiehet die Multiplication durchs Neben anſetzen, als a mit b multiplicirt, giebt ab, da man a und b die efficientes, und ab das factum nennt. Und auf dieſe Art wird die Multiplication gebraucht, wenn man aus lauter gleichen Theilen ein Gantzes machen will, z. E. Ein Saal von 7 Brettern, (iedes zu 6 Ellen,) lang, iſt 42 Ellen lang. Die Linie a dreymahl genommen, giebt 3 a, oder da a = 2, ſo ſind 3 a = 3. 2 = 6

77. **Wenn man eine, oder unterſchiedene kleinere Zahlen von einer gröſſern hinweg nimt, ſo entſtehet die andere Rechnungs-Art, und heiſt *Subduciren*, oder *Subtrahiren*, ſie wird gebrauchet, wenn man etwas in ungleiche Theile reſolviren will, z. E. Wenn man den kleinen Theil, 2, von dem Gantzen, 6, nimmt, ſo bleibet der gröſſere Theil, 4, übrig.** Erklähr.

78. Das Zeichen der Subtraction iſt: — ſo Minus, oder weniger ausgeſprochen wird, als 6 - 2 = 4, heiſt 6 Minus 2 iſt gleich 4. Und damit kan man aus einem oder etlichen gegebenen ungleichen Theilen eines Gantzen, den noch übrigen Theil, oder den Reſt, oder auch die Differentz vom Gantzen finden, als wenn von 15 wären 2, 3, und 6 gegeben, ſo iſt der übrige Theil oder der Reſt: 4. Denn 15 - 2 - 3 - 6 = 4. Alſo wenn von der Linie  a oder 7 die Linie b oder 2 hinweg genommen wird, ſo iſt der Reſt oder die Differentz a - b oder 5. Da denn das Gantze: a oder 7 die Summa, oder auch Numerus ex quo (ſcilicet ſubducitur) b oder 2 der Subducendus oder Subtrahendus, und a - b oder 5 das Reſiduum oder die Differentz genennet wird. Satz.

Erklär. 79. Wenn man eine kleinere Zahl von einer gröſſern hinweg nimmt ſo viel mahl als man kan, ſo geſchicht es zwar auch durchs Subtrahiren, wird aber vermittelſt des **Ein mahl Eins** verkürtzet durchs Dividiren, als: $6 - 2 - 2 - 2 = 0$ oder $6 - 2 = 4 \;||\; 4 - 2 = 2 \;||\; 2 - 2 = 0$ das iſt kürtzer: 2) $\frac{6}{3}$ Und wird daher gebrauchet, wenn ein Gantzes in etliche oder viele gleiche Theile ſoll reſolvirt werden, da denn die groſſe Zahl oder das Gantze (6) Dividendus oder metiendus, die kleinere, ſo vielmahl hinweggenommen wird, (2) Diviſor oder metiens, und diejenige, ſo da anzeiget, wie viel mahl ſolche Hinwegnehmung geſchehen, (alshier 3) Quotus oder der quotiente genennet wird.

Satz. 80. Das Zeichen der Diviſion ſind 2 puncta: oder auch eine dazwiſchen gezogene Linie, als $6 : 2 = 3$ oder $\frac{6}{2} = 3$, wird ausgeſprochen, 6 Dividirt mit 2en iſt gleich 3en. Wenn die Linie a in b ſoll getheilet werden, ſo iſt $a : b$ oder $\frac{a}{b} = 3$. Denn die kürtzere b miſſet die längere a drey mahl aus.

Zuſatz. 81. Demnach ſind eigentlich zu reden nicht mehr als 2 Species, nehmlich Addiren und Subtrahiren, und kan man damit alles ausrechnen, ſo man nur gnug Zeit und Gedult dazu zu nehmen vermag, weil aber die Arithmetic den Gebrauch der Zahlen muß vortheilhafftig anweiſen, (§. 46.) ſo iſt das Multipliciren als ein Compendium Additionis, und das Dividiren, als ein kurtzer Weg des Subtrahirens zum gröſten

Nutzen

Nutzen in allen Libellis Arithmeticis mit bey behalten worden.

82. Und daraus ſind die ſo genannten 4. Species, Addiren, Multipliciren, Subtrahiren, und Dividiren entſtanden. II. Zuſatz.

83. Solcherley 4 **Rechnungs-Arten** heiſt man **urſprüngliche** Operationes, (ſimplices oder primarias) ſo nehmlich in Ausrechnung einer Sache meiſtentheils nur eintzeln gebraucht werden, z. E. Wenn ich will wiſſen, wie viel 9 mahl 7 Thl. 2 gr. machen, ſo darff ich nur die eintzige Multiplication dazu gebrauchen, und tractiret von ſolchen eintzelen Operationen insgemein der erſte Theil der Arithmetic. Hingegen nennet man **anwachſende** Operationes, (compoſitas oder ſecundarias) wenn zur Ausrechnung einer Sache die erſten auf gewiſſe Art modificiret, oder auch 2 und mehr miteinander componirt werden, und pflegen dieſe mehrentheils wiederum **viererley** zu ſeyn. Eintheilung der Operationen.

I. Bringet man die gemeinen Zahlen in Figürliche, durchs Addiren, und Multipliciren, oder auch durch eine beſondere Art vom Multipliciren, und entſpringen hieraus die Polygonal- und Potenz-Zahlen, desgleichen die Numeri combinationum und transpoſitionum.

II. Verwandelt man die ungleichbenahmte Zahlen in gleichbenahmte, durchs Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren, und entſtehen hieraus die ſo nöthigen Reductione ſo

wohl der Numerorum purorum als applicatorum.

III. Erfähret man theils die unterſchiedenen, theils auch die gleichen und ähnlichen Verhältniße der Zahlen durchs Addiren und Subtrahiren, oder auch durchs Multipliciren und Dividiren, und kommen hieraus die vielerley Arten der Rationen und Proportionen, wovon die ſo genannten Proportion-Reguln.

IV. Handelt man noch von den Æquationen, da man unbekannte Zahlen mit den bekannten in eine Gleichung ſetzet, und hieraus den Valorem der unbekannten heraus bringt, und braucht man hierzu nicht allein meiſt alle urſprüngliche, ſondern auch öffters alle 3 vorhergehende anwachſende Operationes, und wird von dieſen Operationibus ſecundariis in den folgenden Theilen der Arithmetic gehandelt.

III. Capitel.

Von denen vier Operationibus primariis, oder urſprünglichen Rechnungs-Arten inſonderheit.

Anmerckung von Abtheil.

84 Es iſt oben (§. 47. ſeq.) allbereit angemerckt worden, daß ſich viele Unterſcheide zwiſchen den Zahlen befinden, und deswegen will ſichs nicht thun laſſen, daß man aller ihre Rechnungs-Arten auf einmahl anweiſe. Wird demnach am beſten ſeyn, vorhero von den Operationen mit unbenannten, dann mit benahmten, ferner mit undeterminirten, und endlich von denen mit gebrochnen Zahlen zu handeln.

Nach-

Nachgehends werden ſich die Compendia oder Abkürtzungen in denen 4 Speciebus, und zugleich auch ihre Proben mit laſſen beybringen.

Die Rechnungs-Arten aber der Irrational- und Figürlichen Gröſſen können nicht eher als nach dem Capitel von Numeris Figuratis angezeiget werden.

1.) Von den Speciebus der bloßen oder unbenanten Zahlen.

a.) Additio.

85. Die Addition (im weitläufftigen Verſtand) erfindet den ſämtlichen Gehalt aller Zehler von einerley Benennungen. Als: 3, 4 und 2, (nehmlich Unitäten) machen zuſammen 9, (Unitäten,) der geſammte Gehalt von 2 hundert, 2 hundert und wieder 2 hundert, das iſt, wenn man die Nenner nach denen Stellen andeutet: 200 † 200 † 200 thun 6 hundert, oder 600. Und nach ſolcher allgemeinen Erklährung begreifft das Addiren auch das Multipliciren mit in ſich. Erklär.

Im engern Verſtand aber ſummiret die Addition nur die ungleichen Zehler gleichbenahmter Dinge. Denn gleiche Zehler z. E. 9 † 9 † 9 † 9 zu addiren, wäre unnöthig, ſintemahl es kürtzer durch das Ein mahl Eins, (nehmlich 4 mahl 9 iſt 36.) multiplicando geſchehen kan.

86. Demnach ſind in Anſehung der Zahlen, ſo man gewöhnlicher Weiſe addiren ſoll, allwege 2 Umſtände zu beobachten: Zuſatz.

1.) Müſſen ſie, wo nicht alle, iedoch mehrentheils unterſchiedener Gröſſe, oder inæquales ſeyn.

2.) Müſſen ſie alle von einerley Benennung oder Homonymi ſeyn, und ſo iſt die Additio nichts anders, als Collectio inæqualium homonymorum.

5. Aufgabe.

5. Aufgabe. 87. Eine Zahl zu finden, ſo verſchiedenen kleinern Zahlen zuſammen genommen, gleich iſt, oder unterſchiedene bloſſe Zahlen zu addiren.

1. Setze man die gegebenen Zahlen alſo unter einander, daß die gleich benanten Sorten, nehmlich die Unitäten unter die Unitäten, die Zehner unter die Zehner, die Hunderte unter die Hunderte, die Tauſende unter die Tauſende ꝛc. fein gerade zu ſtehen kommen, (ſo formiret ſich von ieder Sorte eine über einander geſtellte Reihe, ſo ſonſt eine Colomne oder perpendiculum homonymorum heiſt.)

2. Wenn alle erwehnter maſſen unter einander geſchrieben, ziehe man darunter eine Linie, fange an von der Rechten gegen die Lincke, zehle alle Ziffern des erſten Perpendiculs nach und nach zuſammen, und ſetze deren Summe darunter, woferne ſie noch keine anwachſende Einheit, (Unitatem progresſionalem §. 23.) der folgenden Sorte ausmachet.

3. Wo aber der ſämtliche Gehalt eines Perpendicals juſt auf eine oder mehr anwachſende

de Einheiten der folgenden Sorte hinanſteigt, ſo rechne man die Anzahl ſolcher Einheiten zur folgenden Sorte, und ſetze unter den allbereit zuſammen gezehlten Perpendicul eine Nulle.

4. Und ſo die Summe eines Perpendiculs über die anwachſenden Unitäten der folgenden Sorte, noch einige eigene Unitäten beträgt, ſo zehle man wie vorhin die angewachſenen Unitäten zur folgenden höhern Stelle, und ſchreibe die eigenen Unitäten unter ihren gehabten Perpendicul, auf ſolche Weiſe gehe man weiter, ſo kommt endlich die Summe aller gegebenen Zahlen.

Exempel auf

No. 1 und 2.	No. 3.	No. 4.
D C B A	D C B A	F E D C B A
1 1 2 1	7 4 3 2	6'8 5.6'7
4 2 1 1	8 9 6 1	.7 6.9 8
1 1 2	9 6 2 4	9 2'6 3'2
1 3 3 1	9 8 3	3.7.8 5
1 1 2 2	∴ : .	1 2 9 6 3
7 8 9 7	2 7 0 0 0	1 8 5 6 4 5

Beweiß.

Vermöge geſchehener Zuſammenzehlung beſtehet die gefundene Zahl eben aus denſelben, und gleich vielen Elementis, (nehmlich Unitäten, Zehenern, und Hunderten ꝛc.) woraus die vorgegebenen Zahlen beſtehen, (§. 30.) folg-

folglich iſt ſolch aggregat denen vorgegebenen Zahlen gleich. (§. 67.)

1. Anmerckung. 88. Nehmlich A iſt die Colomne der Unitäten, B der Decadum, C der Centenariorum, D der Millenariorum, &c. Die angewachſenen Einheiten ſind in No. 3. mit Puncten hinüber, unter den folgenden Perpendicul geſetzt, und kan man ſie nach einiger Ubung auch nur ſo lange im Sinn behalten.

2. Anmerckung. 89. Es hindert nichts, wenn auch 2 oder 3 Ziffern im Sinn bleiben, indem man alle beyde, (oder alle dreye) alſo fort zur folgenden Reihe rechnen kan, z. E. es hätten die Unitäten mit ihrer Summe 216 gemacht, ſo ſchreibe man darunter die 6, die 21 Zehener aber zehle man zum folgenden Perpendicul der Decadum, u. ſ. w.

3. Anmerckung. 90. Will man ſo gleich, als in einer vorhergehenden Colomne Zehen gezehlet wird, in die folgende neben an einen Punct, (pro Unitate) ſetzen, ſo darff man nichts im Sinne mercken, und wird in währender Summation nicht ſo leicht von iemanden interrumpirt, wie in No. 4. zu ſehen.

4. Anmerckung. 91. In groſſen Haußhaltungs- und Cameral-Rechnungen, wo gantze lange Seiten addirt werden, kan man auch die Perpendicul in 2, 3 und mehr Sectionen theilen, iede Section beſonders addiren, und endlich die beſondern Summen in eine eintzige bringen, welche dann unten Latus genennet, und als Transport wieder oben auf die folgende Seite geſchrieben wird.

b.) Subtractio.

Erklärung. 92. Die Subtraction, (oder Subduction) (im weitläufftigen Verſtand) erfindet die Differenz der Zehler von gleich benahmten Dingen, wenn man den kleinern vom gröſſern ſo vielmahl hinweg

weg nimmt als man will. Als wenn 7 (Unitäten) von 15 (Unitäten) genommen werden, bleiben 8. Unitäten.

4 Hundert aus 12 hundert, bleiben 8 hundert, hiervon 4 hundert, bleiben wieder 4 hundert, hiervon noch 4 hundert, bleibt nichts, das iſt,

So man die Neuner nach den Stellen anſetzet:

	1200
Subtr.	400
	800
Subtr.	400
	400
Subtr.	400
	0

Und nach ſolcher allgemeinen Beſchreibung begreifft das Subtrahiren auch das Dividiren in ſich.

Im eingeſchränckten Verſtand aber iſt die Subtraction eine Erfindung der Differentz zwiſchen den Zehlern gleichbenahmter Dinge, wenn man den kleinern vom gröſſern nur einmahl hinweg nimmt.

Denn wenn wir ſetzen: 12 -- 4 -- 4 -- 4 = 0 ſo haben wir 4 können dreymahl hinweg nehmen, und ſpricht man kürtzer Dividendo: 4 in 12 hat man 3 mahl.

93. Demnach ſind bey den Zahlen, ſo man einmahl von einander will hinweg nehmen, ebenfalls 2 Umſtände wahr zu nehmen: Zuſatz.

1.) Müſſen ſie auch inæquales ſeyn. Denn gleiches von gleichen giebt allezeit o. und braucht daher keiner Operation.

2. Müſſen ſie einerley Benennung haben, oder Homonymi ſeyn, daß alſo die Subtraction nichts anders, als eine Separatio inæqualium Homonymorum.

6. Auf-

6. Aufgabe.

6. Aufgabe.

94. **Eine Zahl zu finden, ſo mit einer gegebenen zuſammen genommen, einer gewiſſen dritten Zahl gleich iſt, oder zwey verſchiedene Zahlen von einander zu** ſubtra**hiren.**

1.) Setze man die gröſſere Zahl oben, dann die kleinere von der Rechten gegen die Lincke anfangende unten darunter, (wie im Addiren geſchehen) und ziehe unter die unterſte eine Linie.

2.) Nehme man die Unitäten von Unitäten die Zehner von den Zehnern, die Hunderte von den Hunderten, ꝛc. und ſetze dasjenige, was überbleibet, in eben die Stelle unter die Linie.

3.) Soll man eine gröſſere Zahl von einer kleinern abziehen, ſo borget man vermittelſt eines Puncts oben von der folgenden geltenden Ziffer eins, zehlet es iederzeit als 10 zu ſolcher kleinern Zahl, und ſubtrahiret ſo dann die groſſe von beyder Gehalt zugleich, ſo gilt die obere mit ihrem Puncte nochmahls eins weniger.

4.) Findet ſich eine Nulle in der obern Zahl, ſo borge man bey der nechſt geltenden obern Ziffer Eins, welches gleicher geſtalt 10 gilt, ſubtrahire die untere von 10, und ſchreibe den Reſt in die gehörige Stelle, ſo gilt die obere

obere mit dem punct bezeichnete Ziffer nach⸗gehends ebenfalls Eins weniger.

5.) Stehen aber mehr Nullen ſo fort neben einander, ſo übergehe man ſelbige, und borge nur oben bey der nechſtfolgenden geltenden Ziffer vermittelſt des Puncts Eins, dann gilt die erſte Null 10, von den übergangenen aber iede 9, und die mit dem Punct Eins weniger; Alſo ſetze man ferner die Reſte von ieder Sorte unter die ihnen gehörige Stelle, ſo geſchiehet nach ſolchen Reguln die verlangte Subtraction.

Exempel auf:

	No. 1. 2.	No. 3.	No. 4.	No. 5.
ſ ═══	156879	73463	806040	4200000
p ═══	42356	829	213526	873426
r ═══	114523	72634	5925 4	3326574
	FEDCBA	EDCBA	FEDCBA	GFEDCBA

Beweiß.

Nach ſo her geſchehenem Abzug hält A in ſich den Reſt aller Einheiten, B den Reſt aller Zehener, C den Reſt aller Hunderte ꝛc. Und ſo iſt der gantze Reſt r aus eben denſelben und gleich vielen Elementis zuſammen geſetzt, woraus die beſondern Reſte A B C D E F beſtehen. Daher iſt die heraus gebrachte Zahl (r) eben diejenige, ſo da überbleibet, wenn man die gantze Zahl (p) von der gantzen Zahl (ſ) ſubtrahiret, (§. 69.) folglich iſt (r) der andere Theil, wel⸗

cher

cher mit dem gegebenen (p) zuſammen das angeſetzte Gantze, (r) ausmachet.

Anmerck. 95. Wie man 2, 3 und mehr Zahlen inſonderheit von einer dritten abziehen, und die Puncte an die Ziffern des Subtrahendi legen ſoll, wird unten in Compendiis der vier Operationen angewieſen werden.

c.) Von der Multiplication.

Erklär. 96. Die Multiplication lehret eine Zahl ſo viel mahl nehmen, als es eine andere Zahl nach ihrem Einheits-Gehalt haben will.

Z. E. 5 mit 3 multipliciren heiſt 5 ſo vielmahl nehmen, als es die Zahl 3 nach ihren in ſich haltenden Einheiten erfordert, das iſt: 5 + 5 + 5 = 15. Desgleichen heiſt 6 (nicht ein gantz mahl, ſondern) nur $\frac{1}{3}$ mahl nehmen, nichts anders, als von 6 nur 2 ſetzen.

1. Zuſatz. 97. Und ſo iſt das Multipliciren überhaupt nichts anders, als Rem ad præſcriptum multiplicantis ponere. Nehmlich wie vielmahl die Unität und der Multiplicans in einander ſtecken, ſo vielmahl muß auch der multiplicandus und das product in einander enthalten ſeyn.

In vorigen beyden Exempeln ſtecket 1 in 3 eben ſo vielmahl, als 5 in 15. Und $\frac{1}{3}$ iſt der dritte Theil von der Unität, gleichwie das product 2 auch nur der dritte Theil von ſeinem Multiplicando 6 iſt.

2. Zuſatz. 98. Alſo wenn man 15 in 3 gleiche Reihen ſetzt, entſtehet eine Flächen-Zahl: (§. 59.) ⁝⁝⁝⁝⁝ und werden hier 5 ſo vielmahl geſetzet, als 3 Unitäten hat, es ſind aber auch in eben dieſer Zahl 3 ſo vielmahl genommen, als

als 5, Unitäten hat, daher hat 3 mahl 5 eben diejenigen und ſo viel Elementa als 5 mahl 3, und demnach macht die veränderte Ordnung der efficientium kein ander factum. (§. 67.) wovon unten mit mehren.

99. Gleichwohl iſt es in gröſſern Zahlen bequemer, daß man den kleinen Efficienten unter den groſſen ſetzet, denn mit ſeinen wenigern Ziffern läſt ſich der gröſſere ehender multiplicando durchgehen, als der kleinere mit den Ziffern des gröſſern, alſo iſt es leichter, wenn man z.E. 6978 mit 243, als wenn man 243 mit 6978 multipliciret, ob ſchon beyderſeits einerley heraus kömmt. 1. Anmerckung.

100. Eine Zahl mit einem Bruch multipliciren, heiſt dieſelbige weniger als einmahl ſetzen, als 12 mit $\frac{2}{3}$ multipliciren, heiſt 12 ſo vielmahl nehmen, als es zweydrittel nach ihrem Einheits-Gehalt haben wollen; Nun halten zwey drittel weniger als 1, nehmlich nur ein doppeltes drittel von einer Einheit, alſo muß auch das factum nur ein doppeltes drittel vom multiplicando halten, das iſt: 4 zweymahl genommen, oder 8. 2. Anmerckung.

101. Und hieraus ſiehet man, daß die Definition des Multiplicirens nur von den gewöhnlichſten, nehmlich den gantzen Zahlen in einander zu verſtehen iſt, wenn man ſagt: ſie ſey multiplex Additio. Denn da das product gar offte kleiner heraus kömmt, als der multiplicandus, hat man ſchon lange angemercket, daß man von der Multiplication überhaupt einen weitläufftigern Concept haben müſſe, wenn man auch diejenige mit Brüchen darunter verſtehen will. * 3. Anmerckung.

102. **Das einfache (oder kleine) Ein mahl Eins, (ſonſt Menſula Multiplicationis, oder Abacus Pythagoricus genannt,) iſt eine Herſtellung aller producte aus den Anfangs-Zahlen.** Erklär.

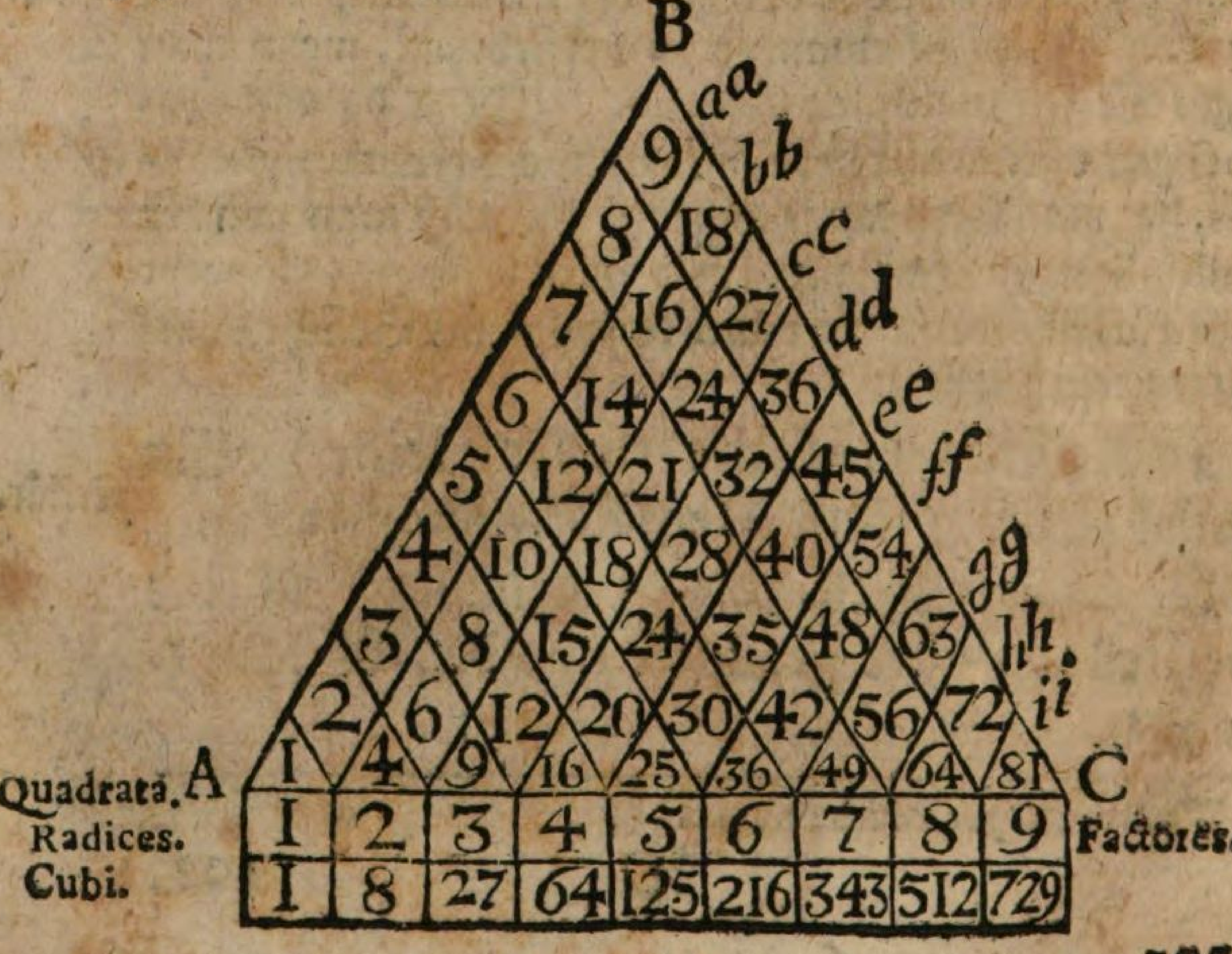
* Walliſius Oper. Mathem. p. 135.

1. Zuſatz. 103. Und da ſolches gantze Zahlen, deren producte auch durchs addiren können heraus gebracht werden, ſo darff man nur z. E. 4 drey mahl zu ſich ſelbſt addiren, wenn man das factum von 3 mahl 4 oder 4 mahl 3 (§. 98.) wiſſen will, als:

• • • •		4		4	
• • • •	oder	† 4	oder:	† 4	
• • • •		† 4		8	
		12		† 4	
				12	

2. Zuſatz. 104. Folglich kan man nur einen Triangul ABC auf jeder Seite in 9 gleiche Theile theilen, und von ſolchen Theilen die Linien gegen über hindurch ziehen, unten aber noch zwey grade Reihen, jede von 9 Fächern darunter ſetzen, wenn ein bequemlich Ein mahl Eins ſoll heraus kommen.

Denn da darff man nur anfangs die monadicos in die erſte Reihe aa ſchreiben, ſolche noch einmahl zu ſich ſelbſt addiren, (oder doppelt nehmen) ſo kömmt die Reihe bb. Nimmt man ſo dann die doppelten und die einfachen in der Reihe aa und bb zuſammen, ſo kommen die dreyfachen in cc, und ſo man die dreyfachen und einfachen wieder zuſam̃en nim̃t, ſo kom̃en die 4 fachen in der Reihe dd &c.



105. Es ſtehet aber einem ieden frey, ob er ſolche Producta in ein Vier-Eck, in ein rechtwincklicht- oder gleichſeitig Drey-Eck ſetzen will, und hat man hier das Triangulum æquilaterum deswegen erwehlet, weil es leicht zu beſchreiben, und nicht allein die Producte auf zweyerley Weiſe deutlich angiebt, ſondern auch die Quadrata, Radices und Cubos unten gar ſchicklich ordnet. Denn es bringen allemahl die zwey Factores in der untern Reihe, (oder die Radices) ihr Product in der Spitze des darauf ſtehenden kleinern Trianguls oben mitten darüber ſehr kenntlich zum Vorſchein, z. E. 6 mahl 9 haben oben in der Spitze, wo 6 und 9 zuſammen lauffen, nehmlich bey ff ihr Product 54, und alſo auch mit andern. Oberhalb den Wurtzeln ſtehen ſo gleich die Quadrat-Zahlen, und nachdem man ſie zuſammen multipliciret, darunter die Cubic- oder Würffel-Zahlen, ſo in der Doctrin derer Potentzen ſchon werden ihre Dienſte thun. Anmerckung.

106. Wenn man Achtung giebt, ſo wachſen die Horizontal-ſtehenden Producte nach beygeſetzten Seriebus oder Reihen, darinnen die folgenden Zahlen allezeit um 2 mehr ſind, und der Anfang von 3 durchaus nach der Ordnung von oben herunter gehet. Nehmlich die untern Quadrat-Zahlen wachſen mit: Anmerck.

Die darüber ſtehenden wachſen nach:	3	5	7	9	11	13	15	17
	4	6	8	10	12	14	16	
	5	7	9	11	13	15		
	6	8	10	12	14			
	7	9	11	13				
	8	10	12					
	9	11						
	10							

Und alſo kan man den Pythagoriſchen Rechen-Tiſch noch auf eine andere Art decken, wenn man nehmlich zu den Anfangs-Zahlen vorhergehende Reihen nach und nach addiret, und ſo gleich die Summen horizontaliter hinein ſchreibt.

Es muß aber niemand dencken, daß es mit dem alſo aufgeſchriebenen Ein mahl Eins ſein Bewenden hat, ſondern, wer kurtz und öffters in mente etwas rechnen will, der muß es auswendig wiſſen, und ſollen hierzu unten in Compendiis Specierum auch einige Vortheile mit angewieſen werden.

Erklär. 107. **Das zuſammen geſetzte (oder groſſe) Ein mahl Eins iſt eine Herſtellung der Producte, ſo aus der Multiplication derer Zahlen, ſo gröſſer, als die Anfangs-Zahlen ſind, heraus kommen.**

Anmerck. 108. Man darff das einfache nur continuiren, ſo entſtehet hieraus das gröſſere, jedoch iſt nicht nöthig, das Gedächtnis damit zu beſchwehren, wenn man nur von einer eintzelen gröſſern Zahl ihre multipla fein behende finden kan, welches gleicher geſtalt ohne das Ein mahl Eins bloß addendo geſchiehet, und ein Tarif genennet wird.

326	1
652	2
978	3
1304	4
1630	5
1956	6
2282	7
2608	8
2934	9

Als man will ſo gleich die Multipla von 326 wiſſen, ſo addire man das Simplum 326 noch ein mahl zu ſich ſelbſt, kömmt das Duplum 652. Dieſes addire man zum Simplo, kommt das Triplum 978, ſolch Triplum addire man wieder zum Simplo, dann kömmt das Quadruplum &c. Nehmlich man darff nur die letzte und erſte Zahl allemahl zuſammen nehmen. Dergleichen leicht zu findende Multipla

tipla ſchaffen ſo wohl in der Multiplication als Diviſion guten Vortheil, wovon bald ein mehres.

109. Ubrigens ſind beym Multipliciren wie- Anmerck.
derum 2 Umſtände zu mercken:

1.) Pflegen die Zahlen, ſo man in einander führet, gleichergeſtalt von einerley Benennung zu ſeyn, ob ſie es ſchon dem erſten Anſehen nach nicht allemahl ſcheinen.

2.) Werden ſo wohl die Zehler in einander, als auch die Nenner in einander multipliciret.

110. Denn weil iede Zahl aus ihren Zehler und Nen- 1. Erläu-
ner beſtehet (§. 17.) ſo heiſt eine Zahl durch eine Zahl mul- terung.
tipliciren nichts anders, als einen Zehler durch den andern Zehler, und einen Nenner durch den andern Nenner multipliciren, z. E.

Unit.	Unit.	Unit. Unit.	Unitäten		3
3 durch	2 facit	6	oder 6,	das iſt nach	2
				den Stellen:	6

Decades	Unit.	Decades. Unit.	Decad.		40
4 durch	2 geben	8	oder 8	das iſt	2
				nach den Stellen:	80

Decad.	Centen.	Dec. Cent.	Millenar.		30
3 durch	2 thun	6	oder 6	das iſt:	200
					6000

Centen.	Cent.	Cent. Cent.	Myriades		300
3 durch	3 machen	9	oder 9	das iſt:	300
					90000

Und alſo auch in gemeinen gebrochnen Zahlen:

Viertel	Halbes	Halbe-Viertel	Achtheil	
3	durch 1	thun 3	oder 3,	das iſt,

wenn man ſie Bruchs-Weiſe ſchreiben will:

$^{4}3$ durch $^{2}1$ machen $^{8}3$, oder nach gemeiner Art:

$\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{2}$ geben $\frac{3}{8}$

So unten in Rechnungs-Arten der Brüche ſchon ſoll klärer werden.

2. Erläut. 111. Und ob ſchon die Denominatores intrinſeci von einander unterſchieden ſind, als die Unitäten von Decadibus, die Decades von Millenariis, &c. und weder in Additione ſimplici noch multiplici ſchlechthin dürffen zuſammen genommen werden, ſo können doch alle, indem ſie durchgehends Denominatores Unitatum ſind, (§. 30. Nehmlich die Decades ſind der Unitäten Decades, die Millenarii ſind der Unitäten Millenarii &c.) als homonymi betrachtet, und alſo zuſammen multipliciret werden, z. E.

	3. Decades Unitatum			30 Unit.
durch	2. Unitates Unitatum		das iſt:	2 Unit.
geben	6 Decades Unitatum.		thun:	60 Unit.

	3 Millenarii Unitatum		
durch	3 Decades Unitatum		3000 Unit.
geben	9 Decad. Millenar. oder	das iſt: mit	30 Unit.
	9. Myriades Unitatum	thun	90000 Unit.

3. Erläut. 112. Auf gleiche Weiſe multipliciret man auch in gebrochenen Zahlen nicht allein Viertel mit Vierteln, 6theil mit 6theilen, 10theil mit 10theilen ꝛc. ſondern auch Viertheil mit Halben, Drittheil mit Fünfftheilen, 10theil mit 100theilen ꝛc. Nehmlich weil alle ſolche Brüche, als Theile von einerley Unität oder Sache, und folglich homonymiſch angenommen werden, welches z. E. in $\frac{2}{3}$ thl. und $\frac{3}{4}$ gr. nicht geſchiehet, in dem ſie zuſammen multiplicirt, weder $\frac{6}{12}$ thlr. noch $\frac{6}{12}$ gr. ausmachen.

113.

113. Daß man aber das Factum von den Nennern der Gantzen nicht eben ſo, wie das Factum der Nenner von Brüchen abſonderlich exprimiren darff, iſt keine andere Urſach, als daß die Benennung der Gantzen aus den Stellen, der gemeinen Brüche aber nicht aus den Stellen, ſondern aus ihrer Ober- oder Unterſchrifft pfleget verſtanden zu werden. z. E. 30 mit 200 multipliciren, iſt nicht 200 mahl 3, oder 600 ſetzen, ſondern weil hier 3, (nicht Unitäten, ſondern) Decades bedeutet, ſo müſſen die 600 in die andere Stelle zu ſtehen kommen, und 600 mahl 10, das iſt: 6000 machen. (§. 110.) * Anmerck.

114. Dahero kan man nur bey denen Zahlen, welchen einige Nullen angehänget ſind, die geltenden Ziffern in einander multipliciren, und zum Facto die ſämmtliche Anzahl der Nullen hinanſetzen. Zuſatz.

7. Aufgabe.

115. **Eine Zahl zu finden, die ſo groß gegen einer andern Zahl iſt, als eine gegebene gegen Eins, oder zwey gegebene Zahlen in einander zu multipliciren.** 7. Aufgabe.

1.) Ziehe man unter die gröſſere Zahl (den multiplicandum) eine Linie, und ſetze die kleinere Zahl, (den Multiplicatorem,) zur rechten Hand bey Seite.

2.) Nehme man iedwede Ziffer des Multiplicandi nach und nach ſo viel mahl (vermittelſt des Ein mahl Eins) als die letzte Ziffer des Multiplicatoris Unitäten hat, (§. 96.) fange

* Wie ſolches auf dieſe Art und noch mit mehren Herr Wels in ſeinen Elementis Arithmeticæ Numer. und Specioſæ pag. 60. und in Notis pag. 67. und 68. ausführet.

beyderſeits von der rechten Hand an, und ſchreibe die Producte eben alſo und in ſolcher Ordnung darunter, wie man oben in der Addition mit den Summen gethan hat. (§.87.)

3.) Desgleichen nehme man iede Ziffer des Multiplicandi ferner ſo viel mahl, als die folgende Ziffer des Multiplicatoris Unitäten hat, iedoch fange man an, die Producte unter diejenige Stelle zu ſchreiben, welche die gebrauchte Ziffer des Multiplicatoris hat inne gehabt, (§. 110. und 113.)

4.) Unter dergleichen ſtückweiß-heraus gebrachte Producte, (ſo man zuſammen Facta partialia nennt,) ziehe man eine Linie, und addire ſie gewöhnlicher maſſen, (§. 87.) ſo giebt die Summe das Haupt-Factum.

Z. E. Man ſoll 3512 mit 24 multipliciren, oder man ſoll eine Zahl finden, die ſo groß gegen 3512, als 24 gegen Eins iſt, ſo ſtehet die Operation alſo:

Multiplicandus	3512	
erſtes Factum partiale:	14048	(24 Multiplicator
anderes Factum partiale:	7024	
Factum Totale:	84288	

Beweiß.

Das erſte Stückweiß-heraus gebrachte Product, (hier 14048) begreifft alle Theile des Multiplicandi ſo vielmahl in ſich, als die letzte Ziffer des Multiplicatoris, (hier 4.) Unitäten hat, (beſage der Operation und des Ein mahl Einses.) Und das folgende ſtückweiß-heraus ge-

gebrachte Product begreifft gleicher geſtalt alle Theile des Multiplicandi ſo viel mahl, als die folgende Ziffer des Multiplicatoris Unitäten hat, (§. 110.) Nachdem aber das Haupt-Factum denen ſtückweiß-heraus gebrachten Producten gleich iſt, (§. 87.) wie auch der Multiplicator ſeinen Theilen, (hier 4 Unit. und 2 Decadibus,) ſo hält ſolch Factum Totale den gantzen Multiplicandum ſo viel mahl in ſich, als der gantze Multiplicator die Unität, (§. 67.) Demnach iſt die gegebene Zahl (3512) begehrter maſſen multipliciret, (§. 97.)

116. Indem das andere Factum partiale allezeit weiter hinein gerücket wird, ſo ſiehet man hieraus, daß die letzte Ziffer vom erſten Facto partiali allezeit im Haupt-Facto noch mit muß zum Vorſchein kommen. Dahero auch in ſolcher Ziffer ſich alle Haupt-Facta endigen müſſen. z. E. wenn man 547 mit 98 multiplicirt, muß ſich das Factum Totale in 6 endigen. Zuſatz.

117. Weil man eine Zahl von der vornehmſten und gröſten Benennung zu allererſt pflegt auszuſprechen, (§. 37.) ſo wird man hinfort diejenige Ziffer, ſo in Loco Unitatum ſtehet, die letzte nennen, worinnen ſich nehmlich eine Zahl endiget, welches einmahl vor allemahl ſoll erinnert ſeyn. Anmerck.

118. Daß man die eintzelen Producte aus dem Ein-mahl Eins auch gantz darunter ſchreiben, die Unitates progresſionales nicht im Sinne behalten, auch von der lincken Hand gegen die Rechte zu, anfangen dürffe, haben unterſchiedene Autores allbereit ſchon angewieſen. * Anmerck.

* P. Preſt. Nouv. Elem. des Mathematiques, p. 32. Herr Prof. Becker in einer beſondern Diſſertat. de Multiplicatione Cap. IV. §. 3.

Anmerck. 119. Wenn der Multiplicator, oder eine Ziffer des Multiplicatoris 1 iſt, ſo brauchet es keine Multiplication. Denn da der Multiplicator der Unität gleich iſt, ſo muß auch das Product den Multiplicando gleich ſeyn, (§. 96. und 97.) und darff er alſo nur abgeſetzet werden, z. E. 732 mit 11. multiplicirt:

	732
thun:	8052

Anmerck. 120. In dem viel mahl Nichts eben ſo viel macht, als ein mahl Nichts, und die Nullen keine geltende, ſondern nur ſtellende Ziffern ſind, (§. 24.) ſo übergehet man die Nullen ſo wohl im Multiplicando, als auch im Multiplicatore, wann etliche mitten darinnen zu ſtehen, vorkommen. z. E.

3700065	(84	35042	(7009
14800260		315378	
29600520		245294	
310805460		245609378	

Anmerck. 121. Endigen ſich aber die Efficientes in eine oder mehr Nullen, ſo multipliciret man nur die geltenden Ziffern in einander, und ſetzet die Anzahl der Nullen von beyden Efficienten unten ans Ende des Haupt-Facti, (§. 110.) als:

79200	(6000	42000	(570000
Fac. 475200000		294	
		210	
		23940000000	

d.) Von

d.) Von der Diviſion.

122. Die Diviſion lehret aus zwey gegebe- nen Zahlen eine dritte finden, die da andeutet, wie viel mahl die eine in der andern enthalten iſt. Erklär.

Z. E. wenn aus 3 und 15 die dritte Zahl ſoll gefunden werden, die da anzeigen ſoll, wie offt die kleinere (3) in der gröſſern, (15) ſtecke, ſo iſt ſolche dritte Zahl, 5 Alſo auch wenn man ſoll ausmachen, wie offt —+—+—+— (4) in —+— (2) begriffen ſey, ſo zeigt ſichs, wenn man die gröſſere Quantität auf die kleinere appliciret, daß 4 noch nicht gar einmahl, ſondern nur $\frac{2}{4}$ mahl, oder $\frac{1}{2}$ mahl in 2 enthalten ſey.

123. Solche dritte Zahl, die den viel- oder wenig mahlen Gehalt zweyer Dinge in ander, anzeigt, wird mit einem beſondern Wort, der Quotus, der Quotiente, der **Anzeiger**, oder **Angeber** genannt. Erklär.

124. Was demnach die Multiplication zu- ſammen nimmt, das löſet die Diviſion wieder auf, ſo muß man dahero die Menſulam Pythagoricam auch mit zur Diviſion brauchen, und eben deswegen, daß 5 mahl · · ·(3) ⁝⁝⁝⁝⁝ (15) macht, inferiren, daß 3 in 15 juſt 5 mahl ent- halten ſeyn, oder daß von 15 der 5te Theil juſt 3 austräget, desgleichen daß 5 in 15 juſt 3 mahl begriffen, und 5 ein dritter Theil aus 15 ſey. Zuſatz.

125. So vielmahl alſo die Unität in dem Quotienten ſtecket, ſo vielmahl muß auch der Diviſor in dem Dividendo begriffen ſeyn, als Zuſatz.

hier

hier ſtecket 1 in 5 fünffmahl, gleich wie 3 in 15 auch fünffmahl. Und ſo man 15 mit 5 dividiret, iſt der ietzige Quotus (3) dem vorigen Diviſori gleich, und der ietzige Diviſor (5) wird dem vorigen Quoto gleich. Da nun vorhin 1 gegen den Quotum ſich verhielte, wie der Diviſor gegen den Dividendum, ſo kan man gleiches vor gleiches ſetzen, und auch ſagen: daß 1 gegen den Diviſorem ſich verhält, wie der Quotus gegen den Dividendum. Begreifft demnach der Diviſor die Unität ſo vielmahl in ſich, als der Dividendus den Quotum.

Zuſatz. 126. Woraus denn folget, daß die Unität gar nicht dividiret, nehmlich weil alsdenn der Diviſor der Unität gleich, ſo iſt der Dividendus auch dem Quoto gleich, und braucht es dahero keiner Operation.

Anmerck. 127. Auch ſiehet man aus ſolcherley Zertheilung, daß der Diviſor in bloſſen Zahlen nichts anders, als ein **abgetheiltes Maaß** iſt, mit welchem ein Ding muß ausgemeſſen werden, und daß der Quotus nicht mehr thut, als daß er zehlet, wie viel mahl ſolch Maaß in dem gemeſſenen zugereichet hat, und ſo kan man das Dividiren auch beſchreiben, daß es nichts anders ſey, als Rem ad præſcriptum diſtinctæ Menſuræ metiri.

Erläuterung. 128. Zwar ſchlecht hin kan man mit einem gröſſern unabgetheilten Maaß eine kleinere Gröſſe nicht deutlich meſſen. Allein da die Numeri determinati nach einer gemeinſchafftlichen Unität diſtinguiret und ausgetheilet

ſeyn,

ſeyn, * ſo meſſen dennoch der gröſſern gantzen Zahl ihre Theile eine kleinere gantze Zahl, wenn ſchon die kleinere von der gantzen gröſſern nicht ausgemeſſen wird. Und auf dieſe Art kan man von abgetheilten Zahlen auch überhaupt ſagen, daß man mit ihnen ſo wohl theilen als meſſen kan, ob ſchon ſonſten der P. Taquet wohl angemercket, daß Diviſio mehr, als Menſio involvire, indem man auch eine kleinere Zahl mit einer gröſſern dividiren, aber nicht meſſen könne, wenn man nehmlich ſetzet, daß das gantze Maaß ein oder etliche mahl genommen, allezeit dem zumeſſenden ſoll gleich werden. **

129. Da nun das Menſuratum aus eben denen, und ſo vielen Elementis beſtehet, als die ſo viel mahl genommene Menſur, ſo muß das Factum Diviſoris und Quoti allemahl den Dividendum wieder herſtellen, (§. 67.) Zuſatz.

Z. E. wenn man ⁝ ⁝ ⁝ ⁝ ⁝ (15) mit ⁝(3) ausmiſſet, und ſiehet, daß 3 davon der fünffte Theil iſt, ſo muß ſolcher fünffte Theil (ſo vielmahl, als es der Quotus anzeigt, als hier) 5 mahl genommen, dem gemeſſenen Gantzen gleich ſeyn. Ebener maſſen da von 4 in 2 nur die Helffte vom gantzen Maaß iſt begriffen geweſen, ſo muß auch $\frac{1}{2}$ mahl 4 juſt wiederum 2 machen. (§. 124.)

130. Und hierinnen liegt der Grund zur Diviſion, nehmlich wenn ein Diviſor gegeben, ſo muß der Quotus nicht gröſſer oder kleiner genommen werden, als daß beyder Product den Dividendum reſtituirt, z. E. Es ſey der Theiler 6, und die zutheilende Zahl 42, ſo kan der Quotus nichts anders, als 7 ſeyn, weil das Fa- Grund der Diviſion.

* Von Numero diſtincto beſehe man Herrn Prof. Haſii Diſſertation de Nihilo Mathemat. pag. 4. und 12.

** Taquet, Elem. Arithm. in Euclid. Lib. V.

ctum von 6 und 7 eben ſolchen Dividendum wie-
der herauſſer bringt.

Zuſatz. 131. Woraus man nochmahls ſiehet, daß die Unität, als Diviſor, gar nicht dividiret, indem ſie den Quotum nicht multipliciren kan, (§. 119.) Dahero er an und vor ſich ſelbſt ſchon dem Dividendo muß gleich ſeyn.

Erklär. 132. Daferne aber ein Factum Diviſoris und Quoti in gantzen Zahlen den Dividendum nicht gantz heraus bringt, ſo nennet man dasjenige, was in der **zutheilenden Zahl** übrig bleibet, Reliquum oder Reſiduum, als weil 4 die Zahl 11 nicht gäntzlich dividiret, ſo iſt der Quotus 2, und das Reſiduum 3.

Zuſatz. 133. Und da auf dieſe Art das Factum Diviſoris und Quoti gleich iſt dem Dividendo weniger dem Reſiduo, (§. 129.) ſo iſt das Factum Diviſoris und Quoti mit dem Reſiduo gleich dem Dividendo.

Z. E. Wenn 11 mit 4 dividirt, 2 bringt und 3 überbleiben, ſo iſt:

$$4 . 2 = 11 - 3 \text{ und } 4 . 2 + 3 = 11.$$

Zuſatz. 134. Das Reſiduum kan alſo nicht gröſſer, auch nicht ſo groß ſeyn, als der Diviſor. Denn ſonſt ſteckete er noch einmahl drinne, und müſte demnach im erſten Fall der Quotas wenigſtens um 1 gröſſer ſeyn, im andern Fall aber müſte er juſt um 1 gröſſer ſeyn, und würde ſo dann das Factum Quoti und Diviſoris den Dividendum

reſti-

reſtituiren, und gar nichts überbleiben, welches wieder obige Bedingung wäre.

135. Dahero offenbahret ſich ein Fehler im dividiren, wenn eben ſo viel, oder noch mehr übrig bleibt, als die Zahl iſt, womit man dividiret hat, das iſt: wie die Arithmetici ſagen, das Reſiduum muß wenigſtens um 1 kleiner, als der Diviſor ſeyn. Anmerck.

136. So der Dividendus aus vielen Ziffern beſtehet, nimmt man auf einmahl nur einen Theil vom Dividendo, und ſiehet, wie offt der Diviſor darinnen enthalten. Anmerck.

Z. E. 6 in 1926 kan ich nicht auf einmahl dividiren, dahero nehme ich anfangs nur 19 hundert, und ſage, 6 in 19 habe ich 3 mahl, und ſetze den quot (3) in den dritten Locum, nehmlich der Hunderte ꝛc. und

Dergleichen Theil nun, welchen man nur auf einmahl nimmt, heiſſet man Dividuum, ſcil. numerum, und ſo wären in obiger Zahl die Dividui erſt 19 hundert, dann 12 Decades, und endlich 6 Unitäten. Erklär.

137. Weil die Diviſion aus einander nimmt, was die Multiplication zuſammen geſetzt, (§. 124.) ſo ſind im Dividiren eben auch iederzeit 2 Umſtände zu obſerviren: Anmerck.

1.) Müſſen die kleinere Zahl, ſo die gröſſere ausmiſſet, und die gröſſere, ſo von der kleinern ausgemeſſen wird, (mit einem Wort: Menſura und Menſuratum) homogeniſch ſeyn.

2.) Werden ſo wohl die Zehler in einander, als auch die Nenner in einander dividiret.

Erläute-rung. 138. Denn ob wohl die Denominatores intrinſeci gar ſelten im Diviſore und Dividendo einerley ſeyn, ſintemahl man öffters mit den Unitäten in die Decades und Centenarios, oder mit dieſen in die Millenarios oder Myriades &c. dividiren muß, ſo ſind es doch allezuſammen originaliter Denominatores Unitatum, oder urſprüngliche Einheiten (§. 30.) und ſind 9 Myriades mit 3 Decadibus getheilet, nichts anders, als 90000 Unitäten mit 30 Unitäten dividirt. (§. 111.)

Erläute-rung. 139. Desgleichen da iede Zahl aus ihrem Zehler und Nenner beſtehet, (§. 17.) ſo dividirt man eine Zahl durch eine andere, wenn man der einen Zehler mit der andern Zehler, und der einen ihren Nenner mit der andern ihren Nenner dividiret, als:

Unit.		Unit.		Unit. (:) Unit.		Unit.
8	mit	2	dividirt, bringen	8 : 2	=	4

Cent.		Dec.		Cent. (:) Dec.		Dec.
6	mit	2	dividirt, thun	6 : 2	=	3

das iſt, wenn man die Nenner nach ihren Stellen andeutet:

60|0 (bringen 30.
2 |0

Millen.		Dec.		Mill. (:) Dec.		Cent.
6	mit	3	dividirt, geben	6 : 3	=	2

das iſt: 600|0 (geben 200. (Vermöge des 130
3 |0 und 121 §.)

Desgleichen auch in Brüchen, allwo entweder die Nenner einerley, oder doch gemeinſchafftliche Theile von einerley Unität oder Sache ſind:

Achttheil		Achttheil		8 : 8
6	mit	2	dividirt, geben	6:2 = $^{1}3$ = 3

das iſt nach gemeiner Art: $\frac{6}{8}$ mit $\frac{2}{8}$ divid. geben $\frac{3}{1}$ oder 3.

zwan-

Zwantzigtheil Fünfftheil $^{20}:^{5}$

9 mit 3 divid. bringen 9:3 $=$ $^{4}3$, das iſt, nach gewöhnlicher Bruchs-Expreſſion:

$\frac{20}{9}$ dividirt mit $\frac{3}{5}$ geben $\frac{3}{4}$

So in Brüchen an ſeinem Ort ſchon ſoll klärer werden.

Anmerckung.

140. Wo aber die Benennungen nicht homonymiſch ſind, (welches iezuweilen in Numeris Applicatis oder concretis geſchiehet,) da kan man ſie auch nicht ſchlechterdings in einander dividiren, als: $^{20}9$ thlr. mit $^{4}3$ gr. dividirt, geben weder $^{5}3$ thlr. noch $^{5}3$ gr. Auch geben 48 Zoll mit 2 Schuhen dividirt, weder 24 Zoll noch 24 Schuh, ſondern man ſchreibt ſie indeſſen: $^{20}9$ thlr : $^{4}3$ gr. oder 48 Zoll : 2 Schuh, bis ſie nehmlich erſt reducirt worden, wovon unten im Capite Reductionis.

Lehrſatz.

141. Wenn eine kleinere Zahl mit einer gröſſern ſoll dividirt werden, ſo muß im Quoto weniger als 1, nehmlich ein Bruch (§. 12.) kommen. Denn wenn der wahre Quotus 1 oder mehr machte, ſo käme im erſten Fall das Factum Diviſoris und Quoti, das iſt: der Diviſor dem Dividendo gleich, im andern Fall aber müſte der Diviſor kleiner ſeyn, als der Dividendus, (§. 129) welches beydes wieder die angenommene Bedingung wäre.

Zuſatz.

142. Demnach ſchreibt man den gröſſern Diviſorem unter einen kleinern Dividendum vermittelſt einer gezogenen Linie nur darunter, als: 2 mit 4 ausgemeſſen oder dividirt, giebt ſo gleich den Quotum:

Viertel

2 oder $\frac{2}{4}$ (§. 122.) oder, wenn man den Nenner (nicht aus Neuſucht, ſondern aus trifftigen Urſachen, wovon bald in Brüchen ein mehres,) mit einer kleinen Ziffer will oben vorherſetzen: $^{4}2$.

Zuſatz. 143. Und weil dasjenige, ſo im Dividendo überbleibet, ſo zu ſagen, noch die Stelle eines Dividui vertritt, ſo muß man es auch noch dividiren, und bringt nach vorhergehenden, einen Bruch, den man noch zum Quoto ſetzen muß. Dahero ſchreibt man ſolch Reſiduum aus dem Dividendo hinter den Quotum, nehmlich man ſetzet es gewöhnlicher maſſen oben, ziehet unten her eine Linie, und ſetzet den Diviſorem darunter, als 11 mit 4 dividirt, giebt im Quoto $2\frac{3}{4}$, oder ſo man den Nenner will oben ſetzen, diſtinguire man die Gantzen vorher durch zwey commata, und ſchreibe: 2,,⁴3, und wird nun der Quotus eine vermiſchte Zahl, deren Gantze mit dem Diviſore multiplicirt, und der Fehler zum Facto addirt, den Dividendum wieder genau heraus bringen. (§. 133.)

8. Aufgabe.

8. Aufgabe. **144. Zu finden wie offt der Gehalt einer kleinern Zahl in dem Gehalt einer gröſſern Zahl begriffen ſey, oder eine gegebene Zahl mit einer kleinern zu dividiren.**

Uberhaupt iſt zwar die Regul zur Diviſion gar kurtz, Nehmlich:

Anmerkung. **Man ſetze die Ziffern des Quoti nicht gröſſer, als daß ſie mit dem Diviſore multiplicirt, von ihrem ordentlich fortgehenden Dividuo können abgezogen, und daß die Reſte iederzeit kleiner, als der Diviſor, werden. (§. 134. 135.)**

Alleine wegen einiger Umſtände iſt es nöthig, ſolche Regul deutlicher und etwas weitläufftiger zu machen.

Aufloſung. 1.) Unterſcheide man den Dividendum vom Quoto mit einem Strich, oder halben Mond, ſetze

ſetze den Diviſorem zur Lincken an die Seite, und ſchlieſſe ihn mit einem kleinen Bogen ein.

2.) Eigne man anfangs dem Diviſori aus dem Dividendo ſeinen ſattſamen Dividuum zu (§. 136.)

3.) Beſtehet nun der Diviſor aus einer eintzigen Ziffer, ſo forſche man vermittelſt des Ein mahl Einſes wie offt er in dem Gehalt der erſten, (oder der beyden Ziffern) des Dividui enthalten ſey, und ſetze den Anzeiger, das iſt, den Quotienten hinter den halben Mond.

4.) Daferne aber der Diviſor aus mehr Ziffern beſtehet, forſche man, wie offt die erſte Ziffer des Diviſoris in dem Gehalt der erſten, oder der beyden erſten Ziffern des Dividui begriffen ſey, und ſetze den Anzeiger inzwiſchen nur in Gedancken zum Quotienten.

5.) Multiplicire man mit der eingebildeten Ziffer des Quotienten den gantzen Diviſorem, und ſehe, ob ſolch Factum dem Dividuo entweder gantz gleich, oder doch ſo weit gleich komme, daß es nach geſchehener Subtraction, (§. 94.) allezeit weniger überlaſſe, als der Diviſor iſt. (§. 134. 135.)

6.) So ſich dieſes alſo befindet, ſchreibe man den in Gedancken gehabten Quot hinter den halben Mond würcklich aus, fange von forne an, und ſubtrahire das Factum ieder Ziffer des Diviſoris in die gefundene Quots-Ziffer,

nach und nach vom Dividuo, ſtreiche die Ziffern des Dividui, davon man abgezogen, ſo gleich aus, und ſetze den Reſt, (wenn einer bleibet,) fein ordentlich darunter.

7.) Hat nun der Diviſor noch nicht biß ans Ende des Dividendi gelanget, ſo concipire man, daß der Diviſor in der nechſt folgenden geringern Stelle des Dividendi ſtehe, nehme zu dem vorigen Reſt, (ſo einer da iſt,) die drauf folgende Ziffer des Dividendi, ſo komt ein neuer Dividuus, und zu dieſen erfinde man eine neue Quots-Ziffer wie zuvor; Iſt aber der gantze neue Dividuus zuſammen genommen kleiner, als der Diviſor, ſo ſetze man im Quoto eine Nulle, und nehme wie zuvor wieder einen neuen Dividuum.

8.) Auf dieſe Art verfahre man immer weiter, biß durch die concipirte Fortſetzung die letzte Ziffer des Diviſoris den letzten Locum des Dividendi occupiret hat, dann werden im Quoto ſo viel Ziffern heraus kommen, als die letzte Ziffer des Diviſoris im Dividendo hat Stellen erreichen können, und zuſammen anzeigen, wie offt der Theiler in der zutheilenden Zahl enthalten ſey.

Z. E. Man ſoll angeben, wie offt die Zahl 6 in der Zahl 47412 enthalten ſey?

Dividendus
~~47412~~ (7902 Quotus
Diviſor 6) ~~5~~

47, 54, 1, 12 } Dividui.

Des=

Desgleichen ſoll man die Zahl 9 1 0 1 1 7 in 28 glei-
che Theile theilen, das iſt, mit 28 dividiren.

Dividendus

9 1 0 1 1 7 Quotus

Diviſor 28) 3 7 4 3 5 (32504 $\frac{5 \text{ Reſiduum}}{28.\text{ Diviſor.}}$

3

1

Hier waren die Dividui 91. 70. 141. 11. und 117.

Beweiß.

Vermöge geſchehener Rechnung und des Ein mahl Einſes, deutet iede Ziffer des Quoti nach der Reihe an, wie offt der Diviſor in denen (Zehn Tauſenden) Tauſenden, Hunderten, Zehnern und Unitäten der zutheilenden Zahl, das iſt: in allen Elementis des Dividendi enthalten, (§. 30. 66.) Derowegen zeigt auch der gantze Quotus, wie offt der Diviſor in dem gantzen Dividendo begriffen iſt, (§. 69.) Und ob zwar ein groſſer Diviſor nicht ſo ſtracks auf einmahl ſeine gewiſſe Ziffer im Quoto hat können herſtellen, ſo iſt ſie doch nicht eher vor die rechte angenommen worden, als biß man (nach der anfänglichen General-Regul,) geſehen, ob ihr und des Diviſoris Factum von dem dazu gehörigen Dividuo mit Zurücklaſſung keines, oder doch eines kleinern Reſtes hat können abgezogen werden. Demnach iſt die vorgegebene Zahl mit der kleinern begehrter maſſen dividirt. (§. 122.)

145. Vorhergehende Regul iſt von der ordentlichen Anmer-
Diviſion zu verſtehen, denn wie eine kleinere Zahl mit ei- ckung.

ner gröſſern ſoll dividirt werden, iſt oben (§. 141.142.) ſchon erinnert, und wird man davon in Brüchen und in der Reduction ein mehrers beybringen.

II. Art zu divid. 146. Man kan auch unter dem Dividendo Platz laſſen, und eine Linie ziehen, unter welche man das gantze Factum des Diviſoris und einer Quots-Ziffer ſchreibet, ſelbiges von ſeinem zugehörigen Dividuo ſubtrahiret, und den Reſt, (ſo einer bleibet,) darunter ſetzet.

Ebenermaſſen verfährt man auch mit den folgenden Factis, nur daß man nicht vergiſt, ſie von hinten her ordentlich in ihrem gehörigen Rang ſchieff unter einander zu ſchreiben.

Dieſe Art nennen einige Diviſion à la Portugaiſe, * und wird deswegen recommendirt, weil zuletzt die Summa ſolcher Factorum partialium den gantzen Dividendum wieder herſtellet, und zugleich durchs Addiren eine Probe abgiebet, als:

```
          37.4085
765)       68.8       (489
            6
         ---------
          3060
           6120
            6885
         ---------
Probe:    374085
```

Bleibet oben ein Reſiduum, ſo muß man es mit dazu addiren, (§. 133.) der Beweiß und eine Erinnerung ſoll unten in den ſo genannten Proben gegeben werden.

III. Art zu divid. 147. Bey groſſen Diviſoribus gehet die Operation auch ſehr leichte, (und ohne erſt mit der Quots-Ziffer einen Verſuch zu thun,) nach einer Art, ſo man à la Indien-

* Monier de Claire-Combe dans le Negoce rendu facile, p.63.

ne nennet, * durch bloſſes addiren, ſubtrahiren und ohne Ein mahl Eins, wenn man (nach dem 108. §.) den Diviſorem biß aufs Noncuplum continuiret, ſo die Indianer einen Tarif heiſſen. z. E. Man ſoll 190334808 mit 5476 dividiren:

	Tarif.	Anzeiger.	Dividendus.	Quotus.
Diviſor:	5476	1		
	10952	2		
	16428	3	19.0334808	
	21904	4		(34758
	27380	5	26.0506	
	32856	6	41.178	
	38332	7	343	
	43808	8		
	49284	9		

Nehmlich wenn dem Diviſori ein ſattſamer Dividuus, (als hier 19033) zugeeignet, ſo ſuche man eben dergleichen oder ein nechſt weniger Multiplum Diviſoris in dem gemachten Tarif, (als hier 16428) ſubtrahire es vom Dividuo, und ſchreibe ſolches Multipli Anzeiger, (hier 3) als Quotum. Ferner nehme man das gekommene Reſiduum (2605) mit einer folgenden Ziffer des Dividendi (hier 4) vor den neuen Dividuum, und verfahre damit wie vorher, u. ſ. w. (alles nach der allgemeinen Regul der Diviſion,) (§. 144.) Erläuterung.

148. Von dieſer Manier zu dividiren ſagt L. C Sturmius, daß ihr an Behändigkeit keine viel vorgebe, an Gewißheit aber gar keine. ** Anmerck.

149. Wenn der Diviſor in der Mitten einige Nullen hat, ſo übergehet man ſie in der Multiplicatione Diviſoris und Quoti, und ſubtrahiret nur die Facta der letzten geltenden Ziffern von den letzten Theilen des Dividui. Kommen aber auch im Dividendo mitten hin etliche Nullen Anmerck.

* Monier de Claire-Combe Lib. cit. pag. 65. 66.

** Im kurtzen Begriff der geſammten Matheſis II. Theil p. 19.

zuſtehen, ſo iſt ſchon oben aus der Subtraction bekannt, daß die erſte Nulle, von welcher man wegnehmen ſoll, Zehen, und die übrigen, ſo man im Borgen übergangen hat, Neune gelten, (§. 94 No. 5.) z. E.

```
          5 3 0 0 0 4 5
20008)    1 7 9 8 4 6 3 (264  17933
                              20008
            1 7 9 3
```

Anmerck. 150. Haben beyde der Diviſor und Dividendus zuletzt Nullen, ſo ſchneide man alle vom Diviſore ab, und eben auch ſo viel vom Dividendo, und procedire ſo denn, als wenn ſie beyderſeits nicht da wären, z. E.

```
          1 6 6 5 000|00
45|00)    4 1                (37000
          3 3
```

Denn weiln alle Multipla von 0 wiederum 0 machen, (§. 96.) und iederzeit im Quotienten ſo viel Ziffern heraus kommen, als die letzte des Diviſoris durchs an⸗ und fort⸗ſetzen im Dividendo hat Stellen erreichen können, (§. 144. No. 8.) ſo reichet der gantze Diviſor mit allen ſeinen Nullen eben ſo weit im gantzen Dividendo, als der mit Nullen abgeſchnittene Diviſor in dem mit eben ſo viel Nullen abgeſchnittenen Dividendo, das iſt: ſo offt hier die Unitäten in Myriadibus ſtecken, (nehmlich 10000 mahl) ſo offt ſtecken auch die Hunderte in Millionen, (nehmlich hier auch 10000 mahl, (§. 139.)

Zuſatz. 151. So derowegen dem Diviſori alleine nur etliche Nullen ankleben, ſchneide man ſie dennoch alle ab, und auch ſo viel geltende Ziffern vom Dividendo, dividire mit dem übrigen Diviſore biß an den gemachten Abſchnitt des Dividendi wie gewöhnlich, und ſo ein Reſt bleibet, ſetze man ihn mit ſammt den abgeſchnittenen Ziffern als einen Bruch noch hinten an Quotum. (§. 143.)

z. E.

Z. E.

3759|463
52|000 215| (72 $\frac{15463}{52000}$
1

152. Aus ieder von den vier vorhergehenden anfänglichen Operationen iſt wahrzunehmen, daß man alle geltende Ziffern, ſie mögen nun in einer Stelle ſtehen, wo ſie wollen, bloß als ſimple Unitäten könne anſehen, und an den Valorem Decadum, Centenariorum, Millenariorum &c. gantz und gar nicht nöthig zu gedencken habe, wenn man ſie nur in ihre gehörige und nach der Ordnung folgende Stelle ſetzet. Denn eben in ſolcher Stelle, oder in dergleichen range verrathen ſie ſchon ihre Nahmen und Bedeutungen, (§. 35.) welche künſtliche und kurtz gefaſte Anordnung derer Zeichen in ſolcherley Rechnungs-Art allerdings werth iſt, daß ſie admirirt wird, ob ſchon die wenigſten zuweilen darauf pflegen acht zu geben. * Anmerckung überhaupt.

2. Von den Speciebus der benahmten Zahlen.

153. Die benahmten Zahlen dienen zur Praxi auf vorhergehende Theorie, und weil ihre Unitates progresſionales nicht mehr aus Zehen kleinern Einheiten, ſondern bald aus wenigern, bald aus mehrern beſtehen, ſo iſt es nöthig, vorhero gleichergeſtalt ihre Elementa erſt zu unterſuchen, und anzuzeigen, wie viel man Einheiten der klei- Anmerck.

* Wie alſo der ältere Sturmius davon ſchreibet in Matheſi Juvenili pag. 22.

nern Specierum nehmen müſſe, daß ſie eine Einheit der gröſſern Specierum austragen, z. E. daß 12 Pfennige eine Einheit in den Groſchen, und 24 Groſchen eine Unitatem progreſſionalem in den Thalern machen, u. ſ. w.

Anmerck. 154. Und ob wohl einige zu meynen pflegen, es giengen dergleichen Reſolutiones nur die Kauff-Leute und Hauß-wirthe an, ſo betrügen ſie ſich doch gar ſehr, und kan kein Gelehrter die Kräffte der Natur, und die gemachten Experimenta in hieſigen und andern Landen genau einſehen, auch die Pretia Rerum, ſo in Jure und in der Medicin bißweilen zu wiſſen, nöthig ſeyn, gegen einander determiniren, wenn er nicht weiß, wie die Müntzen, Maaſſe und Gewichte in kleinern Theilen unterſchieden ſeyn, zu geſchweigen, daß man ſie in der ausübenden Matheſi bey Aus-Meſſungen, Viſiren, Civil-und Militair-Bau-Sachen, in Anordnung und Berechnungen der Machinen ꝛc. gantz und gar nicht entrathen kan.

Zuſatz. 155. Es verlohnt ſich derohalben noch wohl der Mühe, daß man die Gröſſe und Abtheilungen ſo wol der inn- als ausländiſchen Numerorum Materialium wo nicht inne, iedoch beyhanden habe, und præmittiren ſie auch deswegen die meiſten Autores der practiſchen Arithmetic. * In welcher Abſicht ich auch folgende Täflein von den vornehmſten Gewichten, Maaſſen und Müntzen, wie ſolche hier zu Lande, und dann (wegen Nachleſung der Diariorum Gallicorum und Anglicanorum) in Franckreich und Engelland gebräuchlich ſind, mit beygeſetzet, wer mehr davon verlanget, kan in Ed. Bernardi Lib. de Menſur. & Pond. in D. Jon. Moore Comp. Math. in Jo. Caſp. Eiſenſchmidii Disquiſitione nova de Ponder. & Menſur. desgleichen in des Herrn Joh. Georg Schoaps Europäiſchen Gewichts-Vergleichungen, davon in Jac. Leupoldi Theatro Statico univerſali ein Extract zu finden, weiter nach ſehen.

* Vid. Ozanam Diction. Mathem. unter dem Tit. Arith. Pract. pag. 52.

156. Damit es aber nicht zu weitläufftig werde, ſol- Eintheil. len vorerſt die hieſigen und ausländiſchen Krahm-Gold und Silber-und Apothecker-Gewichte, dann die gebräuchlichſten Maaſe, ſo wohl der Längen, als auch der Truckenen, und Flüßigen Dinge, und endlich die gangbahrſten Müntzen mit ihren Abtheilungen auf einander folgen.

157. I. Täflein, die gebräuchlichſten Sorten des hieſigen Krahm-Gewichts betreffend:

Dr. Gewicht.

4	Quintlein.				
16	4	Loth.			
512	128	32	Pfund.		
11264	2816	704	22	Stein.	
56320	14080	3520	110	5	Centner.

Not. 100 Pfund Leipziger Gewichte thun in Paris und Amſterdam 95 Pfund, in London ſchwer Gewichte $92\frac{8}{21}$ Pfund. *

158. II. Täflein zu Gold und Silber-Gewiche.

Grän.

3	Gran.				
12	4	Karat.			
18	6	$1\frac{1}{2}$	Loth.		
36	12	3	2	Untzen.	
144	48	24	16	8	Marck.

* Mon. de Claire-Cemb. Negoce rendu facile pag. 449.

Not:

Not. Nach der Reichs-Ordnung thun 67. Ducaten, $69\frac{1}{2}$ Cronen, und 72 Gold-Gülden juſt 1 Marck Cölniſch. *

Es thun aber 105 Pfund Leipz. 104. Cölniſche. **

159. III. Täflein zu Apothecker-Gewicht.

Gran.				
20	Scrupel.			
60	3	Drachma.		
480	24	8	Untzen.	
5760	288	96	12	Pfund.

160. IV. Täflein zum Frantz-Gewichte.

Carobe.						
24	Grain.					
576	24	Denier ou Carras.				
1728	72	3	Gros.			
13824	576	24	8	Once.		
110592	4608	192	64	8	Marc.	
233184	9216	384	128	16	2	Livre de Paris.

Ein Frantzöſiſcher Centner (Quintal) hält 100 Pariſer Pfund.

* Leupoldi Theatr. Static. Univ. pag. 89.

** Cl. Combe ibid. p. 449.

161. V. Täflein zu Engliſchen Gewicht, davon das Pfund a Pound Averdupois genannt wird.

Scrup.					
3	Drachm.				
24	8	Unc.			
384	128	16	Libr.		
43008	14336	1792	112	Cent.	
860160	286720	35840	2240	20.	Tonna,

Die Engl. Untze verhält ſich gegen der Pariſer wie 12159 gegen 13125, und thut demnach 534 Pariſer Gran. *

162. VI. Täflein zu Engliſchen Gewicht, auf ein Pound Troy genannt, deſſen man ſich in Experimentis Philoſophicis bedienet. **

Granum minus.			
24	Granum majus.		
480	20	Untze.	
5760	240	12	Pfund.

Der groſſe Gran heiſt bey ihnen a Penny Weight; der kleine a Grain. ***

Dieſe Untze verhält ſich gegen der Pariſer wie 480 geden $472\frac{1}{2}$, und wiegt demnach $585\frac{1}{7}$ Pariſer Grain.

* Eiſenſchm. de Menſ. & Pond. p. 14.

** Ed Wels Elem. Arith. p. 39.

*** Eiſenſchm. de Menſ. & Pond. ibid.

163. VII. Täflein zum Frantzöſiſchen Silber- und Gold-Gewicht.

Felins.				
2	Mailles.			
4	2	Eſtelins.		
80	40	20	Onces	
640	320	160	8	Marc. *

164. VIII. Dergleichen Täflein etwas weitläufftiger: **

Grains.								
$7\frac{1}{5}$	Felin.							
$14\frac{2}{5}$	2	Mailles.						
24	$3\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	Deniers.					
$28\frac{4}{5}$	4	2	$1\frac{1}{5}$	Eſtelins.				
72	10	5	3	$2\frac{1}{2}$	Gros.			
576	80	40	24	20	8	Onces.		
4608	640	320	192	160	64	8	Marcs.	
9216	1280	640	384	320	128	16	2	Livre.

165. IX. Wegen des Frantzöſiſchen Medicin - und Apothecker-Gewichts iſt noch zu mercken:

1. Livre thut 2 Marc
1. Marc wieget 6 Onces

* Dieſe Abtheilung hat Ozanam in Diction. Mathem. p. 53.
** Eiſenſchm. in Diſquiſ. de Menſ. & Ponder. p. 4.

1. On-

1. Once - - - 3 Duelles
1. Duelle - - - 1 Sicilique und 2 Scrupules
1. Sicilique - - - 1 Sextule und 2 Scrup.
1. Sextule - - - 1 Dragme und 1 Scrup.
1. Drachme - - - 3 Scrupules
1. Scrupule - - - 12 Grains. *

166. X. Täflein zum Engliſchen Apothecker Gewicht.

Grain.				
20	Scrup.			
60	3	Drachm.		
480	24	8	Unc.	
5760	288	96	12	Livre.

Vom Längen Maaß.

167. XI. Täflein zu hieſigen Längen Maaſſen.

Zoll.					
6	Viertel.				
12	2	Schuch.			
24	4	2	Ellen.		
72	12	6	3	Klaffter.	
182	$30\frac{1}{3}$	$15\frac{1}{6}$	$7\frac{7}{12}$	$2\frac{19}{36}$	gewöhnliche Ruthe.

* Ozanam ibid.

168. XII. Täflein zu dem Frantzöſiſchen Längen-Maaß.

Points.					
12	Lignes.				
144	12	Pouces.			
1728	144	12	Pieds.		
10368	864	72	6	Toiſes. †	
31104	2592	216	18	3	Perche.

† Sonſt auch Verge oder Braſſe genannt.

Not. 15. Leipziger Zoll thun (ſehr nahe) 13 Pariſer Zoll, wie ſie aber nach der gröſten Schärffe zu vergleichen, wird unten angewieſen werden.

169. XIII. Täflein zum Engliſchen Längen-Maaß.

Zoll.									
3	Palmus.								
9	3	Spanne.							
12	4	$1\frac{1}{3}$	Schuch.						
18	6	2	$1\frac{1}{2}$	Cubitus.					
36	12	4	3	2	Yard.				
45	15	5	$3\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	Ell.			
60	20	$6\frac{2}{3}$	5	$3\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{4}$	Schritt.		
72	24	8	6	4	2	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{5}$	Fathom.	
198	66	22	$16\frac{1}{2}$	11	$5\frac{1}{2}$	$4\frac{2}{5}$	$3\frac{3}{10}$	$2\frac{3}{4}$	Ruthe.

Not. 14. Leipziger Zoll thun 13 Londenſche Zoll.

Von

Von den Maaſen zu trockenen Dingen.

170. XIV. Tåflein von hieſigem Getrayde-Maaß.

Kleine Metzen.					
2	Kuchen-Maaß oder groſſe Metzen.				
8	4	Viertel.			
32	16	4	Scheffel.		
384	192	48	12	Malter.	
768	384	96	24	2	Wiſpel.

171. XV. Tåflein zum Franzöſ. Getråyde-Maaß.

Litrons.					
16	Boiſſeaux.				
48	3	Minots.			
96	6	2	Mines.		
192	12	4	2	Seſtiers.	
2284	144	48	24	12	Muid à bled de Paris.

Not. Ein Litron hålt 86 Cubic-Zoll, und ein Muid à bled wiegt in Paris 2640 Pfund netto.

172. XVI. Tåflein zum Engliſchen Getråyde-Maaß.

Pinta.			
8	Congius. ††		
16	2	Satum. †	
64	8	4	Modius.

† Engl. a Peck. †† Engl. a Gallon.

Not. Die Capacität eines Gallons beträgt $272\frac{1}{4}$ Cub. Zoll, und hält rein Waſſer 9 Pfund, 13. Untzen, $12\frac{1}{2}$ Drachm Averdupois. Blome in the Gentlemans Recreations ſetzet den Korn-Gallon auf $268\frac{8}{\ }$ Cubic-Zoll. pag. 141.

Von Maaßen zu flüßigen Dingen.

173. XVII. Täflein zu hieſigem Wein-Maaß.

Qvartier.					
4	Nöſel.				
8	2	Kannen.			
432	108	54	Eymer, Viſir-Maaß.		
512	128	64	$1\frac{5}{27}$	Eymer, Schenck-Maaß.	
5144	1536	768	$14\frac{2}{9}$	12	Fuder.

174. XVIII. Täflein zum Bier-Maaß.

Kleine Kannen.					
$1\frac{1}{6}$	Große Kannen				
105	90	Tonnen.			
210	180	2	Viertel.		
420	360	4	2	Vaß.	
7560	6480	72	36	18	Gebräude.

Not. Hier iſt das Vaß auf 6 Schock groſſe, und 7 Schock kleine Kannen gerechnet, und eine kleine Kanne hält 42 Leipziger Cub. Dec. Zoll, wovon in der Stereo-

metrie mit mehren, ſonſt wird auch die kleine oder Dreßdner-Kanne auf 41, 265748. Dreßd. Cub. Zoll æſtimiret. *

175. XIX. Täflein zum Frantzöſiſchen Wein-Maaß.

Poſſons.	Demi-Septiers.	Chopines.	Pintes.	Quartes.	Seſtiers.	Feuillettes.	Muid à Vin de Paris.
2							
4	2						
8	4	2					
16	8	4	2				
64	32	16	8	4			
800	400	200	100	50	$12\frac{1}{2}$		
2400	1200	600	300	150	$37\frac{1}{2}$	3	

Ein Poſſon hält 6 Cubic-Zoll.

176. XX. Täflein zum Engliſchen Geträncke-Maaß.

Pinte.	Gallon.	Barrel.	A Hogshead.
8			
252	$31\frac{1}{2}$		
504	63	2	

Not. Ein Barrel Wein hält nur $31\frac{1}{2}$ Gallon, Weiß-Bier 32, Hopffen-Bier 36. * *

Ein Gallon Wein hält 231 Cubic-Zoll.

- - - Regen-Waſſer 8 Pfund, 1 Untze, 11. Drachm. Averdupois.

* vid. Herr Prof. Haſii Pythometria p. 11.

** Ed. Wels in Arithm. num. & ſpec. Append. II. p. 216.

Ein Gallon Regen-Waſſer hält 9 Pfund, 10 Untz. 10 gr. Gran Troy.

Ein Gallon Bier (beyderley) hält 282 Cubic-Zoll. *
- - - - - Regen-Waſſer 10 Pfund, 3 Untz. 426 Averdupois.

Ein Hogshead hält 10 Cubic-Schuch, oder ſchärffer: 10,287 Cubic-Schuch.

177. XXI. Täflein zu Papier-Rechnung.

Bogen.			
25	Buch.		
500	20	Rieß.	
5000	200	10	Ballen.

Von Abtheilung der vornehmſten Müntzen.

178. XXII. Täflein von hieſiger Geld-Rechnung.

Heller.							
2	Pfennig.						
24	12	Groſchen.					
384	192	16	Kayſer Gulden.				
504	252	21	$1\frac{5}{16}$	Meißniſche Gulden.			
576	288	24	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{7}$	Thaler.		
768	384	32	2	$1\frac{11}{21}$	$1\frac{1}{3}$	Spec. Thlr.	
1440	720	60	$3\frac{3}{4}$	$2\frac{6}{7}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{7}{8}$	Neu-Schock.

* Vid. Rich. Blome Gentlem. Recreat. p. 141.

179. XXIII. Täflein zur Frantzöſiſchen Geld-Rechnung.

Pites.					
2	Oboles.				
4	2	Deniers.			
48	24	12	Sols.		
960	480	240	20	Livres.	
2880	1440	720	60	3	Ecu.

180. XXIV. Täflein zur Engliſchen Geld-Rechnung.

$\frac{1}{4}$ Penn.					
4	Pennings.				
48	12	Shilling.			
320	80	$6\frac{2}{3}$	Noble.		
640	160	$13\frac{1}{3}$	2	Marc.	
960	240	20	3	$1\frac{1}{2}$	Pfund.

XXV. Täflein zum Gehalt der goldnen und ſilbernen Müntzen.

181. Man hat daher das Gold, wenn es ſeine höchſte Vollkommenheit erreichet, auf 24 Carat geſetzet, wiewohl es ſo fein nicht heraus zu bringen iſt, ſondern der vierdte Theil vom Carat annoch ermangelt, es ſey denn das Philo-

Philoſophiſche Gold, welches ſo wohl an Farbe, als Reinigkeit höher hinauf ſteigen kan.

Das Silber hat ſeine Perfection nach dem löthigen Gehalt, dann ſo es 16 löthig, iſt es aufs höchſte gebracht, ob ſchon im feineſten Brand-Silber auch noch 1 oder 2 Grän deſiderirt werden.

Reichsthaler Silber ſoll nach den Reichs-Satzungen 14 Loth und 4 Grän halten, ſo daher entſtehet, weil die Ration des Kupffers gegen das Silber, wie 1 gegen 8 ſeyn ſoll, gleichwie der Ducaten und Roſenobel wie 1 zu 23. *

Einige geben dem Ducaten-Gold 23 Carat und 8 biß 9 Grän, den Rheiniſchen Gold-Gülden 18 Carat und 6 Grän, dem Cronen-Gold aber, (davon die Geſchmeide und Halsketten gemacht werden,) nur 18 Carat. Die Louis d'Or, (deren $36\frac{1}{4}$ auf eine Marc gehen) halten 22 Carat, daß alſo der 12te Theil Zuſatz gegeben. **

Grän.			
12	Carat.		
18	$1\frac{1}{2}$	Loth.	
288	24	16	Marck.

* Alſo ſchreibet hiervon Dethl. Cluverus im Curiöſ. Welt-Mercurio Tom. II. p. 78.
** Eiſenſchm. de Pond. & Menſ. pag. 5.

ꝛc.)

a.) Von der Addition der benahmten Zahlen.

182. Es wäre zu wünſchen, daß man die Maaſe, Müntzen, Gewichte, und dergleichen Dinge bald anfangs in 10. 100. 1000. 10000 ꝛc. gleiche Theile eingetheilet hätte, denn alſo könten wir mit den Numeris concretis oder applicatis eben ſo leicht operiren, als wie mit den abſtractis, und hätte es der obigen vielen Täflein gar nicht gebrauchet. Alleine wegen der nunmehr daraus entſtehenden Confuſion, und niemahls zuhoffenden Ubereinſtimmung der Völcker muß es allerdings bey der alten Abtheilung ſein Bewenden haben, und iſt nun nicht auf das abſtellen oder verändern, ſondern vielmehr auf ein vortheilhafftes herſtellen oder calculiren zu gedencken. Anmerck.

183. Dahero muß man in Zuſammennehmung der groſſen und kleinen ſpecierum ſo gleich auf eine leichte Art beſtimmen können, wie viel eine Menge von kleinern zuſammen genommen gröſſere Sorten ausmachet. Dieſes heiſſen die Arithmetici ſonſt die ſimple Reduction, (dann die componirte gehört in die Operationes ſecundarias, (§. 83.) und deswegen iſt es nöthig, ſelbige hier voraus zuſetzen. Zuſatz.

184. Nehmlich weil die Diviſion lehret, wie offt eine kleinere Zahl in einer gröſſern enthalten iſt, und 12 Pfennige einem Groſchen gleich ſind (178. XXII. Täfl.) ſo ſtecken auch ſo viel Groſchen in einer groſſen Anzahl Pfennigen, als die Zahl 12 in derſelben Anzahl enthalten iſt, (§. 69.) Derowegen muß man die Anzahl der Pfennige mit 12 dividiren, ſo giebt der Quotus die Groſchen, (§. 122.) und das Reſiduum die übrigen Pfennige, (§. 143.) Als wenn Erläuterung.

der Perpendicul der Pfennige nach geſchehener Summation 158. Pfennige gegeben hätte, ſo dividirt man darein mit 12, kommen $13\frac{2}{12}$ gr. oder 13 Groſchen 2 Pfennige. Wovon denn der Quot (hier 13.) zum folgenden Perpendicul der Groſchen gezehlt, und der Reſt unter den allbereit ſummirten Perpendicul geſetzet wird, damit nehmlich die Homonyma wieder untereinander kommen, (§. 87. No. 4.) auf welche Art man auch mit andern **Müntz- und Gewichts-Sorten** ꝛc. zu verfahren hat.

Anmerck. 185. Wer offt und viel mit dergleichen Numeris materialibus zu thun hat, thut beſſer, wenn er ſich einen Tarif z. E. von Pf. und gr. formiret, und ſich denſelbigen, wo es ſeyn kan, zugleich auch auswendig bekannt macht. Denn ſo wird er nicht allein einen groſſen Vortheil im Addiren, ſondern auch im Multipliciren und Dividiren empfinden, wo von unten mit mehren.

Es iſt aber der Tarif zu hieſiger gewöhnlichen Geld-Rechnung folgender:

Gr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Thlr.
Pf	12	24	36	48	60	72	84	96	108	
	24	48	72	96	120	144	168	192	216	Gr.

Worbey wahrzunehmen, daß die Indices die Decades, und die doppelten Indices die Unitäten zu denen Pfennigen geben, z. E. 4 Gr. ma-

chen

chen 40 und 8 oder 48 Pf. 7 Gr. geben 70 und 14, das iſt 84 Pf. Und darff man nur die mittelſte Reihe wiſſen, denn die unterſte, als der mittelſten Dupla geben ſich nachhero von ſelbſten. Hieraus kan man alſogleich z. E. 158 Pf. zu gr. machen, wenn man ſagt: 15 Pf. ſind 1 Gr. bleiben 3. und 38 Pf. ſind 3 Gr. bleiben 2.

186. Denn ob zwar etliche im Zuſammen zehlen nach und nach ſo viel kleine Species ausſtreichen, als ihrer zuſammen ein Gantzes von der gröſſern Sorte ausmachen, und davor allemahl einen Punct in folgende Reihen ſetzen, ſo will es doch nur in kleinen Abtheilungen und kurtzen Colomnen bequehmlich angehen, ſintemahl es z. E. in Centnern, Pfunden, und Lothen, (wegen der in Gedancken zuverrichtenden Subtraction,) ſchon ſehr beſchwehrlich fällt. Anmerck.

187. Wer ein Liebhaber von Tabellen iſt, und ſie ſo gleich bey handen hat, kan in den practiſchen Büchern, als da ſind, die expediten Rechen-Knechte, allezeit fertige Rechen-Meiſter, und dergleichen die kleinern Sorten aufſuchen, und alſofort die Gröſſern gegen über finden. Anmerck.

9. Aufgabe.

188. **Die benahmten Zahlen zu addiren.** 9. Aufgabe.

1.) Schreibe man die gleich benennten Dinge ordentlich unter einander, ziehe darunter eine Linie, fange von der kleinern Sorte an, und zehle ſie (nach der 5 Aufgabe,) zuſammen.

2. Schreibe man die Summe drunter, wenn ſie noch nicht 1 oder mehr Gantze von der folgenden gröſſern Sorte austrägt.

3. So aber ſolche Summe, (wie mehrentheils geſchiehet,) ein oder mehr Gantze von der nechſt gröſſern Sorte in ſich begreifft, behalte man ſie entweder im Sinn, oder ſetze ſie ſo lange bey Seite, reducire ſie (nach vorhergehenden 184. und 185. §.) und ſchreibe den Reſt unter die reducirte, den Quot aber zu der folgenden Sorte.

4.) Continuire man alſo durch alle Sorten biß zur letzten, deren Summe alsdenn keiner weitern Reduction von nöthen hat.

Einer hat gemeſſen aus	Dreßd. Ellen	Zoll
A in B - - - - - -	2574 :	19
B in C - - - - - -	6859 :	14
C in D - - - - - -	4938 :	10
D in E - - - - - -	1627 :	5

Summa 16000 Ellen
oder eine Accis-Meile.

Noch etliche Exempel:

Exempel. 189. Aus der Erfahrung hat man wahrgenommen, daß eine Kanne heiß Waſſer leichter iſt als eine Kanne kalt Waſſer, und deswegen ſind alle Liquores im Winter ſchwehrer, als im Sommer. Wolte man nun die differente Schwehre folgender Fluidorum zuſammen wiſſen, ſo verfahre man nach dem VIII. Täflein (§. 164.)

Es

Es wiegt nehmlich ein Pariſer Würfflichter Zoll.

	im Sommer.			im Winter.		
	Unc.	Gros.	Grain.	Unc.	Gros.	Grain.
Mercurius	7	1	66	7	2	14
Oleum Vitrioli	-	7	59	-	7	71
Spiritus Vitrioli	-	5	33	-	5	38
Spiritus Nitri	-	6.	24	-	6	44
Spir. Salis	-	5	49	-	5	55
Aq. fortis	-	6	23	-	6	35
Aq. Vitæ	-	4	48	-	4	57
Champ. Wein	-	4	66	-	4	70
Bourg. Wein	-	4	67	-	4	75
Spir. Vini	-	4.	32	-	4	42
Weiß-Bier	-	5	1	-	5.	9
Braun-Bier	-	5.	2	-	5	7
See-Waſſer	-	6	12	-	6	18
Fluß-Waſſer	-	5	10	-	5.	13
Summa	16.	1.	60	16:	3.	44

190. Nach den Experimenten, ſo in Engelland Wybard, Boyle und andere angeſtellet, verlieret ein Metall, ſo wie gewöhnlich in der Lufft 100 Pfund gewogen, als denn wenn es im Waſſer, als einem dickern Fluido gewogen wird, ein merckliches * und zwar Exempel.

	Pfund.	Loth.	Grain.	
Das Gold	5	8	8	1
Mercurius.	7	11	14	34
Bley.	8	22	6	50 (2
Silber.	9	31	12	18
Kupffer.	11	3	10	2
Eiſen.	12	16	—	39
	(2	(2		93 (2
				34
Summe:	54	29:	14	alle ſechs zuſammen.

* Dethl. Cluveri Nov. Criſis Temporum 1701. Tom. II. p. 91.

β.)

β.) Von der Subtraction der benahmten Zahlen.

Anmerck. 191. Wenn nur 2 Zahlen von einander weg zu nehmen ſeyn, braucht man zwar keine ſo groſſe Reduction, doch aber vorhergehende Täflein, wo einem nicht allbereit auswendig bekannt iſt, wie viel eine gröſſere Sorte, Stücke der kleinern in ſich hält. Muß man aber viel kleine Sachen auf einmahl von einer groſſen Poſt abziehen, da iſt bißweilen eben auch die Reduction nöthig.

10. Aufgabe.

10. Aufgabe. 192. **Von einer gröſſern benahmten Zahl eine oder mehr kleinere zu ſubtrahiren.**

1.) Setze man die kleinere benahmte Zahl unter die gröſſere, iedoch alſo, daß die homonymiſchen Sorten unter einander kommen, (§. 93. No. 2.)

2.) So aber mitten oder am Ende von einer correſpondirenden Sorte einesſeits nichts vorhanden iſt, da ſetze man dennoch in ihre Stelle einen Strich.

3.) Subtrahire man die Zahl der kleinern Sorte von der Zahl der correſpondirenden obern, und ſchreibe den Reſt darunter.

4.) Daferne aber oben zu wenig oder gar nichts iſt, borge man bey der nechſt gröſſern Sorte Eins, und, (ſo mans nicht ſchon weiß,) erfahre man den Valorem der geborgten Unität, aus dem dazu gehörigen Täflein, in der

der nechſt kleinern Sorte, und ſo dieſer Valor noch nicht mit der untern Zahl, homonymiſch iſt, muß man von ihm noch eine Unität borgen, biß man nehmlich alsdenn von derſelben neuem Valore kan abziehen.

5.) Subtrahire man von dem nunmehr gefundenen Valore der geborgten Unität die untere Zahl, addire dasjenige, ſo oben drüber ſtehet, alſo gleich mit zum Reſt, und ſetze die Summe darunter, und ſo verfahre man auch mit folgenden Sorten.

6.) Soll man aber mehr kleinere Zahlen von einer gröſſern auf einmahl ſubtrahiren, ſo bringt man ſie erſt in eine Summe (nach der 2 und 9. Aufgabe §. 87 und 188.) und ſubtrahiret alsdenn die Summe. (nach dieſer Aufgabe.)

Exempel auf

No. 1. und 3.

	Thlr.	Gr.	Pf.
Einer hat baar:	576	18	9
zahlt davon:	253	13	6
ſo behält er:	323,,	5,,	3:

No. 1. 2. 4. 5.

	Cent.	Stein.	℔	Loth.
Von : : : :	11·	3·	--	--
ſind abgewogen:	6	4	16	12
So bleibet noch:	4,,	3,,	5,,	20

No.

No. 6.

Nach dem Tranſact. Angl. No. 185. ſind der Einwohner in London:		695718.
	in Paris.	488055
	Rouen.	80000
	Rom.	125000
		693055

Sind alſo in London dennoch 2663 mehr Menſchen, als in den nachhero beniehmten 3 Städten.

Noch einige Exempel:

Mr.Dodart. D. Med.und Mitglied der Königl.Societät in Franckreich war beym Anfang der Faſten:

	116.	Livres	1 Once ſchwehr,
am Oſter-Sonnabend woge er nur:	107.	L.	12 Onces
ſo hat er (nach den IV. Täflein §. 164.) in 46 Tagen abgenommen:	8	Livres	5. Onces

Nach Oſtern aber erlangte er dieſe 8 Pfund und 5 Untzen in 9 Tagen wieder. *

Die Sonne läufft	Tage	Stunden	Min.
von ♈ biß in die ♎	186	18.	30
von der ♎ biß in ♈	178	11	19
So iſt ein halb Jahr länger als das andere:	8„	7„	11

Der halbe Diameter der Erd-Kugel	Pariſer-Schuh.
von Morgen gegen Abend iſt lang:	19767630
und von Mittag gegen Mitternacht:	19609820
Folglich iſt die Erde höher um Æquatore als unter den Polis:	157810 **

* Vid. Herrn Hoff-Rath Wolffii Gedancken von Würckungen der Natur pag. 44. und 45.

** Newtoni Princ. Phil. Nat. Mathem. pag. 387.

Wie

Wie man von einer Zahl viele kleinere, und ſogleich iede beſonders abziehen könne, wird unten in denen Compendiis Operationum angewieſen werden.

γ.) Von der Multiplication in benahmten Zahlen.

193. Weil eine benannte Zahl nichts anders iſt, als eine benannte Einheit viel oder wenig mahl genommen, und der Unitäts-Gehalt nach einer bloſſen oder puren Zahl begriffen wird, (§. 8 und 18.) ſo heiſt eine benannte Zahl mit einer benannten Zahl multipliciren, die eine ſo viel mahl nehmen, als es der andern ihr Einheits-Gehalt erfordert, (§. 96.) das iſt, wenn man genau reden will, als es eine bloſſe Zahl erfordert. Erklär.

194. Dahero wenn man z. E. 3 Ruthen mit 2 Ruthen multipliciret, ſo klingen zwar die Zahlen durch aus benahmt, es bedeutet aber nicht mehr, als wenn man 3 Ruthen mit der ſimplen Zahl 2 multipliciret. Es wäre denn, daß man mit ſolcher Redens-Art ein Flächen-Maaß: wolte andeuten, und da iſt ſie alsdenn gar nöthig, ſintemahl man es ſonſten mit dem Längen-Maaß (von 6 Ruthen) confundiren könte. Denn alſo involviret ein Numerus applicatus in applicatum ductus allerdings eine Flächen-Zahl, als 3 Thlr. 4 Gr. mit 2 Thlr. 3 Gr. oder 76 Gr. multiplicirt mit 51 Gr. geben: 3876 Groſch.(.)Groſchen, oder 3876. Quadrat-Groſchen. (§. 109. No. 2.) Nehmlich eine ablange Fläche, worauf man nach der langen Seite ſo vielmahl 3 Thlr. 4 Gr, oder 76 Gr. unter einander Reihen-weiſe hinzehlen kan, als auf der kurtzen Seite die andere Zahl, 51 Groſchen, die Einheit von 1 Groſchen, nehmlich Zuſatz.

lich 51 mahl, in ſich begreiffet. Wie es denn bald in der Multiplication der Brüche und weiter unten erhellen ſoll, daß $3\frac{1}{6}$ Thlr. mit $2\frac{1}{8}$ Thlr. multiplicirt, nichts anders geben, als 6 Quadrat-Thaler (ieder zu 24 mahl 24, oder 576 Groſchen gerechnet) † $\frac{2}{6}$ † $\frac{3}{8}$ † $\frac{1}{48}$ das iſt: † $\frac{35}{48}$ Quadrat-Thaler, oder 420 Groſchen.

Zuſatz. 195. Ja man ſiehet auch hieraus, daß gleicher geſtalt die Homonymia zu den multiplicirenden Zahlen erfordert werde, indem die ungleichbenannten z. E. 3 Ellen mit 2 Zoll multiplicirt, weder 6 Ellen noch 6 Zoll herauſſer bringen, wie oben im 109 §. No. 1. ſchon erinnert.

Anmerck. 196. Es gehören aber eigentlich die Multiplicationes der benannten Zahlen, (ſo weit ſie es würcklich ſind,) in die Geometrie, als worinnen die Gröſſen 2 biß 3 Dimenſiones haben können, da hingegen in der Arithmetic und Algebra ſolcherley Gröſſen an und vor ſich, angeſehen werden, als wenn ſie nur eine Dimenſion hätten. *

Einwurff. 197. Wieder dieſes alles aber möchte iemand einwenden, daß es in der Proportion-Rechnung nichts neues ſey, daß man Cubic-Schuh mit Pfunden, Tage mit Meilen, Flächen mit Längen, ꝛc. und alſo nicht allein benahmte, ſondern ſo gar auch ungleichbenahmte Zahlen in einander multiplicire, welches alſo dem 109. und vorigen §§. allerdings zuwieder lieffe.

Beantwortung. 198. Dem dienet aber zur Antwort, daß ſolches in der Vergleichung der Sachen nur zu geſchehen ſcheine, in der ſimplen Multiplication aber gar nicht geſchehen dürffe. Denn wenn man ſetzet, daß z. E. ein Pariſer Cubic-Schuch Waſſer 72 Pfund wäget, und das Gewichte von 63 Cubic-Schuch verlanget wird, ſo multipliciret man 63 Cubic-Schuch nicht mit 72 Pfund, ſon-

* Hiervon beſehe man mit mehren Herrn Prof. Haſii Diſſert. de Nihilo Mathem. pag. 4. §. 16. 17. desgleichen am Ende §. 138.

dern

dern nur mit der bloſſen Zahl 72. Nehmlich ſo es heiſt:
Cubic-Schuch. Pfund. Cubic-Schuch. Pfund
1 wäget 72 was wägen 63 fac. 4536.
hätte man lieber die Terminos homonymos ſollen zuſammen ſetzen, und inferiren:
Cub. Schuch. Cub. Schuch. Pfund. Pfund.
Wie 1 gegen 63 alſo auch 72 gegen 4536,
allwo man nicht ſo wohl die Cubic-Schuch gegen die Pfunde, ſondern nur die Verhältnis ſo zwiſchen denen Cubic-Schuhen iſt, mit der Verhältnis, die zwiſchen den Pfunden iſt, vergleichet, * das iſt, wie hier 63 Cubic-Schuch 63 mahl mehr ſind, als 1 Cubic-Schuch, ſo muß man auch die dritte Zahl 72 Pfund, 63 mahl gröſſer als Eins nehmen, und ſie alſo bloß mit 63 multipliciren. (§. 96.) Denn alſo verhält ſie ſich eben ſo gegen die vierdte, wie die erſte zur andern, ſo unten in der Doctrina Rationum auch noch ſoll klärer werden.

11. Aufgabe.

199. **Die benannten Zahlen zu multipliciren.** 11. Aufgabe.

1.) Wenn dieſelben, wie auch der Multiplicator, nicht gar zu groß, fange man von der kleinen Sorte an, multiplicire ſie, (wie auch hernach die folgenden) beſonders, (nach der 7 Aufgabe §. 115.) und reducire, wo es nöthig, die Facta auf die nechſt gröſſere Sorten, (§. 184. 185.)

2.) Wo aber der multiplicans aus mehrern Ziffern beſtehet, verwandele man die gröſſern Sorten, (ſo nehmlich nach der allergröſten folgen) in die gegebene kleineſte, multi-

* Wie ſolches alſo ausdrücklich erklähret Wallisius Op. Arithm. Cap. 37.

Bayerische Staatsbibliothek München

plicire die gröſte, wie auch die alſo verwandelten kleinſten, reducire das letzte Product auf die folgenden Gröſſern, und addire beyde Facta zuſammen.

Exempel auf No. 1.

Ein gemeiner Stein von 80 Pfund 6 Loth wäget im Waſſer nur:

Pfund.	Loth.	Qv.	
36	16	2	(7
255 Pf.	19 Lo.	2 Qv.	

Nun hat man dergleichen Stein, ſo 7 mahl ſo ſchwehr iſt, wie viel wäget er im Waſſer?

Not. Der gemeine Stein nimmt im Waſſer mehr, als die Helffte von ſeiner Schwehre ab, und verhält ſich ſein Gewicht in der Lufft zu ſeinem Gewicht im Waſſer wie 10000 gegen 4554.

Exempel auf No. 2.

Man multiplicire 253 Thlr. 15 Gr. 11 Pf. mit 748 Centnern, das iſt, mit der bloſſen Zahl 748.

```
                    Thlr.   Gr.   Pf.
       748     à    253,,   15,,  11
       748 (191             191.
      6732
      748
    142868 (11905 (496 : 1 : 8
12) 201       24) 2341
    11            252
                   1
```

```
   748
  ------ (253
   2244
  3740
 1496
 ------
 189244
    496: 1: 8
         ----------
facit. 189740 Thlr. 1 Gr. 8 Pf.
```

200. Es iſt nicht zu läugnen, daß ſolche Art der Vermehrung etwas langweilig und verdrießlich fält, alleine man muß dieſe ſo lange gebrauchen, biß es in Compendiis Operationum einige kürtzere giebt. Zudem iſt es auch gut, denen Anfängern eine allgemeine und leichte, ob ſchon etwas weitläufftige Regul zu geben, denn wenn ſie die ſchwehrern und kürtzern vergeſſen, (wie es iezuweilen geſchiehet,) können ſie ſich doch im Nothfall indeſſen mit dieſer behelffen. Anmerck.

δ.) Von der Diviſion der benahmten Zahlen.

201. Hier wird wenig zu erinnern ſeyn, denn ſo man die Multiplication verſtanden, geben ſich die Reguln zur Diviſion von ſelbſten, allermaſſen iedwedes Factum mit einem Efficiente dividirt, ſo gleich den andern Efficienten wieder herſtellet, und das Dividiren nur wieder auseinander ſetzet, was die Multiplication zuſammen genommen. (§. 124.) Anmerck.

202. Derowegen da eine benahmte Zahl mit einer bloſſen multiplicirt, (das iſt, etliche mahl geſetzet §. 97.) wieder eine benahmte giebt, (§. 193.) ſo bringt auch eine benahmte mit einer Erläuterung.

{ bloſſen benahmten }	dividirt wieder eine	{ benahmte bloſſe.

Z. E. 6 Groſchen 4 Pfenige mit 2 dividirt, giebt 3 Gr. 2 Pf. und 6 Gr. 4 Pf. mit 3 Gr. 2 Pf. dividirt bringt 2. Denn eben ſo kommt es, wie ſichs in der Diviſion gehört,

nehmlich im erſten Fall, wie der Dividendus gegen den Quotum, alſo auch der Diviſor gegen Eins, und im andern Fall, wie der Dividendus gegen den Diviſorem, alſo auch der Quotus gegen Eins (§. 125.)

Anmerck. 203. Auch ſiehet man hieraus, daß man die gleichbenamten Zahlen, ſo wohl mit ihren Zehlern, als auch mit ihren Nennern in einander dividiren kan, als in obigen Exempel: 76 (Pfennige) mit 38 (Pfennige) divid. bringen 76 Pf. (:) 38 Pf. = ^{1}2 = 2 wie ſolches auch nach dem 137. §. erfordert wird.

12. Aufgabe.

12. Aufgabe. 204. **Die benannten Zahlen zu dividiren.**

1.) Man dividire zuerſt in die gröſſere Sorte, (iſt ſie aber nicht groß genung, ſo wird ſie gleich in die folgende kleinere Sorte reſolvirt, und alsdenn darein dividirt,) was kömt, ſetze man hinter eine lange Linie als Quotum, den Reſt aber, (wenn einer bleibt,) reducire man auf die folgende geringere Sorte, addire derſelben Anzahl dazu, und dividire in die Summe alsdenn mit dem gegebenen Diviſore vom neuen wie zuvor, u. ſ. w.

2.) Bleibt aber kein Reſt übrig, ſo muß man in die Anzahl der nechſt geringern Sorte a parte dividiren.

Exem-

Exempel auf No. 1.

α.) Es ſollen 255 Pf. 19 Lo. 2 Quentlein in 7 gleiche Theile getheilet werden, was kommt auf $\frac{1}{7}$? Fac. 36 Pf. 16 Loth 2 Qv.

Pf.		Lo.	Qv.
255		19	2
(7 43			
32	36 Pf.		
115			
43	16 Loth.		
4			
14	2 Qv.		

β.) Geſetzt, ein Menſch ſey ſchwehr 1 Centner 25 Pfund 12 Loth, und alle Nacht transpirire er 2 Pfund 12 Loth, (denn Sanctorius in ſeiner Medicina Statica hat obſerviret, daß man wohl 40 Untzen oder 80 Loth auszudünſten pflege. * In wie viel Wochen transpiriret er ſo viel, als er ſchwehr iſt?

Man dividire 1 Cent. 25 Pf. 12 Lo. mit 2 Pf. 12 Loth.

135
282 (32
405 Facit in
4332 (57
76) 84 1 (8 Wochen 1 Nacht.
5 7)

Auf No. 2.

Es beträget eine Maſſa oder Compoſition von unterſchiedenen Ingredientien in allen 12 Pfund 10 Unc. 4. Drachm. und am Gelde 23. Thlr. 18. Gr. 9 Pf. Nun wolte iemand dergleichen weniger und wohlfeiler machen laſſen, nehmlich nur den 6ten Theil ſo viel, wie ſchwehr und wie theuer wird ſie kommen?

* Sanctorius in Medicina Statica pag. 12.

Pf.	Unc. Qv.	Thlr.	Gr. Pf.
12	10 4	23	18 9
		6) 5	
6) 4	2 Pf.	24	3 Thl.
8		138	
36	1 Unc.	1	23 Gr.
	6 Drachm.		$1\frac{3}{6}$ Pf.

3. Von den Speciebus der indeterminirten oder unabgetheilten Zahlen.

Anmerckung. 203. Was die indeterminirten Zahlen ſeyn, und wie ihre Rechnung weit höher, als die gemeine zu halten, iſt oben im 51. 52. und 53. §. allbereit angezeiget worden. Es iſt aber von ihren *Expreſſionen*, Zeichen, Bedeutungen und Unterſcheid erſt ein und das andere zu erinnern, ehe ſich die Operationes mit denſelben recht deutlich begreiffen laſſen.

Anmerck. 204. Wenn man eine Linie, Gewicht ꝛc. mit einer gemeinen Zahl will andeuten, ſo muß man zuvor wiſſen, wie viel ſie z. E. Zoll, oder wie viel es Pfund halte. Denn die gemeinen Zahlen erfordern allezeit eine determinirte Angabe des Maſes gegen das gemeßene, hingegen iſt dis bey einer unabgetheilten Zahl nicht nöthig, denn ſie beziehet ſich auf keine feſt geſetzte, ſondern auf eine willkührlich anzunehmende Unität, nach welcher man den Gehalt der Dinge beſtimmen kan, und weil dieſes bey allen Gröſſen angehet, ſo hat man auch dergleichen indeterminirte Zahlen überhaupt Quantitates oder unabgetheilte Gröſſen genennet, ſo ſich wie andere, gleicher Geſtalt vermehren und vermindern laſſen.

Satz. 205. Statt der Ziffern, womit man ſonſt andere exprimirt bedienet man ſich der Buchſtaben aus dem Alphabeth: a, b, c, d, &c. Denn weil wir ſolche Figuren

ren am beſten kennen, wäre es wohl unrecht geweſen, wenn man erſt neue dazu hätte inventiren und mercken ſollen.

206. Nun läſſet ſich der Gehalt einiger Gröſſen gar balde finden, wenn man nur das willkührlich angenommene Maaß bey denſelben würcklich appliciren kan, z. E. ein Cörper zeigt ſeine Schwehre gar leichtlich, wenn man ihn nur unter Händen haben, und wägen kan, hingegen läſſet ſich der Gehalt etlicher Gröſſen offt ſchwerlich finden, theils weil man ein genommenes Maaß bey denſelben nicht ſo gleich anzubringen vermag, z. E. wenn man die Höhe, Gröſſe, oder Schwehre einer Wolcke will unterſuchen. * theils auch, weil ſolcher Gehalt faſt alle Augenblicke verändert wird, z. E. die Kräffte in den fallenden Cörpern, die Ordinaten in Lineis curvis &c. Anm. und Eintheilung.

207. Die erſte Art Gröſſen, nehmlich die gegebenen, oder doch leicht auszumachenden, bemercket man mit den erſten Buchſtaben des Alphabets: a, b, c, d, m, n, r &c. Die andere Art aber, nehmlich die geſuchten, veränderlichen, oder ſchwehr auszumachende Gröſſen, deutet man an mit den letzten Buchſtaben: v, x, y, z. Satz.

Ja die neuern Autores benennen auch die Gröſſen mit ihren erſten Nahmens-Buchſtaben, als die Maſſe eines Cörpers mit M, deſſen Geſchwindigkeit mit G, deſſen Schwehre mit S, deſſen Krafft mit K &c. und exprimiren aus etlichen gegebenen die Natur der übrigen.

208. Und in ſolcherley Benennungen muß man ſich gleich anfangs vorſehen, damit diejenige, ſo durch unterſchiedene Kenntniſſe begriffen, auch durch unterſchiedene, iedoch ſchickliche und leichte Expreſſionen oder Signa vorgeſtellet werden. Denn einerley Buchſtaben bedeuten lauter gleiche, und unterſchiedene bemercken ungleiche, zum wenigſten ſo lange, biß es nach geſchehener Unterſuchung erſt ausgemachet wird. Anmerck.

* Vid. Herrn Prof. Thümmigii Nephelemetria, ſive de Pondere Nubium. Hal. 1722.

Satz. 209. Die Zeichen behält man meiſtentheils, ſo man in den Operationen der bloſſen Zahlen gebraucht, nehmlich + iſt das Signum Additionis, — Subtractionis, ± oder ∓ Ambiguitatis quantitatum, (±) Ambiguitatis Signorum, die Nebeneinanderſetzung, ein Comma (,) ein Punct (.) oder auch ein liegend C (⌒) iſt ein Zeichen der Multiplication, in welcher der Multiplicator vorher, und der Multiplicandus hinterdrein geſchrieben wird. Das Signum Diviſionis iſt entweder eine Bruchs-Andeutung, als: $\frac{a}{b}$, Nehmlich a dividirt mit b, (oder ſo man will: ^{b}a, wovon in Brüchen mit mehren,) oder es ſind es auch zwey Puncte (:) vor welche der Dividendus, und nach welchen der Diviſor geſetzet wird, als a : b, und ſo man a : b wieder mit c dividiren ſoll, ſchlieſſet man die vorigen in eine Parentheſin ein, als (a : b) : c. Denn ob es ſchon auch ſimpler, nehmlich durch a : b c hätte können angedeutet werden, ſo iſt es doch nicht nöthig manche actu zu dividiren, und ſie aus ihrer Geſtalt aus einander zu reißen.

Satz. 210. Nachdem aber dergleichen unabgetheilte Zahlen zuweilen auf vielerley Art zuſammen oder von einander genommen worden, ſo iſt auch nöthig, daß man die combinirte und ſeparirte, wie auch die einzele nicht mit einander confundire, und deswegen ſind noch etliche höchſtnöthige Zeichen zu mercken, ſo man Vincula oder Bande nennet. Dieſe kommen insgemein in der Multiplication und Diviſion vor, und werden in die einfache und vielfache *Vincula* abgetheilet.

Erklärung. Die einfache beſtehen nur aus einer einfachen Linie oder Parentheſi, als da ſind:

$$c.\overline{a+b} \text{ oder } c(a+b) \;||\; \overline{d+e}\,.\,\overline{m+n-r}$$

$$\text{oder } (d+e).(m+n-r)$$

Die vielfachen aber, ſo man Vincula in Vinculis nennet, beſtehen aus doppelten Linien oder Parentheſibus,

z. E.

z. E. a.bc+e.f+g oder a ((bc+e(f+g)) &c. *

211. Die Linien, weil ſie zwiſchen den Zeilen ziemlichen Platz einnehmen, auch im drucken leichtlich zu lang oder zu kurtz genommen werden, ſind nicht ſonderlich mehr im Brauch, und bedienet man ſich alſo lieber der Parentheſium. Anmerck.

212. Was den Valorem der Buchſtäblichen quantitäten anbelanget, ſo bemercken diejenige, die das Signum + oder gar keines vorhero haben, eine würckliche Quantität, die auf einer Seite vorhanden iſt, hingegen bedeuten ſolche, ſo das Signum — vorhero haben, nicht etwa ein Non-Ens, das nur in cerebro Mathematicorum exiſtiret, ſondern eine ſolche Gröſſe, die bey einer gewiſſen Sache nicht vorhanden iſt, die an oder über einen gewiſſen Ort nicht angetroffen wird, deswegen ſie aber doch gar wohl an einem andern Orte ſeyn kan. Erklär.

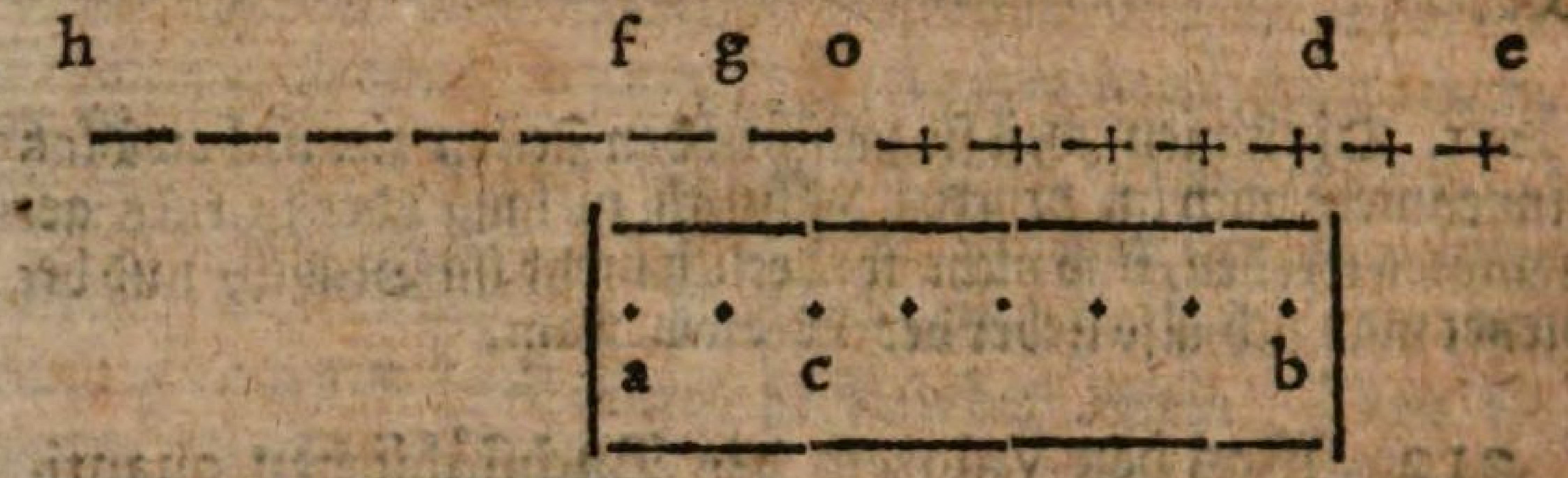
213. Man nennet die erſte Art quantitates poſitivas oder affirmativas, und die andere privativas, oder negativas, iedoch muß man die letzten ſo erklähren, daß nehmlich negativæ ſeyn, non, quæ exiſtentiam, ſed quæ præſentiam negant. Erklär.

214. Der Herr de Crouſaz beſchreibt ſie als ſolche Entfernungen, womit man von einem geſetzten Termino oder Puncto ſo weit herunter gehet, als man mit denen ſo † haben, darüber hinauf ſteiget. Und wie eine Entfernung kan mehr oder weniger groß ſeyn, alſo iſt die Entfernung einer Quantität, an und vor ſich ſelbſt ſchon eine Quantität, die man nehmlich vermehren und vermindern kan. ** 1. Erläuterung.

* Wie denn ſolches meiſt alles More Leibnitiano exprimiret, und in Miſcellaneis Berolinenſ. T. I. in Monito de Charact. Algebr. p. 157. ſeq. noch mehr davon zu finden.

** Vid. Mons. de Crouſaz Traité de l'Algebre pag. 5. 6. 9. ſeqv.

2. Erläuterung. 215. Dieſes iſt ſehr deutlich in Linien wahrzunehmen, wenn z. E. ein Fiſcher mit ſeinem Kahn



in a bey o ſtehet, und darinnen aus a nach b 7 Schritte läufft, in Willens am Ufer etwas aus e hinweg zu nehmen, der Kahn aber in wehrenden 7 Schritten von dem Ort o nach f allmählig 2 Schritte fortſchwimmet, ſo bemercken ſich zwar alle Schritte des Fiſchers, (als hier 7,) ſo rechter Hand nach e gehen, mit dem Signo +, und ſind eigene Bemühungen nach e, der Weg aber von 2 Schritten, den inzwiſchen der Kahn mit ſamt dem Fiſcher von o gegen f ſchwimmet, gehet lincker Hand, und bemercken ſich ſolche Schritte mit dem Signo — denn ſie bringen durch die gemeinſchafftliche Bewegung den Fiſcher zurücke, alſo da die eigene Bewegung des Fiſchers + 7 und die Gemeinſchafftliche — 2, befindet ſich der Fiſcher nach Endigung ſeiner 7 Schritte nur bey d, und hat in der That nur ſo viel, als 5 Schritte aus o gegen e avanciret.

Zuſatz. 216. Dahero ſind ſolche Entfernungen zur lincken ſo gut reell, als die zur Rechten, immaſſen man des Kahns Bewegungen mit +, und des Fiſchers beſondere mit — hätte exprimiren können, wenn man anfangs gewolt hätte.

Zuſatz. 217. Und da ſolcherley Quantitates negativæ algebraicæ, numericæ concretæ, geometricæ und Logarithmicæ immerzu reales ſeyn, * ſo können ſie auch mit den poſitivis verrechnet werden.

* Wie ſolches alles in oben belobter Diſſertation de Nihilo Mathematico des Herrn Prof. Haſii reichlich ausgeführet.

218. Endlich iſt noch ein Unterſcheid zwiſchen den unabgetheilten Zahlen zu mercken, denn diejenigen, ſo kein Signum zwiſchen ſich haben, heiſſen quantitates ſimplices oder incomplexæ, (einfache Gröſſen) als a, 5b mx y^3 -c -3d die aber, zwiſchen welchen das Signum + oder — ſtehet, heiſſen quantitates compoſitæ oder complexæ, (zuſammen geſetzte Gröſſen,) z. E. a+b. e+f-g 3x+2b-4c, die gemeinen Zahlen, als hier 3, 2, 4 ſind die Zehler, (ſo die meiſten Autores Coëfficientes heiſſen,) und x, b, c ſind die Nenner, (§. 18.) Erklär.

119. Im weitläufftigen Verſtand heiſt a+b ein Binomium, a+b+c ein Trinomium, a+b+c+d+e, ein Polynomium, welche beyde letztere offt auf Binomia reducirt werden. Jugleichen heiſt alſo a—b ein Reſiduum. Im engern Verſtand aber muß bey einem Binomio und Reſiduo, welches letztere ſonſt auch Apotome genennet wird, wenigſtens eine Irrational-Gröſſe ſeyn, wovon unten. Anmerck.

220. Wenn nach obiger Bedingung in vorhergehender Figur (§. 215.) in wehrenden 2 Schritten des Fiſchers aus a in c, der Kahn juſt auch 2 Schritte von o in f fort gienge, ſo bliebe der Fiſcher bey o beſtehen, und avancirete alſo nichts über o nach e, dahero machen einerley negativa mit einerley poſitivis zuſammen o, als — 2 + 2 = o oder 2a — 2a = o. Anmerck.

121. Thäte aber der Fiſcher (in a bey o ſtehend) gegen e nur einen Schritt, da immittelſt der Kahn 2 Schritte nach f avancirte, ſo käme dieſer Menſch nur bey g, und gienge ſein avancement, ſo von o gegen e geſchehen ſollen, um Eins zurücke, und wäre = — 1, alſo daß +a—2a = — a. Anmerck.

222. Wer dieſe 2 Caſus, wie auch den obigen §. 215. genau betrachtet, wird gar leichte den Grund ſehen, worauf ſich die Addition der negativen und poſitiven Gröſſen ſtützet. Anmerck.

223. Nehmlich das Hinzuthun einer negativen Quantität, iſt nichts anders, als eine Hinwegnehmung einer ſo groſſen poſitiven, und vice verſa.

13. Aufgabe.

13. Aufgabe. 224. Die Quantitäten, ſo mit einerley oder auch unterſchiedenen Zeichen bemercket ſeyn, zu addiren.

Vor allen Dingen iſt noch beyzubehalten, wenn vor einer Quantität kein Zehler ſtehet, iſt es ſo viel, als wann 1 davor ſtünde, (§. 18.)

Auflöſung.

1.) Die gleichbenahmten Zahlen, ſo einerley Zeichen haben, addire man wie gewöhnlich, nehmlich man zehle ihre Zehler zuſammen, und ſchreibe die Nahmen mit eben dem Zeichen darneben.

2.) Die aber verſchiedene Zeichen, und zugleich einerley Zehler haben, addire man gar nicht, und ſchreibe auch nichts drunter.

3.) Haben ſie verſchiedene Zeichen und auch verſchiedene Zehler, ſo ſubtrahire man den kleinen von gröſſern, und ſetze zum Reſt das Zeichen des gröſſern.

4.) Die ungleichbenannten ſetze man nur mit ihren Signis zuſammen, und wo kein Signum vorher ſtehet, wird + darunter verſtanden. (§. 212.)

Exem-

Exempla Additionis auf

No. 1.

	Erläuterung durch benahmte Zahlen.
$3a + b - c$	3 Thl. und 1 Gr. weniger 1 Pf.
$4a + 5b - 2c$	4 Thl. und 5 Gr. weniger 2 Pf.
Summa $7a + 6b - 3c$	7 Thl. und 6 Gr. weniger 3 Pf.

Man kan ſie aber auch durch beliebige bloſſe Zahlen erläutern, als es ſey z. E.

$$a=6,\ b=5,\ c=3,\ d=2$$

No. 1, 2 und 3.

$a - 2b + 7c + d$	$6 - 10 + 21 + 2 = 19$
$4a + 2b - 3c - 2d$	$24 + 10 - 9 - 4 = 21$
$5a \quad + 4c - d$	$30 \quad + 12 - 2 = 40$

No. 4

$4x + m$	4 Ducat. und 1 Thl. nebſt 1 Gulden weniger 1 Gr. machen ſo lange 4 Duc. † 1 Thl. † 1 Gulden — 1 G. biß ſie nach gutbefinden reducirt werden.
$y - n$	
$4x + m + y - n$	

Beweiß auf

No. 1.) Weil die Buchſtaben unabgetheilte Zahlen ſeyn, (§. 205.) ſo nimmet man ieden vor Eins, (§. 1.) und da nur homonyma können zuſammen genommen werden, muß man gleiche unter gleiche ſetzen, ihre Zehler gewöhnlich ſummiren, und die Nahmen dabey behalten, (§. 85.)

No. 2.) Sind die Quantitates negativæ und poſitivæ gleich groß, ſo machen ſie nichts, (§. 220.) welches auf dem leeren Papier ſchon da ſtehet.

No. 3.

No. 3.) Iſt eine kleinere negativa mit einer gröſſern poſitiva zu addiren, ſo wird ſolche poſitiva um ſo viel kleiner, als der Abgang in contrarium austräget, (§. 215.) So aber eine gröſſere negativa mit einer kleinern poſitiva zuſammen gezehlet wird, dann wird die negativa um ſo viel kleiner, als die poſitiva avanciret, (§. 221.)

No. 4.) Indem die ungleichbenanten Dinge eigentlich nicht zu addiren ſtehen, ſo deutet man indeſſen nur an, daß man ſie zuſammen ſetzen wollen.

Lehrſatz. 225. Wenn ein Abgang oder eine quantitas negativa ſoll abgezogen werden, ſo wird ſie eine eben ſo groſſe poſitiva, und wächſet alſo derjenigen, von welcher man ſie ſoll abziehen, würcklich zu. Z. E. die 2 Schritte Entfernungen über o zur Lincken, (in der Figur des 215. §.) abziehen oder weglaſſen, iſt nichts anders, als 2 Schritte zum Avancement nach e mit beytragen. Denn einen Abgang weg nehmen, iſt eben ſo viel, als ihn suppliren, oder ſo viel addiren. Demnach machen $-2b$, wann ſie von $5b$ ſubtrahirt werden, $+2b+5b=7b$, (§. 224. No. 1.) Oder $-(-2b)$ ſind $=+2b$, eben ſo, wie die Lateiner mit 2 Negationen etwas affirmiren, und auf gleiche Weiſe iſt b, wenn davon $-d$ ſubtrahiret wird $=b+d$.

14. Aufgabe.

14. Aufgabe. 226. **Die unabgetheilten Zahlen, ſo einerley oder verſchiedne Zeichen haben, von einander zu ſubtrahiren.**

1.) Setze man diejenigen, von denen man will abziehen, zu oberſt, und die, ſo abgezogen ſol-

ſollen werden, unten drunter, iedoch ſo, daß die gleichbenannten, ſo viel ſie zureichen, unter einander kommen.

2.) Haben nun dieſe einerley Signa, ſo ſubtrahire man nur ihre Zehler von einander, und ſetze die Nahmen, oder Nenner darneben.

3.) Iſt aber der untere Zehler gröſſer, als der obere, (wie es vornehmlich in componirten Gröſſen gar offte geſchiehet,) ſo ſubtrahire man den obern vom untern, und ſetze zum Reſt ein contraires Zeichen.

4.) So die Signa unterſchieden ſind, nehme man beyde Zehler zuſammen, und ſetze zu ihrer Summe das Zeichen der obern.

5.) Endlich ſo die Quantitäten von ungleichen Benennungen ſind, ſo gebe man denen, die man ſoll abziehen, contraire Zeichen, und ſetze ſie neben einander.

Exempla Subtractionis auf

No. 1 und 2.

$7b - 5c + 3d$	Einer hat bey ſich gehabt:
	7 Thl. weniger 5 Gr. u. noch 3. Pf. davon
$3b - 2c + d$	3 Thl. weniger 2 Gr. u. 1 Pf.
$4b - 3c + 2d$	Bleibt 4 Thl. weniger 3 Gr. u. noch 2 Pf.

No. 3.

$6a + 5b - 3c + d$	$36 + 25 - 9 + 2$	$= 54$
$a + 7b - 4c + 2d$	$6 + 35 - 12 + 4$	$= 33$
$5a - 2b + c - d$	$30 - 10 + 3 - 2$	$= 21$

No. 4

No. 4.

	$5a+2b-c+3d$	$=43$
Hiervon	$2a-b+3c-2d$	$=12$
	$3a+3b-4c+5d$	$=31$

	Malt.		Scheffel		Viertel		Metze
Von einem Getrāyde Vorrath à	9	weniger	2		0	und	1
ſind aufgangen:	6	und	1	weniger	3	weniger	2
So bleibt noch Beſtand:	3	weniger	3	und	3	und	3

Notand. Wenn oben eine 0 ſtehet, iſt es ſo viel als ſtůnde ihr + vor.

No. 5.

Von	$a+b-c$
Subtr.	$a-d+f$
Reſtirt.	$b+d-c-f$

Beweiß von

No. 1 und 2.) Daß man die kleinern Zehler gleichbenahmter Dinge, von denen darůber ſtehenden grôſſern Zehlern alſo můſſe abziehen, iſt (oben aus 93 und 94. §.) bekannt.

No. 3. Daß aber unter den poſitivis ein grôſſerer Zehler von einem kleinern abgezogen, ſo viel weniger ůbrig laſſe, als jener grôſſer iſt, wie dieſer, z. E. daß von $5b$ die hinweg genommen $7b$ nichts anders, als $-2b$ ůbrig laſſen, iſt leicht zu ſehen. Denn $5b-7b$ ſind gleich $5b$ wenn davon 7 abgezogen worden, (§. 221.) Nun aber ſind $5b-7b=5b-5b-2b$ (§. 126. und 69.) Und $5b-5b=0$ (§. 220.) Demnach ſind $5b-5b-2b=0-2b$ (§. 69.) $=-2b$.

Glei-

Gleicher geſtalt iſt auch ohnſchwehr zu erweiſen, daß unter den *negativis* ein grͤſſerer Zehler von einem kleinern abgezogen, um ſo viel mehr übrig laſſen müſſe, als jener grͤſſer iſt, wie dieſer, z. E. Wenn man $-4c$ von $-3c$ *ſubtrahiret*, daß $+1c$ übrig bleibe. Denn die abgezogene *negativa* wächſet derjenigen, von welcher man *ſubtrahiren* ſoll, würcklich zu, (§. 225.) Und demnach ſind $-3c-(-4c)=-3c+4c=1c$ (§. 224. No. 3.)

No. 4.) Eine *poſitiva* von einer *negativa* abgezogen, macht den Abgang grͤſſer, nehmlich ſo man von $-c$ noch $+3c$ hinweg nimmt, kommt $-c-3c$ (§. 223.) Nun aber ſind $-c-3c=-4c$ (§. 224. No. 1.) Demnach giebt $-c$ nach *ſubtrahirten* $3c$ noch einen ſtärckern Abgang, das iſt: $-4c$. Hingegen wenn eine *negativa* von einer *poſitiva* weggenommen wird, ſo *ſuppliret* man dadurch den erlittenen Abgang, und wächſet ſie der *poſitiven* würcklich zu, (§. 225.) Als wenn man von $3d$ noch hinweg nimmt $-2d$, ſo werdens ſo viel, als $3d+2d=5d$. (§. 224.)

No. 5. Die Hinwegnehmung einer *poſitiven* iſt nichts anders, als ein Hinzuthun einer ſo groſſen *negativen*, (§. 223.) Und die Hinwegnehmung einer *negativen* iſt eine Anwachſung einer eben ſo groſſen *poſitiven quantität*, (§. 225.) Demnach muß man

die Subtractiones der erſten mit — und der andern mit +, das iſt mit contrairen Zeichen andeuten.

Anmerck. 227. Wenn man die Reguln der Subtractionis Literalis nebſt ihren Beweiſen überhaupt betrachtet, ſo ſiehet man aus den vielen Verwechſelungē der Zeichen, daß man alle 5 Caſus auf eine eintzige Regul reduciren kan. Nehmlich man gebe denen Quantitäten, ſo da ſubtrahirt werden ſollen, durchgehends contraire Zeichen, und addire ſie zu denen obern, (§. 224.) ſo giebt die Summe das Reſiduum. Z. E.

Subtr. verwandelt in die Addition:

Subtr.	Addition
$3a+2b-4d+c-m$	$3a+2b-4d+c-m$
$2a+3b+d-2c+n$	$-2a-3b-d+2c-n$
$a-b-5d+3c-m-n$	$a-b-5d+3c-m-n$

Anmerck. Ich wolte aber nicht gerne, daß ſich iemand bloß allein an dieſe Regul gewöhnete, allermaſſen er ſonſten in der Diviſione Literali lange nicht ſo commod und hurtig wird zu recht kommen, als einer, der die ordentliche Subtraction nach obigen Fällen wohl inne hat.

Anmerckung und Erklärung. 228. Weil die neben einander geſetzte Quantitäten anzeigen, daß die eine ſo viel mahl genommen ſey, als die andere Einheiten hat, (§. 76. und 96.) ſo giebt diejenige, die ſo und ſo vielmahl genommen worden, den Nahmen, die andere aber, welche mit ihrem Einheits-Gehalt abzehlet, wie vielmahl jene zu nehmen, nöthig geweſen, giebt den Zehler. (§. 16. 17.) Und demnach beſtehen auch dieſe multiplicirten Gröſſen aus ihrem Zehler und Nenner, z. E. $3b$ hat zu ſeinem Zehler 3, und b zu ſeinem Nenner, $4ac$ hat 4 zum Zehler, und ac zum Nenner, mpx in pur-analytiſchen hat m zum Zehler, und px zum Nenner, oder mp zu ſeinem Zehler, und x zu ſeinem Nenner ꝛc.

Anmerck. 229. Die meiſten Autores nennen ſolcherley Zehler auch coëfficientes, ſo man unten in den Æquationen etwas

was genauer betrachten wird, und wie die Ordnung der efficientium das Factum nicht variret, alſo iſt auch $ab = ba$ (§. 98.) nehmlich : : : 6 iſt $= 3.2$ oder 2.3 (§. 68.) desgleichen iſt $cab = cba = acb$ &c. (§. 69.) welches unten in 273. §. auch noch anderſter bewieſen wird. Jedoch iſt es zuweilen deutlicher, ſo man $c.ab$ oder $cd.ef$ ſtatt cab, oder $cdef$ ſchreibet. Denn alſo kommen noch die rechten efficienten zum Vorſchein, da ſie ſonſten (ohne dem Unterſcheid) leichte könnten confundirt werden.

230. Wenn man die poſitiven und negativen Quantitäten des Multiplicatoris und Multiplicandi gehörig verwechſelt, ſo laſſen ſich alle Multiplicationes auf viererley Fälle reduciren, nehmlich man führet entweder Eintheilung.

+ in +
+ in —
— in +
— in —

231. Da nun 1. zu Formirung des Multiplicatoris eben ſo muß genommen werden, wie der Multiplicandus zu Formirung des Products, (§. 97.) ſo kan man z. E. obige 4. Caſus alſo exprimiren: Erläut.

		Unit.		Multiplicator		Multiplicand9		Productum
I.		1	gegen	+ 2	wie	+ 3	gegen	+ 6
	oder	1		+ *a*		+ *b*		+ *ab*
II.		1	gegen	+ 2	wie	— 3	gegen	— 6
	oder	1		+ *a*		— *b*		— *ab*
III.		1	gegen	— 2	wie	+ 3	gegen	— 6
	oder	1		— *a*		+ *b*		— *ab*
IV.		1	gegen	— 2	wie	— 3	gegen	+ 6
	oder	1		— *a*		— *b*		+ *ab*

Nehmlich I. Wie 1 zweymahl addirt iſt, um den Multiplicatorem + 2 (oder + a) heraus zu bringen, ſo muß auch der Multiplicandus + 3 (oder + b) zweymahl addirt werden, um das Product + 6 (oder ab) heraus zu bringen.

II. Wie 1 zweymahl genommen iſt, damit der Multiplicator + 2 (+ a) können heraus kommen, ſo muß auch der Multiplicandus - 3 (- b) zweymahl genommen werden, damit das Product - 6 (- ab) können heraus kommen. (§. 224.)

III. Wie 1 zweymahl hinweg genommen iſt, damit der Multiplicator - 2 (- a) können herauskommen, ſo muß auch der Multiplicandus + 3 (+ b) zweymahl weggenommen werden, damit das Product - 6 (- ab) können heraus kommen, denn + 3 zweymahl hinweg nehmen, giebt - 6 (§. 223.)

IV. Wie 1 zweymahl hinweggenommen worden, um den Multiplicatorem - 2 (- a) heraus zu bringen, ſo muß auch der Multiplicandus - 3 (- b) zweymahl hinweg genommen werden, um das Product + 6 (+ ab) heraus zu bringen. Denn - 3 zweymahl ſubtrahiren, iſt eben ſo viel als 3 zweymahl addiren, (§. 225.)

Zuſatz. 232. Hieraus ſiehet man, daß einerley Signa im Product + und verſchiedne Signa − geben. Und da Multiplicare nichts anders, als rem ad præſcriptum Multiplicantis ponere, (§. 97.) pflegen dieſes etliche nicht uneben mit Abhörung eines Zeugens zu illuſtriren, von dem es heiſt:

Qui affirmat (+) { ſe affirmaſſe (+), ille affirmat (+)
{ ſe negaſſe (−), ille negat (−),

Qui negat ſe (−) { affirmaſſe (+), ille negat (−).
{ negaſſe (−), ille affirmat (+).

233. Oder nach obiger Manier, (ſo allbereit im 215. §. vorgeſtellet,) und nach folgender Reihe: Anmerck.

—	—	—	—	—	—	o	+	+	+	+	+	+
6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6

Muß z. E. in der Multiplication - 3 mit – 2 von † 1 eben alſo rückwärts auf den Multiplicatorem (- 2 geſchritten werden, als von Multiplicando - 3 auf das Product † 6 geſchritten wird. Denn von $\overset{+}{1}$ auf den Multiplicatorem $\bar{2}$ zu kommen, ſchreitet man rückwärts erſt einen Schritt auf 0, und eben dieſe Diſtantz (nehmlich 1. Schritt) continuiret man von 0 zweymahl biß auf $\bar{2}$ zu kommen: Auf gleiche Weiſe ſchreitet man vorwärts von $\bar{3}$ auch auf 0, und eben dieſe Diſtantz, (nehmlich 3 Schritt) continuiret man von 0 zweymahl biß auf $\overset{+}{6}$ zu kommen. *

234. Ferner gilt bey der Multiplicatione literali Anmerck. eben dasjenige, was oben ſchon überhaupt bey der Multiplication erinnert worden, nehmlich daß man ſo wohl die Zehler, als auch die Nenner mit einander vermehren, und die Nenner auf einerley Sachen referiren müſſe, z. E. 3 *b* mit 2 *a* multiplicirt, geben 6 *a b*. Da denn, wenn z. E. *a* nach Belieben angenommene 4 Einheiten, und *b* alsdenn 5 ſolche angenommene Einheiten gilt, im Producte 6 mahl 20 oder 120 dergleichen angenommene Einheiten heraus kommen.

235. Und muß man ſich nicht irren laſſen, daß z. E. in Anmerck. der Lehre von Bewegungen die Meilen (= *M* oder *m*) mit Tagen (= *T* oder *t*) vermehret werden, wenn ſich z. E. die Geſchwindigkeiten *G* und *g* gegen einander verhalten wie *M t* gegen *m T*. Denn dieſem iſt (im §. 198.)

* Wie ſolches Monſ. de Crouſaz in denen Reflexions ſur l'utilité des Mathematiques, und in ſeinem Traité de l'Algebre pag. 54. ſ. erkläret.

ſchon begegnet worden, und ſoll unten in der Proportion bald erhellen, daß man die Meilen und Tage nicht ſo wohl ſelbſten, ſondern nur ihre Rationes oder Verhåltnůſſe in einander führe, welches gleichergeſtalt Walliſius in oben angeführtem Orte * allbereit zulånglich erlåutert hat.

15. Aufgabe.

15. Aufgabe. **235. Die complexen und incomplexen Quantitåten in einander zu multipliciren, und zwar a) die incomplexen, wo nehmlich kein Signum darzwiſchen ſtehet.**

1.) Multiplicire man ſo wohl die Zehler als Nenner in einander, und wo kein Zehler voran ſtehet, iſt es ſo viel, als ſtůnde 1 vor. (§. 115. und 76.)

2.) Einerley Buchſtaben, ſo 2, 3, und mehr mahl vorkommen, abbrevire man durch hinten angehengte kleine Ziffern, ſo man Exponenten heiſt.

3.) Beſtehen beyderley efficientes aus Buchſtaben mit Exponenten, ſo addire man nur dieſe, dann giebt die Summe den neuen exponenten, welche aber keinen haben, da iſt es ſo viel, als wenn oben 1 angehenget wåre.

Exempel auf

No. 1.				No. 2	
3b	ef	4c	m	aa	cbb
2a	cd	d	n	a	cbb
6ab	cdef	4dc	nm	aaa oder a^3	ccbbbb oder c^2b^4

* Walliſii Op. Arithm. cap. 37.

No. 3.

No. 3

$2a^4$	$5a^3$	$2a^2b^3$
a	$3a^3$	$3a^5b^2$
$2a^5$	$15a^6$	$6a^7b^5$

Beweiß auf No. 1.

1.) Indem die unabgetheilten Zahlen ebenfalls aus ihren Zehlern und Nennern beſtehen, (§. 16. 17.) ſo müſſen ſie nach der Natur der Multiplication auch in einander geführet werden, (§. 109. und 110.)

2.) Damit man nicht lange ſchreiben und zehlen, oder in geſchwinde Zehlen ſich nicht ſo leicht verſehen möge, nimmt man lieber an ſtatt *aaaaaaa* die kürtzere Expreſſion a^7, welche 7 anzeiget, daß *a* ſiebenmahl genommen und in ſich und ſeine producte multipliciret ſey.

3.) Weil die Multiplication durchs Nebenanſetzen geſchiehet, (§. 76.) iſt es nach vorhergehenden einerley, ob man *bbb* mit *bb* oder b^3 mit b^2 multipliciret, und im erſten Fall *bbbbb*, oder im andern Fall b^5 ſetzet. Jedoch muß man wohl Acht haben, daß man nicht etwa z. E. b^5 und 5 *b* vor einerley nimmt. Denn jenes iſt fünffmahl in einander multiplicirt, und dieſes nur fünffmahl ſchlechthin addirt.

β.) Die complexen mit einerley oder verſchiedenen Zeichen in einander zu vermehren.

1.) Multiplicire man mit iedem Theil des Multiplicatoris in ieden Theil des Multiplicandi nach der Reihe hindurch, nehmlich die Buchſtaben in die Buchſtaben, die Ziffern in die Ziffern, [wie in der Multiplication der bloſſen, und der incomplexen unabgetheilten Zahlen allbereit angewieſen worden,] ſo kommen die producta partialia, die man gewöhnlicher maſſen neben- und unter einander ſchreibet.

2.) Haben nun die zwey beſonders multiplicirten Theile einerley Signa, ſo ſetze man ihren Producten † vor, haben ſie aber verſchiedene Signa, ſo ſetze man ihnen — vor, und addire die Facta partialia nach der 13. Aufgabe.

Exempel, worinnen nach Belieben

$$a = 6 \quad b = 5 \quad c = 4 \quad d = 2$$

$$\text{I.}\quad \begin{array}{lll} b+c & 5+4 & = 9 \\ a & 6 & = 6 \\ \hline ab+ac & 30+24 & = 54 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} b-d & = 3 \\ a-c & = 2 \\ \hline -cb+cd & \\ ab-ad & \\ \hline ab-ad-cb+cd & = 6 \end{array}$$

Allwo $ab+cd = 38$ $ad+cb = 32$ und $ab+cd-ad-cb = 38-32 = 6.$

Erläut. mit bloſſen Zahlen:

$$\begin{array}{rl} a+c-d & = 8 \\ a-c+d & = 4 \\ \hline ad+cd-dd & \\ -ac-cc+cd & \\ aa+ac-ad & \\ \hline aa-cc+2cd-dd & = 32 \end{array} \qquad \begin{array}{l} aa+2cd = 52 \text{ poſit.} \\ cc+dd = 20 \text{ negat.} \\ \hline a^2+2cd-c^2-d^2 = 32 \end{array}$$

Poſiti-

		Poſitivæ.	Negativæ.
II.	$2a-2d-c = 4$	$2a^2 = 72$	$6d^2 = 24$
	$a+3d-c = 8$	$4ad = 48$	$3ac = 72$
	$-2ac+2cd+cc$	$c^2 = 16$	$cd = 8$
	$6ad-6dd-3cd$	136	104
	$2aa-2ad-ac$	104 Subtr.	

$$2a^2+4ad-6d^2-3ac-cd+c^2 = 32 - 32$$

Beweiß auf No.

1.) Dieſer gründet ſich auf die Multiplication der incomplexen Quantitäten, und daß man auf einmahl einen Theil des Multiplicatoris in alle Theile des Multiplicandi führen müſſe, und ſo ferner, iſt oben in der gemeinen Vermehrung §. 115. ſchon angezeiget worden.

2.) Welcher geſtalt ferner zwey poſitive und zwey negative Quantitäten im producte +, und eine poſitiva und negativa zuſammen multiplicirt im Producte — geben, erhellet aus dem 231. u. 232 §. Daß man aber die Gröſſen, ſo einander aufheben, gar nicht, und die einerley ſind, ſo gleich mit ihrer Summe im Haupt-Facto darunter ſchreibet, iſt aus der Addition bekannt (§. 224.)

236. Indem in ieder Diviſion der Dividendus das Menſuratum, der Diviſor die Menſur, und der Quotus die Anzahl der ſo vielmahl wiederholten Menſur iſt, ſo kan man ieden Diviſorem und Quotum als Efficientes, und Anmerk.

ieden Dividendum als ihr Factum anſehen. (§. 129.) Wie nun ein Factum affirmativum, das einē $\left\{\begin{matrix}\text{poſitivum}\\ \text{negativum}\end{matrix}\right\}$ efficientem gehabt, auch den andern efficientem $\left\{\begin{matrix}\text{poſitivum}\\ \text{negativum}\end{matrix}\right\}$ haben muß, und wie ein Factum negativum, das einen $\left\{\begin{matrix}\text{negativum}\\ \text{poſitivum}\end{matrix}\right\}$ efficientem gehabt, im Gegentheil den andern efficientem $\left\{\begin{matrix}\text{poſitivum}\\ \text{negativum}\end{matrix}\right\}$ haben muß: (§. 231. und 232.)

Lehrſatz. Alſo muß auch, wenn man eins vors andere ſetzet, ein Dividendus affirmativus, der einen $\left\{\begin{matrix}\text{poſitivum}\\ \text{negativum}\end{matrix}\right\}$ Diviſorem hat, wiederum einen $\left\{\begin{matrix}\text{poſitiven}\\ \text{negativen}\end{matrix}\right\}$ Quotum heraus bringen, desgleichen muß ein Dividendus negativus, der einen $\left\{\begin{matrix}\text{negativum}\\ \text{poſitivum}\end{matrix}\right\}$ Diviſorem hat, im Gegentheil einen $\left\{\begin{matrix}\text{poſitiven}\\ \text{negativen}\end{matrix}\right\}$ Quotum haben. Das iſt, wenn mans durch Signa ausſprechen will:

Ein Dividendus mit	+ durch den Diviſor mit	+ / −	giebt im Quoto	+ / −
	− durch den Diviſor mit	− / +	giebt im Quoto	+ / −

Zuſatz. 237. Demnach gilt wegen der Verwechſelung der Zeichen in der Diviſion eben die Regul, die in der Multiplication gegeben worden, nehmlich:

$\left\{\begin{matrix}\text{Einerley}\\ \text{verſchiedene}\end{matrix}\right\}$ Zeichen im Dividendo und Diviſore geben im Quoto $\left\{\begin{matrix}+\\ -\end{matrix}\right.$

238.

238. Weil die Gültigkeit der Buchſtäblichen Quantitäten nicht wie in den gemeinen Zahlen auf den Rang, ſondern auf die ihnen inſonderheit willkührlich zugeeignete Unitäten ankömmt, ſo hat man ſich an die Ordnung derer Gröſſen in der Diviſion ſo genau nicht zu binden, ſondern man nimmt das Factum Diviſoris und Quoti aus dem Dividendo hinweg, wo man es findet, allermaſſen die andersſtehenden efficienten das Factum nicht verändern, (§. 229.) Anmerck.

239. Und wie man in der Multiplication ſo wohl den Zehler als den Nenner von ieder Gröſſe in einander hat multipliciret, (§. 235.) alſo nimmt man ſie auf eben dieſe Art auch wieder aus einander, indem man ſo wohl die Zehler als Nenner in einander dividirt, z. E. wie 2 *b* mit 3 *a* vermehrt, 6 *ab* thut, alſo bringen auch 6 *ab* mit 2*b* dividirt, wiederum 3 *a*. (§. 124.) Anmerck.

16. Aufgabe.

240. Die einfachen und zuſammen geſetzten Gröſſen mit einander zu dividiren. 16. Aufgabe.

a.) Die einfachen:

1.) Dividire man mit beyden Zehlern und Nennern in einander, (wie gewöhnlich) und nehme den Quotum nicht gröſſer, als daß ſein Factum mit dem Diviſore, den Dividendum wieder herſtellet, welches geſchiehet, wenn man im Dividendo eben diejenige Buchſtaben wegläſſet, die im Diviſore ſtehen, und die übrigen als Quotum ſetzet, welche Gröſſen aber keinen Zehler vor ſich haben, da iſt es ſo viel, als ſtünde 1 vor.

2.) Wo

2.) Wo bey gleichen Buchſtaben Exponenten ſtehen, da ſetze man einen dergleichen Buchſtaben als Quotum, und hänge ihm oben die Differentz beyder Exponentium hinten an, ſo giebt ſich der Exponens Quoti.

3.) Wo kein Exponente vorhanden, da kan man ſich oben ſtatt deſſen allemahl die Unität einbilden.

4.) Sind aber der Dividendus und Diviſor mit ihren Nennern gantz divers, ſo kan die Diviſion in der That nicht geſchehen, und wird nur durch die dazwiſchen gezogene Linie, oder zwey puncte (:) angedeutet, biß ſie erſt nach Gelegenheit reduciret, iedoch kan man noch zuweilen die Zehler in einander dividiren.

5.) Haben der Dividendus und Diviſor zwar einige gleiche, hingegen aber auch einen oder etliche diverſe Buchſtaben, ſo laſſe man die gleichen weg, und ſetze die diverſen als einen Bruch ſtatt des Quoti, und wo oben kein diverſer ſtehet, da ſetze man nur in Gedancken die Unität hin.

Exempel auf No. 1.

$$ab\,(\,b \qquad cdef\,(\,df \qquad 6mn\,(\,3m \qquad 8ax\,(\,4x \qquad 5ry\,(\,5y$$
$$a \qquad ce \qquad 2n \qquad 2a \qquad r$$

auf No. 2. und 3.

$$a^5\,(\,a^3 \qquad 15a^7\,(\,5a^4 \qquad 6a^5\,(\,6a^1 \text{ oder } 6a$$
$$a^2 \qquad 3a^3 \qquad a^4$$

$$d^m\,(\,d^{m-1} \;\Big|\; a^3\,(\,a^2 \qquad a^1\,(\,a^0 \text{ oder } a\,(\,1 \qquad 18abcx^2\,(\,2bx.$$
$$d \qquad a \qquad a^1 \qquad a \qquad 9acx$$

Auf

Auf No. 4.

$\frac{a}{b}\Big(\frac{a}{b}$ oder $a:b$ $\frac{cy}{mx}\Big(cy:mx$ $\frac{a^4}{b^3}\Big(\frac{a^4}{b^3}$

$\frac{10z}{5y}\Big(\frac{2z}{1y}$ $\frac{12dmx}{4ay}\Big(\frac{3dmx}{ay}$

Auf No. 5.

$\frac{bc}{db}\Big(\frac{c}{d}$ | $\frac{abc}{abd}\Big(\frac{1c}{d}=\frac{c}{d}$ || $\frac{9mpy}{3px}\Big(\frac{3my}{x}$ | $\frac{mn1}{mnyz}\Big(\frac{1}{yz}$ || $\frac{a}{ab}\Big(\frac{1}{b}$

Beweiß auf No.

1.) Dieſes iſt aus der Natur der Diviſion überhaupt klar, als worinnen ſo wohl die Zehler als Nenner in einander getheilet (§. 139.) und die Quoti nicht dürffen gröſſer geſetzet werden, als das ihr und des Diviſoris Factum den Dividendum wieder herſtellet. (§. 130.)

2. und 3.) Was die Multlplication zuſammen verbunden, das löſet die Diviſion wieder auf, und da aaa (oder a^3) mit aa (oder a^2) $aaaaa$ (oder a^5) macht, ſo iſt auch $a^5 : a^2 = a^3$. Oder da a^4 mit a (oder a^1) a^5 giebt, ſo bringet auch a^5 durch a dividirt, wiederum a^4. (§. 124.)

4.) Folget aus dem 140. §. Daß man aber dennoch bey diverſen Buchſtaben die Zehler in einander dividiren könne, iſt leicht zu begreiffen. Denn der Quotus ſoll andeuten, wie offt der Diviſor im Dividendo enthalten ſey, (§. 123.) Nun aber iſt z. E. 5. in 10 eben ſo offt begriffen als 1 in 2. (§. 125.) Die Nenner aber ſind nur die Nahmen des

Ge-

Gehalts, folglich ſtecken 5y in 10z eben ſo offt, als 1y in 2z.

5.) Man kan gleiche oben und unten vorhandene Buchſtaben als gleiche Zehler anſehen, (§. 228.) die in einander dividirt, allezeit 1 bringen. (§. 125.) Eins aber iſt nicht nöthig zum Zehler des Quoti zu ſetzen, weil es weder multipl. noch dividiret, (§. 119. 126.) Derowegen braucht man nur die diverſen Nenner untereinander zu ſchreiben, (nach vorhergehenden.) So aber nur im Diviſore ein oder etliche diverſe Buchſtaben, ſo muß man, um einen Nenner im Dividendo zu bekommen, nach dem gemeinſchafftlichen Zehler allerdings eine Unität concipiren, und alsdenn, wie gleich vorher gemeldet, verfahren, welches alles unten in der Doctrina Rationum noch wird deutlicher kommen, inzwiſchen kan auch dieſes aus folgendem 265. §. geſchloſſen werden.

β.) Die zuſammen geſetzten Gröſſen in einander zu dividiren.

1.) Setze man den Diviſorem zur Lincken an die Seite, ſchlieſſe ihn mit einem kleinen Bogen ein, und den Dividendum diſtinguire man vom Quoto wie in der gemeinen Diviſion.

2.) Eigne man dem Diviſori einen ſchicklichen Dividuum zu, er ſtehe nun wo er wolle, iedoch nimmt man insgemein die meiſt-componirte und poſitive Gröſſe zuerſt dazu.

3.)

3.) Dividire man (nach vorhergehenden) mit einem Theil des Diviſoris in den einen Theil des Dividui, und zwar ſetze man den Quotum ſo, daß er in alle Theile des Diviſoris multipliciret, wo möglich aus allen Theilen des Dividui, oder zum wenigſten aus einem deſſelben Theil genau kan weg genommen werden, und was bleibet, ſetze man unten drunter.

4.) Iſt der Quotus aus einerley Signis, ſo ſetze man ihm +, iſt er aus unterſchiedenen Signis entſprungen, ſo ſetze man ihm — vor.

5.) Alſo continuire man weiter, und das Reſiduum, wo eins kommt, nehme man zum Zehler, den Diviſorem aber zum Nenner des an Quotum anzuhengenden Bruchs.

Exempel:

$px + py\,(x + y$ $ab + ac\,(a$

$p)$ $b + c)$

Man ſetze nach Belieben $a = 8$ $b = 5$ $c = 4$ $d = 2$ ſo iſt im folgenden Exempel der Dividend. $= 12$
der Diviſor $= 3$
und der Quotus $= 4$ als

$ab - ad - cb + cd\,(a - c$ || $40 - 16 - 20 + 8\,(8 - 4$

$b\ d)$ $5 - 2)$

$$aa-cc+2cd-dd\,(a+c-d$$
$$a-c+d)\quad +ac-ad$$
$$+cd$$

Dividendus = 60

Diviſor = 6

Quotus = 10

$$2a^2+4ad-6d^2-3ac-cd+c^2$$
$$2a-2d-c)\qquad (a+3d-c$$
$$+6ad\quad -2ac+2cd$$

$$x^3-c^3$$
$$x-c)\ +cx^2+c^2x\quad (x^2+cx+c^2$$

$$y^2-z^2\,(+r$$
$$y-z)\ +yz\quad \left(y+z\frac{r}{y-z}\right.$$

Beweiß auf No.

1. 2. 3.) Dieſes Verfahren gründet ſich ſo wohl auf die allgemeinen Reguln der Diviſion überhaupt, (§. 144.) als auch auf vorige Reguln der Diviſion mit den einfachen Gröſſen. Daß man aber von der meiſt-componirten poſitiven Gröſſe gerne anfänget, geſchiehet deswegen, damit die gröſte poſitiva wieder zuerſt in Quotum komme, und ſich in weitern Operationen deſto bequehmer fortführen laſſe.

4.) Die Anſetzung und Verwechſelung der Signorum erhellet aus dem 236. §. und daß man

5.) Den Reſt als einen Bruch noch dem Quoto anhengen müſſe, folgt aus dem 143. §.

Wolte

Wolte man der Gewißheit wegen in etwas weitläufftigen Exempeln ſich der oben im 146. §. angewieſenen Portugieſiſchen Diviſion bedienen, in welcher die Summe der Factorum Quoti und Diviſoris zuletzt den Dividendum muß reſtituiren, ſo kan es auch nicht ſchaden, zum wenigſten können die Anfänger ſolche ſo lange brauchen, biß ſie ſich im Zeichen-Wechſel und Abzug ein wenig feſte geſetzet.

Hierzu ſey eines von vorigen:

$$
\begin{array}{lll}
 & \text{Dividendus} & \text{Quotus} \\
\text{Diviſor.} & 2a^2 + 4ad - 6d^2 - 3ac - cd + c^2 & (a + 3d - c \\
2a - 2d - c) & \quad + 6ad \qquad\quad - 2ac + 2cd & \\
\hline
\text{Facta partialia.} & \left\{ \begin{array}{l} 2a^2 - 2ad - ac \\ \qquad + 6ad - 6d^2 - 3cd \\ \qquad\qquad - 2ac + 2cd + c^2 \end{array} \right. & \\
\hline
\end{array}
$$

Summa $= 2a^2 + 4ad - 6d^2 - 3ac - cd + c^2 =$ Dividendo.

241. Nachdem nun die ſo genannten Species Calculi literalis abgehandelt, ſo wird es nicht undienlich ſeyn, ſie auf ein und andere Arithmetiſche Grund-Wahrheiten zu appliciren. Denn dadurch wird man nicht allein die vorigen Reguln nach und nach lernen anbringen, ſondern es werden ſich auch die Ausdrückungen derer Gröſſen überhaupt zugleich gar leichte inſinuiren. Anmerk.

4. Allgemeine Ausſprüche und Haupt-Wahrheiten aus den vier Rechnungs-Operationen, welche theils vor ſich klahr, und nur mit Buchſtaben erläutert, theils auch auseinander deducirt werden.

ℵ) Aus der Addition.

Grund-ſatz. 242. Gleiche Zahlen kan man vor einander ſubſtituiren. §. 69.

Alſo wenn $a = x$, ſo kan man überall, (wo in eben der propoſition das x ſtehet,) die ihm gleiche Quantität a davor hinſetzen.

Grund-ſatz. 243. Indem die Gröſſe der Gantzen von der Gröſſe ihrer geſammten Theile dependiret, (§. 67.) ſo geben auch gleiche geſammte Theile, gleich-groſſe Gantze.

Nehmlich wenn $p + P = T$ und $p + \pi = p + P$, ſo ſind auch $p + \pi = T$. (§. 242.)

Zuſatz. 244. Folglich, wenn man gleiches zu gleichen addirt, müſſen gleiche Summen oder Gantze heraus kommen.

Wenn $a + b = y$, ſo iſt $a + b + c = y + c$.

Grund-ſatz. 245. Wenn man zu einer kleinern und gröſſern Quantität beyderſeits gleiches addirt, wird die erſte Summe kleiner, und die andere gröſſer.

Es ſey $a < b$ und $b - a = d$, ſo iſt $b = a + d$ (§. 244.) und dahero $a + c < a + d + c$. Demnach wird die andere Summe allezeit um die Differentz gröſſer.

Grund-ſatz. 246. Wenn 2 Gröſſen einer Dritten gleich ſind, ſo ſind ſie auch untereinander ſelbſt gleich.

Wenn $a + b = y$ und $d + c = y$ ſo iſt $a + b = d + c$. (§. 242.).

Lehrſatz. 247. Wenn 2 Gröſſen mit einer dritten einerley Summe machen, ſo ſind ſie einander gleich.

Z. E. Wenn $a + b = n$ und $c + b = n$
ſo iſt $a = c$. Denn $a + b = c + b$. (§. 246.) Hierzu
addire man beyderſeits $- b \quad - b$
ſo iſt $a = c$. (§. 220. und 244.)

248. Wenn man eine gantze Zahl oder überhaupt ein Gantzes 2 mahl nimmt, ſo entſtehet eine grade (gantze) Zahl, (Numerus par) Z. E. ſo man vor eine gantze Zahl, n ſetzet, ſo iſt ein numerus par $= 2n$. (§. 10 und 11.) Und dahero kan man eine iede grade Zahl wieder in 2 = Theile theilen. Erklär.

249. Hingegen ſo man einer graden Zahl 1 addiret, ſo entſtehet eine ungrade (gantze) Zahl, oder ein numerus impar. Erklär.

α.) Nehmlich wenn die grade $= 2n$, ſo iſt die ungrade $= 2n + 1$. Und deswegen kan ſie nicht in zwey gleiche gantze Zahlen abgetheilet werden. Wenn $n = 0$, ſo iſt $2n + 1 = 1$, und kan man dahero die Unität auch mit zu den ungraden Zahlen rechnen. β.) Desgleichen iſt iede Zahl ungrad, ſo mit 1 addirt, eine grade Summe macht. Denn zu 1 muß man entweder 1, oder $2n + 1$ addiren, wenn die Summe ſoll grad werden. Erläut.

250. Grade Zahlen ſo wohl in grader als ungrader Anzahl addirt, machen iederzeit eine grade Summe. Lehrſatz.

Denn $2m + 2n$ oder $2r + 2p + 2q$ laſſen ſich beyderſeits wiederum in 2 gleiche Theile theilen, und ſind dahero grad. (§. 248.)

251. Ungrade Zahlen in grader Anzahl addirt, machen eine grade Summe. Lehrſatz.

Weil alle ungrade Zahlen eine Unität mehr haben als die graden, ſo ſind z. E. von $2m + 1$, $2n + 1$. $2r + 1$, $2s + 1$ die angehengten Unitäten wiederum einer graden Zahl gleich, als hier $= 2t$, und dahero machen $2m + 2n + 2r + 2s + 2t$ wiederum eine grade Zahl, (§. 248. und 250.)

252. Ungrade Zahlen in ungrader Anzahl addirt, machen eine ungrade Summe. Lehrſatz.

Wenn man die ungrade Anzahl, nach welcher man ſie ſo viel mahl nehmen will, $2p+1$ nennet, ſo machen die hinzugefügten Unitäten zuſammen auch $2p+1$, und kömmt daher die ungrade Summe $= 2m+2n+2r$ &c. $+2p+1$. (§. 249.)

Lehrſatz. **253. Die Veränderung der Ordnung, oder die Verſetzung der partium, macht der Gröſſe nach kein ander Totum.**

Denn wenn $a+b+c = T$, ſo iſt $c+a+b$ auch $= T$. (§. 243.)

2.) Aus der Subtraction.

Lehrſatz. **254. Gleiches von gleichen ſubtrahirt, giebt gleiche Reſte.**

Es ſey $a = b$ und $c = d$, ſo iſt zu beweiſen, daß $a-c = b-d$. Da $a-c = a-d$

Und $b-d = a-d$ (§. 242.)

So iſt auch $a-c = b-d$ (§. 246.)

Lehrſatz. **255. Die Differentz zweyer Gröſſen zur kleinern addirt, reſtituiret die gröſſere.**

Es ſey $a > b$, und $a-b$ ſey $= d =$ differ.

ſo addire man beyderſeits: b b

kömmt $a = d+b$. (§. 244.)

Lehrſatz. **256. So man die Differentz von der gröſſern Quantität ſubtrahirt, bleibet die kleinere.**

Nach vorigen iſt $a = d+b$ Nun ſubtrahire man davon beyderſeits d d

kömmt $a-d = b$. (§. 254.)

Lehrſatz. **257. Wenn man von einer gröſſern und kleinern Gröſſe beyderſeits einerley ſubtrahirt, ſo wird die erſte Differentz gröſſer, als die andere.**

Es

Es ſey $a > b$, und die Diff. $= d$, ſo iſt
$b + d = a$. (§. 255.) Nun ſubtrahire man beyderſeits c

$$\begin{array}{l} \quad c \qquad c \\ \hline b + d - c = a - c \end{array}$$

kömmt $b + d - c = a - c$ (§. 254.)
dahero $b + d - c > b - c$. Nehmlich um die Differentz beyder Zahlen iſt die erſte Differentz gröſſer als die andere.

258. Wenn man von einer graden Zahl 1 ſubtrahirt, wird ſie ungrade. Lehrſatz.

Es ſey $2n - 1 = d$ hierzu addire man beyderſeits:

$$\begin{array}{l} +1 \qquad +1 \\ \hline \end{array}$$

kömmt $2n = d + 1$ (§. 244.)
folglich iſt d eine ungrade. (§. 249.) β.)

259. Die Differentz ſo wohl zweyer graden, als ungraden Zahlen, iſt allezeit grade, und die Differentz einer graden und ungraden iſt allemahl ungrade. Lehrſatz.

Es ſeyn 2 grade $2m$ und $2n$, ſo ſind 2 ungrade $2m+1$ und $2n+1$. (§. 248. 249.) Im erſten Fall iſt die Differentz $2m - 2n$, welche grade, (§. 248.) Im andern Fall iſt $2m+1-2n-1$ auch grade, denn $+1$ und -1 iſt $= 0$. (§. 220.) Dahero bleibt $2m - 2n$ noch übrig, welche nach vorigen auch grad. Endlich iſt $2m+1-2n$, desgleichen $2m - 2n - 1$ beyderſeits ungrad. (§. 249. und 258.)

260. So man zweyer ungleichen Gröſſen ihre Summe und Differentz addirt, ſo kömmt die gröſſere doppelt. Lehrſatz.

Es ſey $a > b$, ſo iſt die Summe $a + b$
und die Difference $a - b$

Deren aggregat $= 2a$.

261. Hingegen ſo man ihre Differentz von ihrer Summe ſubtrahirt, ſo bleibet das Duplum der kleinern übrig. Lehrſatz.

Als: $a + b$ davon
Subtr. $a - b$

Reſtirt. $2b$.

Lehrſatz. **262. Wenn man zur halben Summe zweyer Gröſſen die halbe Differentz addirt, ſo kömmt die gröſſere, ſubtrahiret man aber die halbe Differentz von der halben Summe, ſo kömmt die kleinere Quantität heraus.**

Es ſey die gröſſere $= 2g$ die kleinere $= 2k$, die Differentz $= 2g - 2k = 2d$, ſo iſt die halbe Diff. $= g - k = d$, und die halbe Summe $= g + k$.

Demnach muß bewieſen werden, daß $g + k + d = 2g$ und $g + k - d = 2k$.

Man ſubſtituire vor d das ihm gleiche $g - k$

ſo iſt $g + k + g - k = 2g$

und $g + k - g + k = 2k$ (§. 220. 260. 261.)

Oder ſo $2a + 2b$ als Summe mit ihrer Difference

$2a - 2b$ addirt

giebt: $4a$ und ſubtrahirt

giebt: $4b$ ſo giebt die halbe Summe $a + b$ mit der halben Differentz $a - b$ addirt, die gröſſere $2a$, und die halbe Differentz davon ſubtrahirt, bringt die kleinere $2b$. (§. 260. 261.)

3.) Aus der Multiplication und Diviſion.

Lehrſatz. **263. Gleiches mit gleichen multiplicirt, giebt gleiche Facta.**

Es ſey $a = b$ und $c = d$. ſo iſt $ca = db$. Denn

$ca = cb$ und

$db = cb$. (§. 242.)

Ergo $ca = db$. (§. 246.

Lehrſatz. **264. Wenn 2 Gröſſen einerley Multipla, oder gleiche vielſache von einer dritten ſind, ſo ſind ſie einander ſelber gleich.**

Wenn a z. E. 4 mahl ſo groß als p, und c iſt 4 mahl ſo groß, als p, ſo iſt $a = 4p$ und $c = 4p$, folglich $a = c$. Uberhaupt ſo $e > 1$. und $a = ep$. und $c = ep$

ſo iſt $a = c$. (§. 246.)

265. Wenn 2 gleiche Gröſſen beyderſeits mit 2 andern Gröſſen und vice verſa, multiplicirt, einerley Facta heraus bringen, ſo ſind die 2 andern Gröſſen einander auch gleich. Lehrſatz.

Z. E. Wenn $a = b$ und $ma = nb$. ſo iſt auch $m = n$. Denn ſo man vor b, a ſubſtituirt, ſo iſt

$$ma = na$$

Das iſt nach der Natur der Multiplication:

Der multiplicans m nimmt a ſo vielmahl, als er Unitäten hat, und der multiplicans n nimmt a auch ſo vielmahl, als er Unitäten hat, (§. 96.) a aber iſt beyderſeits gleich vielmahl genommen, daher hat m ſo viel Unitäten, als n, und folglich iſt $m = n$, (§. 67.)

Alſo ſiehet man auch hieraus, daß in obiger Diviſion (§. 240. No. 5.) b c : d b oder $\frac{bc}{db} = \frac{c}{d}$. Zuſatz.

Denn man multiplicire ſie beyderſeits mit d b, kömmt $\frac{dbbc}{db}$ und $\frac{dbc}{d}$ = bc und bc. (§. 130.) Dahero iſt $\frac{bc}{db} = \frac{c}{d}$.

266. Wenn man 2 gleiche Gröſſen mit einer gröſſern und kleinern multiplicirt, ſo wird das erſte Factum gröſſer, als das andere. Lehrſatz.

Es ſeyn die gleichen Gröſſen a und a, und $b > c$, ſo iſt $ab > ac$. Denn im erſten Facto iſt a ſo vielmahl genommen, als b Unitäten hat, und im andern Facto iſt a ſo vielmahl genommen als c dergleichen Unitäten hat, (§. 96.) Nun aber hat b eben diejenigen, aber mehr Unitäten als c, folglich iſt $ab > ac$. (§. 71 72.)

267. Wenn eine Zahl gegen die andere eben den Gehalt hat, den eine dritte gegen die vierdte hat, ſo wird die andere von der erſten entweder genau und eben ſo viel mahl ausgemeſſen, als die vierdte von der dritten, oder wenigſtens meſſen doch eben diejenigen Theile von der er- Lehrſatz.

ſten die andere aus, dergleichen (Theile) von der dritten die vierdte ausmeſſen, und vice verſa.

Wie offt ie und ie 2 Gröſſen in einander enthalten, zeigt die Diviſion vermittelſt des quotienten an, (§. 122. 123.) als welcher eben zehlet, wie offt das gantze Maaß, oder gewiſſe Theile deſſelben in dem gemeſſenen zugelanget, (§. 127. 128.) Nun iſt das Maaß der andern die erſte, und der vierdten die dritte. Daher muß die gantze erſte, oder eben diejenigen Theile der erſten, in der andern ſo vielmahl zureichen, als die gantze dritte, oder eben dergleichen ihre Theile in der vierdten zureichen.

Lehrſatz. 368. Wenn 2 Gröſſen a und b einander gleich, beyde aber mit zwey andern c und d dividirt werden, und gleiche Quotos bringen, ſo ſind auch die zwey andern Gröſſen, c und d einander gleich.

Denn wenn man die gleichen Quotos q und q mit denen Diviſoribus multiplicirt, ſo iſt $cq = a$ und $dq = b = a$ (§. 129.) Folglich iſt $c = d$. (§. 265.)

Lehrſatz. 269. Wenn man eine dritte Zahl mit zwey unterſchiedenen Zahlen multiplicirt, ſo ſind die Facta eben ſo vielmahl, als die differenten Factores in einander enthalten.

Z. E. Wenn der erſte Factor 3 mahl ſo groß als der andere, ſo iſt auch das erſte Product 3 mahl ſo groß, als das andere.

Denn es ſey die dritte $= d$, die erſte $= e$, und die andere a, e aber ſey c mahl ſo groß, als a, ſo iſt zu beweiſen, daß ed gegen ad wie e gegen a.

Jeder Multiplicator nimmt ſeinen Multiplicandum (d) ſo vielmahl als er Unitäten hat. Hat nun e, c mahl ſo viel Unitäten als a, ſo nimmt er auch d, c mahl ſo offt, als ihn a nimmt, (§. 96.) folglich iſt ad, in ed eben ſo viel, nehmlich c mahl enthalten, als a in e. (§. 124.)

Lehrſatz. 270. Wenn 2 unterſchiedliche Zahlen mit einer dritten beyderſeits dividirt werden, ſo ſind die Quoti eben ſo vielmahl in einander enthalten, als die dividirten Zahlen.

Wenn

Wenn $a:e = b$ und $c:e = d$, ſo iſt b gegen d
wie a gegen c.

Denn $eb = a$ und $ed = c$. (§. 129.)

Nun iſt b gegen d wie eb gegen ed (§. 269.)

Folglich iſt b gegen d wie a gegen c. (§. 242.)

271. Wenn von 4 Zahlen das Factum der beyden mittelſten gleich iſt dem Facto der beyden äuſſerſten, ſo iſt der Quot aus der erſten und andern gleich dem Quot aus der dritten und vierdten, oder die erſte iſt in der andern eben ſo vielmahl enthalten, als die dritte in der vierdten. Lehrſatz.

Es ſeyn die 4 Zahlen a, b, c, d, Wenn nun $bc = ad$,
ſo iſt a gegen b wie c gegen d. Man multiplicire

c und d beyderſeits mit a) ſo iſt ac gegen ad wie c gegen d. §. 269.

vor ad ſubſtituire man bc, ſo iſt ac gegen bc wie c gegen d. §. 242.

Nun dividire man mit c) ſo iſt a gegen b wie c gegen d. §. 270.

272. Wenn von 2 Zahlen, a und b eben den quotienten haben, oder ſo vielmahl in einander ſtecken als c und d, ſo ſtecket auch a in c ſo vielmahl, als b in d, oder es haben auch a und c eben den quotienten, den b und d haben. Lehrſatz.

Es ſey a gegen b wie c gegen d, $\frac{a}{b} = e$ $\frac{c}{d} = e$

ſo iſt $eb = a$, und $ed = c$ (§. 129.) folgl. wenn man
gleiches ſubſtit. eb gegen b wie ed gegen d. Und da
eb gegen ed wie b gegen d, §. 269.

ſo iſt auch a gegen c wie b gegen d.

173. Einerley Factores in einander multiplicirt, ſie mögen verſetzt ſeyn, wie ſie wollen, geben einerley Facta. Lehrſatz.

Wenn $a.b$ bringt ab, und $b.a$ bringt ba, ſo iſt $ab = ba$.

Aus der Natur der Multiplication iſt

1 gegen a wie b gegen ab, und
1 gegen b wie a gegen ba (§. 97.)

Nun iſt auch 1 gegen a wie b gegen ba. (§. 272.)

Da nun b in ba eben ſo vielmahl enthalten, als b in ab
ſo iſt b gegen b wie ba gegen ab. (§. 272.)
b aber iſt $= b$, folglich iſt $ba = ab$.

Und eben auf dieſe Art iſt $abc = bac$, denn man ſubſtituire vor ab und ba die Quantität d, ſo iſt ſo wohl abc als $bac = dc$, und dahero $bac = abc$ (§. 246.) Auf gleiche Weiſe läſſet ſichs von mehrern Factoribus demonſtriren.

Lehrſatz. 274. Wenn von 4 Gröſſen die erſte in der andern eben ſo vielmahl enthalten, als die dritte in der vierdten, ſo iſt das Factum der mittelſten gleich dem Facto der äuſſerſten.

Es ſey a gegen b wie c gegen d, ſo iſt zu beweiſen,

daß $bc = ad$

Denn ſo $a:b = e$ ſo iſt $c:d$ auch $= e$. (§. 123.)
Dahero $eb = a$ und $ed = c$. (§. 129.)

Nun iſt eb gegen b wie ed gegen d. (§. 269.) das Factum der mittelſten bed iſt gleich dem
Facto der äuſſerſten ebd. (§. 273.)

Folglich, wenn man vor ed die ihm gleiche Quantität c und vor eb die ihm gleiche Quantität a ſubſtituiret,
iſt $bc = ad$. (§. 242.)

Lehrſatz. 275. Wenn man eine Zahl mit einer andern gantzen Zahl, oder mit ſolcher anderen ihren Factoribus nach und nach multipliciret, ſo kommen einerley Haupt-Facta heraus.

Es

Es ſeyn f und F die Factores von n, ſo iſt $fF = n$. (§. 97. 274.) Nun multiplicire man a mit n kommt na,

Desgleichen a mit f
kömmt fa und dieſes mit F
kömmt fFa.

Iſt daher zu beweiſen, daß $na = fFa$.

Man multiplicire die gleichen Gröſſen n und fF
mit na und fFa) fFa na
kömmt: $fFan$ und $fFna$

Dieſe letzten Facta aber ſind einander gleich, (§. 273.) Ergo ſind die andern Gröſſen fFa und na einander auch gleich. (§. 265.)

276. Wenn man eine gantze Zahl mit einer andern gantzen Zahl, oder mit ihren Theilen nach und nach multiplicirt, und die Producta addirt, ſo iſt die Summe derer Producte dem Product der zwey gantzen Zahlen in einander gleich. Lehrſatz.

Es ſey $n = t + T$, und damit werde multiplicirt a, ſo muß $na = ta + Ta$ ſeyn.

Weil $n = t + T$, ſo iſt
$n - t = T$, (§. 254.) dieſes multiplicire man beyderſeits mit a
kömt $na - ta = Ta$ (§. 263.) Hierzu addire man ta
$+ta$ $+ta$
kömmt $na = Ta + ta$. (§. 244.)

277. Eine grade Zahl mit einer graden oder ungraden multiplicirt, giebt wieder eine grade. Lehrſatz.

Es ſey eine grade $= 2m$
und die andere grade $2n$
ſo iſt das Factum $= 4mn = 2mn + 2mn$
und dahero grad. (§. 248.)

Oder es ſey eine grade $2m$
und eine ungrade $2n + 1$
ſo iſt das Factum $= 4nm + 2m, = 2nm + m + 2nm + m$
und dahero auch grad. (§. 248.)

Da-

Dahero müſſen alle Multipla von 8, 6, 4, und 2, desgleichen auch von 10 grad ſeyn.

Lehrſatz. 278. Wenn man eine ungrade Zahl mit einer ungraden multiplicirt, ſo muß das Factum allwege ungrad kommen.

Es ſey eine ungrade $2m + 1$
und eine andere $2n + 1$

$$\begin{array}{r} 2m + 1 \\ 4mn + 2n \end{array}$$

ſo iſt das Factum $= 4mn + 2n + 2m + 1$, welches ungrad. (§. 249.)

Zuſatz. 279. Dahero wenn a eine grade Zahl, ſo iſt $aaaaa$ ꝛc. oder überhaupt a^n allezeit wieder grade, und ſo a eine ungrade, ſo iſt $aaaa$ ꝛc. oder überhaupt a^n allemahl wieder ungrade.

Anmerckung und Lehrſatz. 280 Wenn $a - b$ mit ſich ſelbſt multiplicirt wird, kömmt zu Ende des Facti $+ bb$, ſo man das gantze Factum noch einmahl mit $a - b$ vermehrt, kömmt zuletzt $- bbb$, und ſo man ſolch Factum wieder mit $a - b$ multipliciret, kommt zu Ende $+ b^4$ ꝛc. Denn einerley Signa geben das erſtemahl $+$, unterſchiedene das andere mahl $-$, einerley das dritte mahl wieder $+$ ꝛc. folglich alterniren die Signa in b^2, b^3, b^4, ꝛc. nehmlich grade Exponenten haben $+$, ungrade haben $-$ (§. 235.)

Erklär. u. Lehrſatz. 281. Alle Zahlen, die durch die Multiplication zweyer gantzen Zahlen herauskommen, ſind Numeri compoſiti, müſſen 2 Factores haben, deren ieder gröſſer als 1 iſt, (denn die Unität multipliciret nicht, (§. 119.) und macht ihr Product iederzeit eine Flächen-Zahl. Denn eben den einen Factorem kan man ſo vielmahl in einer Reihe

ſetzen,

ſetzen, als der andere Factor Unitäten hat. (§ 98.) Alſo wenn ſo wohl *a* als *b* eine gantze Zahl und > 1, ſo iſt *ab* eine Flächen-Zahl, deren latera oder Reihen *a* und *b* ſind.

282. Hingegen ſind diejenigen Zahlen, deren Unitäten in keiner dergleichen Flächen-Zahl können völlig diſponirt werden, auch keine componirten, ſondern urſprüngliche oder prim-Zahlen, z. E. aus 7. 11. oder 13. ꝛc. kan man keine (recktwincklichte) Flächen-Zahl formiren, folglich haben ſie auch keine Factores. (Denn weil 1 nicht multipliciret, pflegt man es auch nicht unter die multiplicatores zu rechnen,) und heiſſen deswegen nur Numeri Lineares, weil ſie nicht die Fläche, ſondern nur eine Linie oder ein Latus derſelben abgeben können. Erklär.

283. Wenn ein Numerus compoſitus mehr als zwey Factores hat, als *abc*, ſo kan man 2 oder mehr vor einen nehmen, *ab* = *n* und *abc* = *nc* ſetzen. (§. 228.) und dahero wenn von zweyen Factoribus jeder eine gantze Zahl, ſo > 1, z. E. *m* und *n*, ſo exprimiret überhaupt *mn* eine componirte Zahl, ſie mag aus ſo vielen Factoribus beſtehen, als ſie will. Dahingegen eine prim-Zahl nur mit *p* oder 1 *p* kan ausgedrucket werden. Anmerck.

Und wäre zu wünſchen, daß man ein beſſer Symbolum primi geneticum hätte, es iſt aber ſeithero, ſo viel ich weiß, noch keines zum Vorſchein kommen. Jedoch wird man die vornehmſten Kennzeichen der componirten und prim-Zahlen unten nach den Brüchen und den Potentzen finden.

7.) Aus der Diviſion alleine.

284. Wenn 2 gleiche Gröſſen mit einerley dritten beyderſeits dividirt werden, ſo kommen einerley Quoti heraus, oder wie man ſonſt ſpricht: Gleiches mit gleichen dividirt, giebt gleiches. Lehrſatz.

Es

Es ſey $a = b$, und $a : c = d$ desgleichen $b : c = e$, ſo muß auch $d = e$ ſeyn.

Denn ſo offt c in a, ſo offt auch 1 in d, und
ſo offt c in b, oder wenn man vor b das ihm gleiche a ſetzet,
ſo offt c in a, eben ſo offt auch 1 in e. (§. 125.)

Folglich haben d und e einerley Unitäts-Gehalt, und ſind deswegen gleiche Zahlen. (§. 67.)

Lehrſatz. 285. **Wenn man eine gröſſere und eine kleinere Gröſſe mit einerley dritten dividirt, ſo kommt auch der erſte Quotus gröſſer als der andere.**

Es ſey $a > b$ und $\frac{a}{c} = d$ $\frac{b}{c} = e$, ſo iſt $d > e$.

Denn c iſt ſo offt in a enthalten, als 1 in d
und c iſt ſo offt in b, als 1 in e (§. 125.)

Nun aber reichet der Diviſor, als ein Maaß, in einer gröſſern Quantität mehr mahl hin, als in einer kleinern, (§. 127.) Derowegen da c mehr mahl in a ſtecket als in b, ſo ſtecket auch die Unität mehr mahl in d als in e, und daher iſt $d > e$. (§. 71.)

Lehrſatz. 286. **So man 2 gleiche Gröſſen, und zwar eine mit einem gröſſern Diviſore dividirt, als die andere, ſo kömmt der erſte Quotus kleiner als der andere.**

Wenn $b > c$ und $\frac{a}{b} = d$ $\frac{a}{c} = e$ ſo iſt $d < e$.

Denn eine groſſe Menſur reichet nicht ſo vielmahl hin im Menſurato, als eine kleinere, (§. 127.) Alſo wie b nicht ſo vielmahl in a, als c darinnen enthalten iſt, ſo iſt auch 1 nicht ſo vielmahl in d als in e, und daher iſt $d < e$. (§. 66. 71.)

Grundſatz. 287. **Jede gantze Zahl wird durch ſich ſelbſt und durch die Unität ausgemeſſen.**

Es ſey eine gantze Zahl $= n$, ſo iſt in ieder Diviſion:

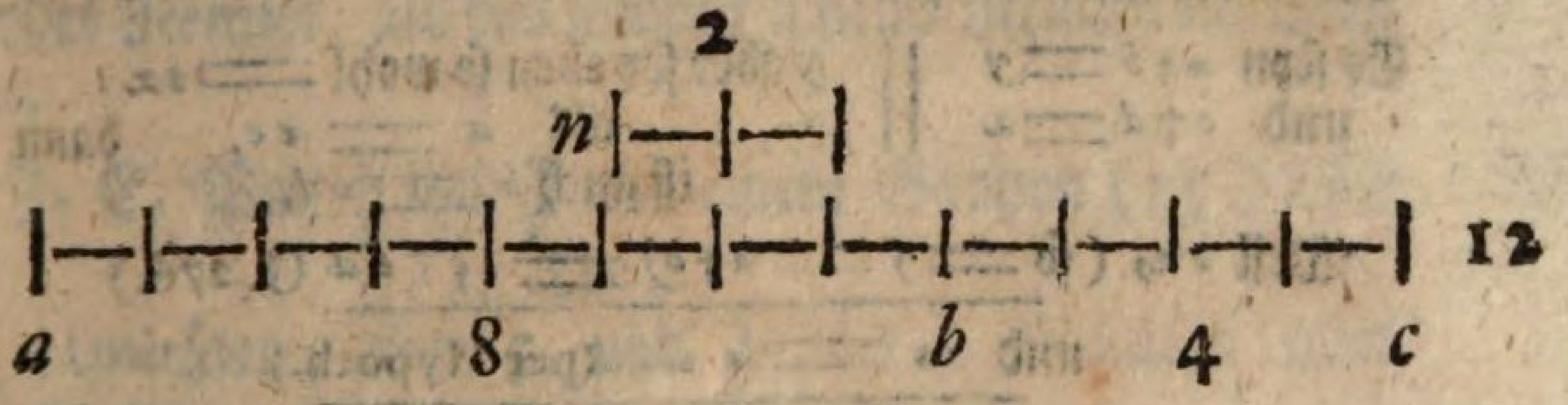
Der Diviſor		den Dividendum		die Unität		den Quotum
n	gegen	n	wie	1	gegen	1
und 1	gegen	n	wie	1	gegen	n (§. 125.)

Alſo bringet ſie im erſten Fall allezeit 1, und in andern Fall allezeit ſich ſelbſt.

288. Eine Prim-Zahl wird, auſſer von ſich ſelbſt, nur Zuſatz.
von der Unitåt ausgemeſſen.

Denn eine Prim-Zahl iſt eine gantze Zahl (§. 10.) hat keine Factores (§. 282.) und iſt $= p$ oder $1p$ (§. 283.) Dahero iſt $p:p = 1$ und $p:1 = p$. (§. 125. 131.)

289. Eine Zahl (*n*), ſo eine gantze (*ac*), und einen von Lehrſatz.
ihr hinweg genommenen Theil (*ab*) miſſet, die miſſet auch den Reſt, (*bc*.)



Nehmlich da die Menſur *n* juſt etlichemahl aus *a* in *b* reichet, ſo muß ſie auch noch 1 mahl oder juſt mehrmahl aus *b* vollends in *c* reichen, (denn ſonſt måſſe ſie die gantze Zahl *ac* nicht aus,) reichet ſie aber noch 1 mahl, ſo miſſet *n* ſich ſelbſt, (§. 287.) reichet ſie juſt mehrmahl, ſo iſt $bc = en$ welches von *n* durch *e* ausgemeſſen wird. (§. 127.)

290. Folglich wenn man einen Theil von einer Zahl Zuſatz.
mit einer dritten kan aufheben, (das iſt gåntzlich dividiren,) und den andern nicht, ſo kan man damit auch die gantze Zahl nicht aufheben.

291. Dahero ſo die dritte (wie gewöhnlich) > 1 und Zuſatz.
der andere Theil eine Prim-Zahl iſt, ſo iſt das aufheben vergeblich.

Z. E. Wenn 13 und 12 eines theils von 2, 3, 4, oder 6 aufgehoben wird, ſo kan man 25 damit nicht aufheben.

292. Wenn eine kleinere Zahl die Theile einer gröſſern Lehrſatz.
beyde oder alle miſſet, ſo miſſet ſie auch die gantze gröſſere.

Es

Es ſeyn die Theile $= T + t$, und die Gantze $= G$. Wenn nun a miſſet T durch Q, und t durch q, ſo iſt $aQ = T$ und $aq = t$, (§. 129.) folglich $aQ + aq = G$ (§. 69.) a aber miſſet $aQ + aq$ durch $Q + q$ (§. 240.) folglich miſſet es auch G durch $Q + q$. (§. 242.)

Z. E. Wenn 3 die Zahl 15 und 27 ausmiſſet, ſo miſſet ſie auch 42 aus.

Lehrſatz. **293.** Wenn einerley Theile die Gantze, wie auch die Hinweggenommene auseinander ſind, ſo ſind ſolcherley Theile auch die Reſte.

Es ſeyn $a + b = y$ und $c + d = z$ || y aber ſey eben ſo wohl $= ez$ als $a = ec$, dann iſt auch $b = ed$.

Weil ez, (ſo $= y = a + b$) $= ec + ed$ (§. 276.)

und $a = ec$ (per Hypoth.)

ſo iſt $ec + b = ec + ed$ (§. 242.)

Subtr. ec) $b = ed$. (§. 254.)

Lehrſatz. **294.** Wenn eine kleinere Gröſſe eine gröſſere miſſet, ſo miſſet ſie auch alle übrigen, die von der gröſſern ausgemeſſen werden.

Als wenn a miſſet b, und b miſſet x, ſo miſſet a eben auch x. Denn es ſey $b : a = c$ ſo iſt $ac = b$. Ferner ſey $x : ac = d$, ſo iſt $acd = x$ welches von a durch cd ausgemeſſen wird.

Nehmlich das Factum derer quotienten iſt gleich dem Quoto aus der kleinern Gröſſe in die allergröſte. Welches auf gleiche Art auch von mehrern Ausmeſſungen erwieſen wird.

Lehrſatz. **295.** Wenn eine kleinere Zahl eine gröſſere ausmiſſet, und eine dritte miſſet den erſten Quotum, und eine vierdte den andern Quotum, &c. ſo miſſet das Factum aus der kleinern, dritten und vierdten Zahl ꝛc. auch die gröſſere Zahl, und bringt auf einmahl den letzten Quotum.

Z. E. Wenn die kleinere a miſſet die gröſſere b durch c, und d miſſet c durch e, und f miſſet e durch g, ſo miſſet auch das Factum adf die Gröſſere durch g. Denn $ac = b$, und $de = c$, und $fg = e$, (§. 129.) Nun ſubſtituire man gleiches vor gleiches, kommt $b = ade = adfg$. (§. 275.) Folglich iſt $b : adf = g$. (§. 240.)

296.

296. Demnach kan man ſtatt einer componirten Zahl, (als 24) nur mit ihren Factoribus 2. 3. 4 oder 6. 4 oder 8. 3 (§. 283.) in eine gröſſere und deren Quotos dividiren, ſo kömmt aus dieſer Zerſtreuung eben derjenige Quotus, der aus dem unzerſtreuten Diviſore gekommen wäre. Zuſatz.

297. Unter zwey ungleichbenanten Theilen eines Gantzen, hält der eine Theil ſo viel Unitäten vom Facto beyder Nenner, als des andern Theils Nenner Unitäten hat. Lehrſatz.

Z. E. Von $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ aus einem Gantzen (15,) hält
15 Theile
$\frac{1}{3}$, 5 Unitäten, oder 5, und $\frac{1}{5}$ hält 3 Unitäten oder
15 Theile.
3 (§. 124.)

Welches überhaupt noch kan alſo erläutert werden:

So man a mit b dividiret, und der Quotus c iſt, ſo $\frac{1}{b}$
a Theilen.
aus a = c || c aber aus a iſt = c (§. 124.)
a Theilen
Ergo iſt $\frac{1}{b}$ aus a = c . (§. 242.)

Ferner da bc = a (§. 129.)

ſo iſt $\frac{1}{c}$ aus a = b
a Theilen.
b aber iſt = b (§. 124.)
a Theilen.
Ergo iſt $\frac{1}{c}$ aus a = b (§. 242.)

Dieſes Theorema dienet unter andern mit dazu, wenn man ungleichbenante Theile eines Gantzen will unter einerley Benennung bringen, wie es denn balde in der Doctrin derer Brüche wird ſeinen Nutzen zeigen. Anmerck.

Erklär. 298. Wenn zwey Zahlen einen gemeinſchafftlichen Factorem haben, (der nehmlich gröſſer als die Unität iſt, welche ohndem alle Zahlen ausmiſſet, §. 287.) ſo miſſet er ſolche beyderſeits aus, und heiſt deswegen das gemeine Maaß, oder Menſura communis, und zwar im engern Verſtand, denn die Unität iſt das gemeine Maaß von allen Zahlen im weitläufftigen Verſtande.

Z. E. ac und ax haben einerley Factorem a, welcher ſie beyde durch c und x ausmiſſet, und deshalber Menſura communis heiſt, als 15 und 21 ſind = 3 . 5 und 3 . 7, und werden beyderſeits von 3 ausgemeſſen.

Erklär. 299. Prim-Zahlen in Vergleichung ſind, (primi inter ſe) ſo keine gantze Zahl, ſondern nur die bloſſe Unität zu ihrem gemeinen Maaß haben.

Alſo ſind 4 und 9 primi inter ſe, oder in comparatione, weil ſie bloß und allein von der Unität gemeinſchafftlich ausgemeſſen werden.

Lehrſatz. 300. Wenn eine Prim-Zahl eine andere Zahl nicht ausmiſſet, ſo ſind es primi inter ſe, das iſt, ſie werden von keiner dritten mehr ausgemeſſen.

Denn ſo eine dritte $c > 1$. die andere Zahl a mäſſe, ſo müſte ſie auch die Prim-Zahl meſſen, (wenn ſie nehmlich nicht primi inter ſe bleiben ſolten.) Eine Prim-Zahl aber kan durch c nicht gemeſſen werden, (§. 288.) Und alſo bleiben ſie auch primi inter ſe.

Z. E. 7 und 24 bleiben primi inter ſe und können von keiner dritten Zahl gemeſſen, oder aufgehoben werden.

Zuſatz. 301. Demnach kan keiner von allen Factoribus der einen die andere von zwey primis inter ſe meſſen.

Alſo können von 12 und 35, die andere nicht von 2, 3. 4 und 6 und die erſte nicht von 5 und 7 ausgemeſſen werden. Denn mäſſe einer die andere, ſo mäſſe er alle beyde und wären ſie nicht primi inter ſe.

[L]ehrſatz. 302. Primi inter ſe ſind die kleinſten, ſo dergleichen Quotienten heraus bringen, oder ſo ſich alſo gegen einander verhalten.

Z. E.

Z. E. Es ſeyen $a = 4$ und $b = 9$ primi inter ſe.

Geſetzt nun, es verhielten ſich noch 2 kleinere

c gegen *d* wie *a* gegen *b*, ſo muß auch

c gegen *a* ſeyn wie *d* gegen *b*. (§. 272.)

So nun *c* miſſet *a* durch *e*, ſo muß auch *d* meſſen *b* durch *e*. (ex Hypoth.)

So offt nun 1 in *c* ſo offt auch *e* in *a* und ſo offt 1 in *d* ſo offt auch *e* in *b* (§. 125.)

Demnach würde *a* und *b* beyderſeits von *e* ausgemeſſen, und folglich wären ſie nicht primi inter ſe, welches wieder obige Bedingung lieffe.

303. Wenn ſich 2 beliebige Zahlen ($c > d$) gegen einander verhalten, wie 2 primi inter ſe, das iſt nach vorigem, wie 2 kleineſte in ſolcher Verhältniß, ($a > b$) ſo werden die gröſſern auch von den kleinſten ausgemeſſen, nehmlich die gröſſere (*a* und *c*,) und die kleinere, (*b* und *d*) meſſen auch einander aus. Lehrſatz.

Denn weil *a* gegen *b* wie *c* gegen *d*, ſo iſt auch

a gegen *c* wie *b* gegen *d*. (§. 272.)

Folglich miſſet *a* eben ſo genau, oder wenigſtens doch mit eben ſolchen ſeinen Theilen das *c*, wie *d* von *b* oder deſſen Theilen ausgemeſſen wird. (§. 267.)

Mit eben ſolchen Theilen aber kan es nicht geſchehen, denn es ſeyen dergleichen Theile von *a* und *b* zwey kleinere gantze Zahlen *e* und *f*. So iſt

e ſo offt in *c* als *f* in *d*, und

e in *f* ſo offt *c* in *d*, (§. 272.)

Oder welches gleich viel, *e* in *f* ſo offt *a* in *b*.

Demnach ſind *a* und *b* nicht die kleinſten in ſolcher Verhältniß, welches die angeſetzte Bedingung zernichtete.

Derowegen da *c* und *d* nicht von denen Theilen des *a* und *b*, ſo werden ſie von ihnen ſelbſt, und folglich genau ausgemeſſen.

Z. E. Wenn 36 gegen 16 wie 9 gegen 4, ſo wird auch 36 von 9 und 16 von 4 ausgemeſſen.

Lehrſatz. 304. Wenn ein Factum von 2 Factoribus entſtanden, und eine dritte Zahl, ſo mit einem Factore 2 primos inter ſe abgiebt, miſſet auch ſolch Factum, ſo miſſet ſie auch einen von den erſten Factoribus.

Denn es ſeyen *c* und *a* primi inter ſe, wenn nun *c* miſſet *a b*, ſo muß auch *c* die Quantität *b* meſſen.

Man ſetze den Quot aus $ab : c = d$, ſo iſt $ab = cd$ (§. 129.)

Derowegen iſt *a* gegen *c* wie *d* gegen *b*. (§. 271.) *a* und *c* aber ſind primi inter ſe, und die kleineſten in ſolcher Verhältniß, (§. 302.) Ergo miſſet *a* das *d* und *c* das *b*. (§. 303.)

Lehrſatz. 305. Ein Factum aus ein- oder zweyerley (abſoluten) Prim-Zahlen kan mit keiner andern Zahl, als eben mit ſeinen Factoribus, (mit 1 und mit ſich ſelbſt,) ausgemeſſen werden.

Denn wenn ſolch Factum noch von einer andern Zahl gemeſſen würde, ſo müſte ſie auch einen von den Factoribus meſſen, (§. 300 und 304.) Beyde Factores aber ſind Prim-Zahlen, ſo von keiner andern gemeſſen werden, (§. 288.) Ergo kan ſolch Factum auch keine andere Zahl meſſen.

Anmerck. 306. Denn ob es zwar als eine gantze Zahl auch durch ſich ſelbſt und 1 gemeſſen wird, (§. 287.) ſo giebt es doch in Rechnungs-Vortheilen gar ſelten Nutzen, und iſt dieſes ohne dem bey allen gantzen Zahlen ſchon vor ſich zu verſtehen.

Anmerck. 307. Wie man dergleichen Prim-Factores aus ihrem daher entſtandenen Numero compoſito wieder finden könne, wird man im andern Theil von Potentz-Zahlen hierzu eine dienliche Regul geben, und können ſolche auch aus dem Triangulo Primorum, (der im Anfang der angehengten Tabularum Arithmeticarum ſtehet,) ſo gleich erkannt werden.

Erklär. 308. Das gemeine gröſte Maaß iſt, ſo 2 oder mehr Zahlen auf Numeros primos inter ſe reduciret, oder das 2 oder mehr Zahlen alſo aufhebt, daß ſie weiter kein gemein Maaß, als die Unität haben.

17. Auf-

17. Aufgabe.

309. Das gemeine gröſte Maaß zweyer Gröſſen zu finden, und zwar in abgetheilten Zahlen. 17. Aufgabe.

1.) Dividire man die gröſſere durch die kleinere, und ſo der Quot eine gantze Zahl, ſo iſt die kleinere das gemeine Maaß.

2.) Wenn nach der erſten Diviſion ein Reſt bleibet, ſo theile man den erſten Diviſorem mit dem erſten Reſt, und ſo wieder ein Reſt bleibet, dividire man den andern Diviſorem mit dem andern Reſt, und ſo ein dritter Reſt bleibt, theile man den dritten Theiler mit dem dritten Reſt, und ſo weiter, ſo nun alles aufgehet, iſt der letzte Diviſor, (oder welches einerley, der letzte Reſt,) das gemeine Maaß der gegebenen zweyen Gröſſen.

Exempel auf No. 1.

Das gemeine Maaß von 203 und 29 iſt 29.

6
203 (7
29

No. 2.

Man ſuche das gemeine Maaß zu 231 und 308. Fac. 77.

1(77   2
308(1   231(3.
231   77

No. 3.

Man ſuche das gemeine Maaß von 592 und 481. Fac. 37.

(111=c | (3
Es ſey a = 592(1=p | 4(7=e 2
und b = 481 | 481(4=ſ 111(3=t
| 111=c e=37

das iſt: a(p (c / b / , b(ſ (e / c / , c(t / e / ,

Beweiß.

Uberhaupt: Wenn die gröſſere Zahl a, die kleinere b, der erſte Reſt c, der erſte Quot p, der andere Reſt e, der andere Quotus ſ, und der dritte Quot t, ſo muß e das gemeine Maaß von a und b ſeyn.

Vermöge der Diviſion iſt

$bp+c=a \,\|\, cſ+e=b \,\|$ und $et=c$. (§. 129. 133.)

Nun ſubſtituire man einen Valorem vor den andern, ſo iſt $etſ+e=b$ und $etſp+ep+et=a$, beyde mit e dividirt, geben $tſ+1$ und $tſp+p+t$.

Demnach miſſet e, als ein gemeinſchafftlicher Factor von a und b beyde durch die letzt gefundene Quotos aus, und daher iſt e das gemeine Maaß von a und b. (§. 298.)

Daß aber e auch zugleich das gemeine gröſte Maaß ſey, wird man daraus ſehen, wenn die letztgefundenen Quoti

Quoti numeri primi inter ſe ſeyn, und nur noch von der bloſſen Unitåt gemeinſchafftlich ausgemeſſen werden. Dahero ſuche man nach vorhergehenden noch ihr gemein Maaß:

$\underset{'''}{tsp} + \underset{'}{p} + t\,(p$	$\underset{''}{ts} + 1\,(s$	$\underset{'}{t}\,(t$
$\underset{''}{ts} + \underset{'}{1}$	$\underset{'}{t}$	$\underset{'}{1}$

Und da das gemeine Maaß 1 iſt, ſind die gefundenen Quotienten Prim-Zahlen in Vergleichung, (§ 299.) und e communis Menſura maxima (§. 308.)

310. Insgemein regardiret man in dieſem Problemate die Quotienten als gar nichts, man kan ſie aber dennoch gebrauchen, und aus ihnen die aufgehobenen oder primos inter ſe, (folglich die kleinſten in ſolcher ration (§. 302.) nach der Vielheit der Diviſionen alſo gleich herſtellen. Anmerck.

18. Aufgabe.

311. **Die kleinſten Zahlen in ſolcher Verhåltniß ſo gleich aus den Quotienten der gröſſern zu determiniren.** 18. Aufgabe.

α.) Nach einer Diviſion ſind ſie der Quotient und 1.

β.) Nach zwey Diviſionen ſind ſie { Das Factum aus dem erſten und andern Quot + 1. / Und der andere Quot.

γ.) Nach drey Diviſionen ſind ſie { Das Factum aller (3) Quotienten + der Summe der beyden äuſſerſten Quotienten. / Das Factum der beyden letzten Quotienten + 1.

δ.) Nach 4 Diviſionen ſind ſie { Das Factum aus allen † dem Facto des erſten und andern † dem Facto des erſten und 4ten † dem Facto des dritten und 4ten Quotienten † 1.

Das Factum aus den drey letzten † der Summe des andern und vierdten.

Und alſo weiter.

Zum Exempel:

α.) Von 203 und 29 ſind die kleinſten 7 und 1.

6

29) 203 (7 Quotus.

β.) Von 308 und 231 ſind ſie 4 und 3.

2 1(77

77) 231) 308(1 (3

1 . 3 + 1 = 4 und hiezu iſt der andere Quot 3.

γ.) Von 592 und 481. ſind die primi inter ſe 16 und 13.

37) 111) 481) 592(1(4(3

2 47 111

3

1 . 4 . 3 = 12   2 . 4 = 12

1 † 3 = 4   + 1

16.   13.

δ.) Von

δ.) Von 308 und 92 ſind die kleinſten ſich alſo verhaltende, 77 und 23.

```
          2
       4 3 8   3 2
4)28)32)92)308(3(2(1(7
```

3.2.1.7 = 42			
3.2 = 6			
3.7 = 21			
1.7 = 7		2.1.7 = 14	
+1		2+7 = 9	
77.		23	

Beweiß.

α.) Nach einer Diviſion giebt:

$a\,(p$ und iſt $bp = a$ und $\frac{bp}{b} \Big| \frac{p}{1}$ (b (§. 270.)

b

β.) Nach 2 Diviſionen giebt

$a\,(p \quad b\,(ſ$ und $cſ = b$, desgleichen $bp + c = a$

$b \quad c$

Folglich iſt $\frac{a}{b} = \frac{cſp+c}{cſ} \Big| \frac{ſp+1}{ſ}$ (c (§. 270.)

γ.) Nach 3 Diviſionen giebt

$$\begin{array}{lll} c & e & \\ a(p & b(\text{ſ} & c(t \\ 1 & 1 & 1 \\ b & c & e \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

und da iſt nach vorigen

$$\frac{a}{b} = \frac{et\text{ſ}p + ep + et}{et\text{ſ} + e} \Big|^{(e} = \frac{t\text{ſ}p + p + t}{t\text{ſ} + 1}$$ (§. 270.)

δ.) Nach 4 Diviſionen giebt

$$\begin{array}{llll} c & e & f & \\ a(p & b(\text{ſ} & c(t & e(q \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & c & e & f \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Und da iſt, wenn man $bp + c$ vor a, $c\text{ſ} + e$ vor b &c. ſubſtituiret:

$$\frac{a}{b} = \frac{fqt\text{ſ}p + f\text{ſ}p + fqp + fqt + f}{fqt\text{ſ} + f\text{ſ} + fq} \Big|^{(f} = \frac{qt\text{ſ}p + \text{ſ}p + qp + qt + 1}{qt\text{ſ} + \text{ſ} + q}$$ §. 270. &c.

§. 312. Wie man das gemeine Maaß (§. 400.) noch auf eine kürtzere Manier erfinden, desgleichen bald ſehen könne, mit welchen eintzelen Zahlen ſich die gröſſern auf kleinere reduciren laſſen, ſoll unten nach der Doctrin der Brüche angewieſen werden, nehmlich §. 373. ſeqv.

19. Aufgabe.

19. Aufgabe. 313. **Das gemeine Maaß, oder den gemeinen gröſten Theiler zu finden in unabgetheilten Zahlen.**

1.) Bey incomplexen Gröſſen löſche man auf einer Seite ſo viel gleiche Factores aus, als auf der andern, ſo giebt das Factum der ausgelöſchten das gemeine Maaß, die überbliebenen unausgelöſchten aber, ſind die Quoti.

2.) Bey

2.) Bey complexen Quantitäten, muß man die kleinere ſuchen in ſimplere complexe zu reſolviren, denn zuweilen ſiehet man bald, welche ſo wohl auf einer, als auch auf der andern Seiten diviſibel iſt, zuweilen aber iſt es nicht ſo leicht abzuſehen, und da muß man ſich einiger Vortheile bedienen, als:

3.) Man muß von einer, der gegebenen complexen, die Helffte, das Drittel ꝛc. nehmen, und hiermit in die andere nach der 17. Aufgabe dividiren, oder, wo ſichs ſchicket, hebt man auch alle Zehler der gegebenen complexen Gröſſen zuvorhero auf, und ſuchet alsdenn zu den aufgehobenen das gemeine Maaß, nach ermeldter Aufgabe, welches iedoch zuletzt mit dem hierzu gebrauchten Diviſore noch zu multipliciren iſt.

4.) Daferne der erſte Quotus ein Bruch wird, ſo fället die weitere Diviſion mehrentheils verdrießlich, und deswegen multiplicire man nur den Dividendum mit dem Nahmen ſolches Bruchs, dann kan man mit ſeinem Zehler, als einer gantzen Zahl in ſolch Multiplum dividiren.

Exempel auf No. 1.

Man ſoll von abc^2f und $adbc^2g$ das gemeine Maaß finden. So iſt es abc^2 und die Quoti ſind f und dg.

Alſo

Alſo auch von

a^4b^2dx und a^2b^3cd, iſt menſ. commun. $/\ /\ /$ $\quad$ $/\ /\ /$ a^2 $\quad$ b $\quad$ a^2b^2d	und die Quoti ſind bc und a^2x

Oder wie man es ſonſt zu ſetzen pflegt:

$$\left(a^2b^2d\right.$$

$$\frac{a^2b^3cd}{a^4b^2dx}\;\Big|\;\frac{bc}{a^2x}$$

Auf No. 2.

Es ſey der gröſte Diviſor aus denen zwey gegebenen unabgetheilten Zahlen.

$a^2 + ac - ad - dc$ und $2ax^2 + abx - 2dx^2 - dbx$

zu beſtimmen, ſo reſolvirt man die kleinere in die zwey ſimplern complexen $a + c$ und $a - d$, und ſiehet, ob damit in der gröſſern zu dividiren ſtehe. Mit $a + c$ kan es nicht geſchehen, weil in der andern gar kein c zu erblicken, derowegen verſuche man es durch $a - d$, ſo gehet das Aufheben von ſtatten, und kömmt:

$$\left(a-d\right.$$

$$\frac{a^2 + ac - ad - dc}{2ax^2 + abx - 2dx^2 - dbx}\;\Big|\;\frac{a + c}{2x^2 + bx}$$

Auf No. 3 und 4.

Man ſuche das gröſte Maaß, aus denen 2 Quantitäten.

$5abc + 5cb^2 - 5ac$ und $2aby + 2b^2y - 2ay$.

Man

Man nehme der kleinern Helffte, dividire damit in die groſſe.

Z. E.

$$\begin{array}{l} 5abc + 5cb^2 - 5ac \\ aby + b^2y - ay \end{array} \Big(\frac{5c}{y}$$

Da nun alles aufgehet, iſt der Diviſor menſura communis maxima. Es iſt aber der Quotus $\frac{5c}{y}$ noch einmahl ſo groß gekommen, derowegen da man mit $2aby + 2b^2y - 2ay$ hätte dividiren ſollen, ſo nehme man ihn nur halb ſo groß, nehmlich $\frac{5c}{2y}$. Und demnach ſind die kleinſten Zahlen, ſo ſich wie die erſten zwey Quantitäten gegen einander verhalten $\frac{5c}{2y}$ und 1. (§. 311.)

Oder wenn man ſie in gantzen Zahlen haben will, (wenn nehmlich $5c$ mit $2y$ nicht kan gäntzlich dividiret werden) ſind die kleinſten $5c$ und $2y$. Denn ſo man $\frac{5c}{2y}$ und $\frac{1}{1}$ beyderſeits mit $\frac{2y}{1}$ multiplicirt, kommen $\frac{2y5c}{2y}$ und $\frac{2y}{1}$ ſo ſich eben ſo verhalten wie die multiplicirten (§. 269.) $\frac{2y5c}{2y}$ aber iſt $= \frac{5c}{1}$ (§. 270.) Folglich verhalten ſich die kleinſten gegen einander wie $5c$ gegen $2y$. (§. 126.)

Es ſollen aus $(a^3 - b^3) : (a^2 - b^2)$ das gemeine gröſte Maaß, und die kleinſten in ſolcher Verhältniß ausgemacht werden.

Man dividire wie gewöhnlich:

$$ab^2-b^3)\ a^2-b^2)\ a^3-b^3\,(a \quad \left(\frac{a}{b^2}+\frac{1}{b}\right.$$

$$+ab \qquad +ab^2$$

Dahero iſt ab^2-b^3 das gemeine gröſte Maaß. (309. §.) Nun beſtehen die kleinſten aus dem Facto beyder Quotienten $+\ 1$ und dem andern Quotienten. (§. 311. β.) Derowegen multiplicire man beyde in einander, und addire 1, kommt

$$\left(\frac{a}{b^2}+\frac{1}{b}\right).\frac{a}{1}=\frac{a^2}{b^2}+\frac{a}{b}+\frac{1}{1}\text{ gegen }\frac{a}{b^2}+\frac{1}{b}$$

Dieſe allerſeits mit $\frac{b^2}{1}$ multiplicirt, geben

$$\frac{aab^2}{b^2}+\frac{ab^2}{b}+\frac{b^2}{1}\text{ gegen }\frac{ab^2}{b^2}+\frac{b^2}{b}\quad (\text{§. } 269.)$$

Welche eben ſo, wie a^2+ab+b^2 gegen $a+b$. (§. 270.)

So man aus $(4x^2-x-3):(x^2-3x+2)$ communem menſuram maximam finden wolte, dividire man die erſte mit der andern, und den Diviſorem mit einem aufgänglichen Theil des Reſidui, (wenn man mit dem gantzen Reſiduo nicht füglich dividiren kan.)

$$x-1)\ x^2-3x+2)\ 4x^2-x-3\,(4\,(x-2$$

$$-2x \qquad +11x-11$$

Da

Da der Diviſor 11 mahl kleiner genommen, iſt der letzte Quotus 11 mahl zu groß, derowegen iſt der wahre letzte Quotus $\frac{x}{11}\;\frac{-2}{11}$. Und demnach iſt $11x-11$ menſ. commun. maxima.

Nun beſtehen die kleinſten Termini nach zwey Diviſionen aus dem Facto beyder Quotienten $+ 1$, und dem andern Quotienten, (§. 311. β.)

Nehmlich: $\frac{4x}{11}\;\frac{-8}{11} + \frac{11}{11}$ und $\frac{x}{11}\;\frac{-2}{11}$, das iſt, wenn man beyderſeits mit 11 multiplicirt, aus $4x+3$ und $x-2$ (§. 269. 270)

Endlich kan nicht umhin des Herrn de Crouſaz * Manier noch zu gedencken, wobey zugleich die Brüche vermieden werden, z. E. Wenn aus

$\frac{12x^3-48x^2+60x-4}{-48x^2+120x-72}$	das gemeine gröſte Maaß ſoll gefunden werden, ſo hebt man erſtlich mit 12 auf, kommen:
$\frac{x^3-4x^2+5x-2}{-4x^2+10x-6}$	Dieſe hebt man wieder mit 2. auf:
2) $-2x^2+5x-3$	Und hiermit dividirt man

in x^3-4x^2 &c. kommt $\frac{x}{-2}$

Um den Bruch zu vermeiden, multiplicire man den Dividendum mit -2, kommt.

$-2x^3+8x^2-10x+4$	Hierein divid. mit $-2x^2+5x-3$ giebt den Quot x,
// // //	
$3x^2-7x$	Ferner den Quot $\frac{3}{-2}$ mit
(-2	deſſen Nenner den Dividuum multiplicirt, und ferner divid. giebt
$-6x^2+14x-8$	
Reſtirt : : : : $x+1$	Endlich den Quot 3.

---

* Mehr dergleichen Compendia im Aufheben wird man finden in ſeinem Traité d' Algebre pag. 51. ſeq.

Mit

Mit dieſem Reſt dividire man den Diviſorem :

$-x+1)\ -2x^2+5x-3\ (2x-3$ gehet auf.

$3x$

Dahero iſt $-x+1$ wenn es (wegen des erſten Aufhebens) mit 12 multiplicirt wird,

Nehmlich: $-12x+12$ com. menſ. maxima.

Beweiß.

1.) Was die ordentliche Operation anlanget, iſt dieſe ſchon in der 17. Aufgabe bewieſen.

2.) Und ſo die eine Quantität gar keine Speciem mehr mit der andern gemein hat, ſo kan man ſie auch nicht weiter in einander dividiren. (§. 240. 4)

3.) Daß man aber zuweilen das gemeine Maaß von der gegebenen Zahlen Helffte, Drittel, Viertel ꝛc. ſuchet, geſchiehet der Leichtigkeit wegen; Denn miſſet es einen aufgänglicheu Theil von ihnen aus, ſo miſſet es ſie auch gantz aus. (§. 294.)

4.) Ferner wenn ein Diviſor multiplus $= ed$ in a dividirt, zum Quotienten q giebt, ſo giebt der einfache Diviſor $= d$, mit dem man a miſſet, im Quotienten eq. Denn $a = edq$, und $\frac{edq}{d} = \frac{eq}{1} = eq$. (§. 270.) Oder ſo der einfache Diviſor $= d$ in a dividirt zum Quot q giebt, ſo giebt ein Diviſor multiplus $= ed$ aus eben ſolchem Dividendo im Quot $\frac{q}{e}$. Denn es ſey $a : ed = p$, ſo iſt $edp = a = dq$. (§. 125.) und $p = \frac{dq}{ed} = \frac{q}{e}$ (§. 270.) Iſt der erſte Quot $\frac{q}{n}$ ſo iſt der andere $\frac{q}{en}$. Denn wie ſich verhält $\frac{q}{1}$ gegen $\frac{q}{e}$ ſo verhält ſich auch $\frac{q}{n}$ gegen $\frac{q}{en}$. (§. 271.)

Um

Um die Brüche zu vermeiden, nimmt man ſtatt manches Dividendi ſein Multiplum, denn hebt der Diviſor alle partes des Multipli auf, ſo dividirt er auch alle partes des einfachen Dividendi genau, ob ſchon der Quotus nach dem Nahmen ſolches Multipli ſo viel kleiner, als zuvor kommt.

Z. E. Wenn $ed + ef$ den Dividendum $md + mf$ nicht ſo ſtracks augenſcheinlich genau dividirt, gleichwohl aber das Multiplum Dividendi $emd + emf$ gäntzlich ausmiſſet durch m, ſo miſſet es auch den einfachen Dividendum durch $\frac{m}{e}$ aus. Denn da $ed + ef$ gegen $emd + emf$ wie 1 gegen m (§. 125.) ſo iſt $ed + ef$ gegen $md + mf$ wie 1 gegen $\frac{m}{e}$ (§. 270. oder 271.)

314. Man kan auch aus beyden, oder mehrern vorgegebenen Quantitäten alle Diviſores finden, ſo zeigen die gröſten, ſo beyden oder allen gemeinſchafftlich ſind, eben auch das gemeine gröſte Maaß, wovon im folgenden. Anmerck.

Von den Theilern, (Diviſoribus) und zulänglichen Theilen, (Partibus aliquotis) der Zahlen.

315. Weil ein Theil von einem Gantzen allezeit weniger, als daſſelbe iſt, ſo kan der gröſte Diviſor einer Zahl, (nehmlich ſie ſelbſt, §. 287.) kein Pars aliquota davon ſeyn, (§. 76.) Anmerck.

Z. E. von 12 ſind die Diviſores 1, 2, 3, 4, 6, und 12, und die Partes aliquotæ nur 1, 2, 3, 4 und 6.

316. Folglich iſt die Anzahl der partium aliquotarum allezeit um 1 geringer, als der Diviſorum, das iſt: Zuſatz.

Wenn aus n der Numerus Diviſorum $= e\ d$, ſo iſt der Numerus partium $= (e-1)\ p$. Alſo hat 1 einen Diviſorem.

viſorem.

viſorem, aber keinen partem aliquotam, und eine Prim-Zahl hat nicht mehr, als 2 Theiler, und einen zulänglichen Theil. (§. 288.)

Zuſatz. 317. Alſo hat ein compoſitus (pp oder p^2) aus einerley 2 Prim-Zahlen, nur 3 Diviſores, 1, p und pp und zwey partes aliquotas 1, und p (§. 305.) Ein mehr componirter, als ppp oder p^3 hat einen Diviſorem, nehmlich ſich ſelbſt mehr, und deswegen nur 3 partes aliquotas.

Zuſatz. 318. Demnach haben die Facta aus einem in ſich ſelbſt multiplicirten primo iederzeit einen Diviſorem mehr, als ihr exponente Unitäten.

Z. E. 7.7.7. oder 7^3 hat einen Diviſorem mehr, als der Exponente der Wiederhohlung, (3.) anzeigt, nehmlich 4. als:

(1.) (7.) (7.7. oder 49) und (7.7.7 oder 343)

Das iſt überhaupt, wenn p ein primus, d ein Diviſor, und a eine aliquota (pars) ſo iſt von p^n der Numerus Diviſorum $=(n+1)\,d$, und aliquotarum $n\,a$. (§. 316.)

Lehrſatz. 319. Ein compoſitus, ſo aus zweyerley primis entſtanden, hat (wegen der Diverſen Factorum, (einen Diviſorem mehr, als der, ſo aus einerley primis entſprungen, (§. 305)

Z. E pP hat 1. p. P und pP zu ſeinen Theilern, da pp nur 1 p und pp hat.

Zuſatz. 320. Daher giebt $pP.\pi$ (nehmlich mit einem dritten primo π multiplicirt, mehr Diviſores, als $pp\pi$. Denn im erſten Fall kan man 4) 1 | p | P | pP allerſeits mit π multipliciren, kommen: π | $p\pi$ | $P\pi$ | $pP\pi$, und alſo 8 Diviſores. Im andern Fall aber ſind nur 3) 1 | p | pp mit π zu multipliciren: π | $p\pi$ | $pp\pi$, und kommen alſo nur 6 Diviſores.

Zuſatz. 321. Folglich geben 2 componirte einerley primi, wenn ſie mit einem Dritten vermehret werden, allemahl

einen

einen Perpendicul weniger in Diviſoribus, als zwey componirte unterſchiedne primi.

322. Ein aus 3 verſchiedenen primis componirter giebt 8 Diviſores (§. 320.) jeden Diviſorem kan man mit einem neuen primo wiederum multipliciren, und ſo haben die aus 4 unterſchiedenen primis componirte 16 Diviſores, die aus 5 haben 32, aus 6 haben 64 ꝛc. Zuſatz.

323. Hingegen haben die aus 3 einerley primis componirte, nur 4 Diviſores, (§. 317. 318.) jeden Diviſorem kan man mit einen neuem primo multipliciren, und daher hat p^3P 8 Diviſores, p^4P hat 10, $p^5\pi$ hat 12 ꝛc. Woraus man ſiehet, daß dieſe nur um 2, jene Diviſores aber zweyfach wachſen. Zuſatz.

324. Dahero darff man nur die Exponenten ſolcher eintzelen primorum dupliren, und in einander multipliciren, ſo wird der Anwachs derer Diviſorum eben auf dieſe Art erſcheinen, als: Lehrſatz.

p^1P^1 giebt 2 . 2 oder 4 nehmlich	1. p. P. pP.
$p^1P^1\pi^1$ giebt 2 . 2 . 2. oder 8.	1. p. P pP π $p\pi$ $P\pi$ $pP\pi$.
$p^1P^1\pi^1\mathfrak{p}^1$ giebt 2.2.2.2. oder 16. &c.	1 p P pP π $p\pi$ $P\pi$ $pP\pi$ $\mathfrak{p}$ $p\mathfrak{p}$ $P\mathfrak{p}$ $pP\mathfrak{p}$ $\pi\mathfrak{p}$ $p\pi\mathfrak{p}$ $P\pi\mathfrak{p}$ $pP\pi\mathfrak{p}$ &c.
p^2P^1 giebt 3 . 2 oder 6	1 p pp P pP ppP
p^3P^1 giebt 4 . 2 oder 8.	1 p p^2 p^3 P pP p^2P p^3P
p^4P^1 giebt 5 . 2 oder 10. &c.	1. p p^2 p^3 p^4 P pP p^2P p^3P p^4P. &c.

Lehrſatz. 325. Auf gleiche Weiſe, ſo man weiter gehet, und die Compoſitos wieder componiret, bleiben die Diviſores noch immer in der Anzahl, die die Exponenten ieder $+ 1$ in einander multiplicirt, herauſſer bringen, als p^3P^2 durchs multipliciren componirt, giebt $(3+1).(2+1) = 4.3 = 12$ Diviſores.

Denn ſo man die 4 Diviſores der erſten Quantität (p^3) (§. 318.) grade unter einander, der andern nur ihre 2 (denn 1 multiplicirt nicht,) in der Geſtalt eines Winckelhackens oben hinan ſetzt, und den erſten Perpendicul mit der andern ihren Diviſoribus ſucceſſivè hindurch multipliciret, ſo kommen alle Diviſores nach der Reihe, und kan keiner entwiſchen.

Z. E. Wenn $p = 3$ und $P = 5$, ſo kommen alle Diviſores von p^3P^2 oder ($27.25 =$) 675

In Buchſtaben:			In Zahlen:		
1	P	P^2	1	5	25
p	pP	pP^2	3	15	75
p^2	p^2P	p^2P^2	9	45	225
p^3	p^3P	p^3P^2	27	135	675.

Zuſatz. 426. Und daraus iſt leicht zu erachten, daß $p^3P^2\pi^1$ muß 24 Diviſores geben. Denn ieden von vorigen 12 kan man vom neuen durchgehends mit π multipliciren, und ſo nach bringen auch hier die Exponenten, ieder $+ 1$ in einander multiplicirt, (nehmlich $4.3.2 = 24$, die Anzahl der Diviſorum.

Zuſatz. 327. Kähme nun noch ein neuer primus $=$ p Multiplicando dazu, ſo würden alle 24 wiederum vom neuen damit können vermehret, und alſo 48 Diviſores hergeſtellet werden, nehmlich $p^3P^2\pi^1$p¹ bringt

(4.3.2.2) Das iſt 48. Diviſores.

Welches aber bey π^2 nicht ſo hoch kan hinan ſteigen, ſintemahl diejenigen aus einerley primis, einen Perpendicul

cul weniger haben (§. 321.) Dahero wenn $p^3P^2\pi^1p^1$ 4 mahl 12, ſo bringt $p^3P^2\pi^2$ nur 3 mahl 12, das iſt: 4.3.3 oder 36 Diviſores, wie aus folgenden Schemate gar deutlich zu erſehen iſt:

1	π	π^2
p	$p\pi$	$p\pi^2$
p^2	$p^2\pi$	$p^2\pi^2$
p^3	$p^3\pi$	$p^3\pi^2$
P	$P\pi$	$P\pi^2$
pP	$pP\pi$	$pP\pi^2$
p^2P	$p^2P\pi$	$p^2P\pi^2$
p^3P	$p^3P\pi$	$p^3P\pi^2$
P^2	$P^2\pi$	$P^2\pi^2$
pP^2	$pP^2\pi$	$pP^2\pi^2$
p^2P^2	$p^2P^2\pi$	$p^2P^2\pi^2$
p^3P^2	$p^3P^2\pi$	$p^3P^2\pi^2$

Denn weiter kan man den andern Perpendicul mit π^2 nicht multipliciren, denn ſonſt käme π^3, welcher Diviſor aber den gegebenen Compoſitum nicht mit ingrediret.

Und hieraus folget, (wie Walliſius ſchon angemercket. *)

Die 20. Aufgabe.

328. **Aus denen gegebenen Simplis oder Compoſitis der Prim-Zahlen den Numerum Diviſorum des daraus entſtandenen Haupt-Facti zu determiniren.** 20. Aufgabe.

Man multiplicire aller Exponenten, ieden aber um 1 gröſſer genommen, in einander, ſo giebt ihr Factum die Anzahl der Theiler des Haupt-Facti.

* Vid. Walliſii Diſcourſe of Combinations, Alternations and aliquot Parts p. 102. ſ.

Z. E. So man aus p^4 und P^3, desgleichen π^2 ein Haupt-Factum, oder den compoſitum $p^4P^3\pi^2$ bekommen, ſo multiplicire man 5 mit 4, und was heraus kömmt, mit 3, dann giebt das letzte Product, (60) die Anzahl aller ſeiner Diviſorum:

$$\begin{array}{ccccc} 5 & \cdot & 4 & \cdot & 3 \\ & 20 & & 60 & \end{array}$$

Alſo erfinde man auch des aus den Elementis $2^4, 3^3$, und 5^2 entſtandenen Compoſiti $2^4 3^3 5^2$, (oder 10800,) ſämmtliche Anzahl der Diviſorum und Partium aliquotarum.

Man multiplicire	5 · 4	· 3
4 † 1 mit 3 † 1, und	20	60
das Factum mit 2 † 1	Facit: 60 Diviſores	

Und 59. part. aliqv. (§. 316.)

21. Aufgabe.

21. Aufgabe. 329. **Aus einer gegebenen abgetheilten Zahl den Numerum Diviſorum und part. aliqv. zu finden, wie auch ſolche ordentlich herzuſtellen.**

1.) Dividire man die gegebene Zahl mit denen Prim-Zahlen 2. 3. 5. 7. 11. 13. ꝛc. und die Quotos wieder mit ſolchen, ſo lange biß man auf die Unität kömmt.

2.) Gebe man denen gebrauchten Prim-Zahlen ihre gehörige Exponenten, und hieraus erfinde man nach vorhergehender Aufgabe die Diviſores.

3.)

3.) Rangire man die Diviſores aus dem Compoſito der vorhergehenden Elementen, in einen Perpendicul, und multiplicire ihn nach obigem 325 und 327. §. mit denen Diviſoribus des letzten Elementi, ſo kommen ſie auch in ihrer Ordnung, und zugleich die partes aliquotæ biß auf den letzten.

Z. E. Aus 24200 ſuche und ſetze man alle Diviſores und zulängliche Theile:

24200	12100	6050	3025	605	121	11	1
2	2	2	5	5	11	11	

So kommen die Primi mit ihren Exponenten: $2^3 5^2 11^2$ welche 4.3.3 oder 36 Diviſores und 35 zulängliche Theile geben.

Nun ſtelle man die Diviſores von $2^3 5^2$ in einen Perpendicul, und multiplicire ihn mit den beyden Diviſoribus vom letzten Elemente 11^2 nehmlich 11. und 121. ſo kommen alle Diviſores und partes aliquotæ in völliger Ordnung.

1	11	121
2	22	242
4	44	384
8	88	968
5	55	605
10	110	1210
20	220	2420
40	440	4840
25	275	3025
50	550	6050
100	1100	12100
200	2200	24200

Anmerck. 330. Wenn die Primi als Diviſores höher anwachſen, und nicht ſo gleich in die Augen fallen, bediene man ſich meiner Anatomiæ Numerorum, ſo hinten in Tabulis Arithmeticis mit angehenget.

22. Aufgabe.

22. Aufgabe. **331. Aus einer unabgetheilten Zahl alle Diviſores und Partes aliquotas heraus zu bringen.**

1.) Dividire man ſie mit denen erſtern und ſimplern Factoribus, ſo lange es angehet und die Quotos wieder mit denſelbigen, biß man auf 1 kömmt.

2.) Gebe man denen gebrauchten Factoribus die gehörigen Exponenten der Wiederhohlung, und aus ſolchen Exponenten determinire man (nach vorhergehenden 328 und 329. §.) die Anzahl der Diviſorum, ſo iſt die Anzahl der partium aliquotarum um 1 geringer.

3.) Sollen auch alle zum Vorſchein kommen, ſo ordne man ſie, wie im vorigen Problemate geſchehen.

Z. E. Man ſoll aus *aabbbc* dergleichen finden:

$\frac{aabbbc}{a}$	$\frac{abbbc}{a}$	$\frac{bbbc}{b}$	$\frac{bbc}{b}$	$\frac{bc}{b}$	$\frac{c}{c}$	1

Oder welches man gleich Anfangs ſehen können, man ſubſtituire $a^2b^3c^1$, ſo iſt der Numerus Diviſorum $= 3.4.2 = 24$, und der aliquotarum $= 23$.

Des-

Desgleichen ordne man ſie wie oben in Zahlen:

1	c
a	ac
aa	aac
b	bc
ab	abc
aab	$aabb$
bb	bbc
abb	$abbc$
$aabb$	$aabbc$
bbb	$bbbc$
$abbb$	$abbbc$
$aabbb$	$aabbbc$

Eben auch, ſo man die Diviſores aus $a^3b+a^2b^2$ determiniren wolte:

$$\frac{a^3b+a^2b^2}{a} \;\Big|\; \frac{a^2b+ab^2}{a} \;\Big|\; \frac{ab+b^2}{a+b} \;\Big|\; \frac{b}{b} \;\Big|\; \frac{1}{\quad}$$

Demnach iſt $((a^2.(a+b)^1.b^1)) = aaab+aaabb.$

Und der Numerus $\left\{\begin{array}{l}\text{Diviſorum} = 3.2.2 = 12\\ \text{aliquotarum} = 11.\end{array}\right.$

Will man ſie herſtellen, ſo ſetze man:

1	b
a	ab
aa	aab
$a+b$	$ab+bb$
$aa+ab$	$aab+abb$
$aaa+aab$	$aaab+aabb.$
6 +	6

Anmerck. Mehr davon ſammt ihrem Gebrauch kan man beym Bartholino * nachſehen, und wie man aus ſolcherley Quantitatibus magis compoſitis die Diviſores finden ſoll, hat Herr Phil. Naudé Jun. eine zulängliche Regul gegeben, ** und zugleich ihren guten Nutzen in Conſtructionibus Geometricis angewieſen.

Von der kleinſten Zahl, (Dividuo minimo) ſo durch 2 oder mehr Zahlen ausmeßlich oder diviſibel iſt.

Lehrſatz. 332. Wenn man 2 primos inter ſe, (das iſt, die kleiſten in ſolcher Verhältniß (§. 302.) mit einander multiplicirt, ſo iſt das Factum auch die kleinſte Zahl, ſo ſie ausmeſſen.

Es ſeyen $a = 6$ und $b = 5$ primi inter ſe, ſo iſt $ab = 30$ die kleinſte Zahl, ſo von ihnen beyderſeits ausgemeſſen wird.

Wenn es möglich, werde noch eine kleinere Zahl x von a und b gäntzlich ausgemeſſen durch die kleinern gantzen Zahlen y und z. (§. 285.) ſo iſt $y = x - bz$ (§. 129.) Dahero iſt: a gegen b, wie z gegen y (§. 271.) Folglich bleiben a und b nicht die kleinſten in ſolcher Verhältniß, welches wieder obige Bedingung lieffe.

Zuſatz. 333. Auf gleiche Art kan man auch erweiſen, daß das Factum aus mehrern primis inter ſe der kleinſte Dividuus vor ſie ſey.

Lehrſatz. 334. Wenn 2 Compoſiti durchs gemeine Maaß auf primos inter ſe reducirt werden, ſo iſt das Factum der äuſſerſten oder mittelſten die kleinſte, ſo ſie ausmeſſen.

Es ſeyen ab und ad compoſiti, und die (durchs gemeine Maaß a reducirten) Minimi b und d. (§. 313.) ſo iſt ab gegen ad wie b gegen d (§. 269.) Das Factum der mittelſten adb iſt gleich

* Vid. Bartholini Princ. Matheſ. Univerſ. p. 32. ſ.

** Vid. Miſcellanea, Berolinenſia p. 166. ſ. It. Contin. I. pag. 66 ſeqv. Desgleichen in des Herrn Graveſands Elem. Mathes. Univerſalis pag. 26. ſ. & in ejusd. Comment. in Newtoni Arith. Univ. p. 177. ſeqv.

dem

dem Facto der äuſſerſten *abd* (§. 274. und 273.) welches ſo wohl von *ab* als *ad* ausgemeſſen wird.

Geſetzt nun, beyde Compoſiti mäßen noch eine kleinere *x* durch *y* und *z* aus, ſo wäre

$$ab.y = x \text{ und } ad.z = x \quad (\S. 129.)$$

Folglich wäre *ab* gegen *ad* wie *z* gegen *y* (§. 271.) oder welches eins, wie *b* gegen *d* alſo auch *z* gegen *y*. (§. 270.) Nun ſind *b* und *d* minimi in ſolcher Verhältniß, (§. 302.) Dahero müſte auch *z* von *b* und *y* von *d* ausgemeſſen werden, (§. 303.)

d aber iſt gegen y wie abd gegen $aby = x$ (§. 269.)

Wird nun *y* von *d* ausgemeſſen, ſo wird auch die kleinere *x* von der gröſſern *abd* ausgemeſſen, welches nicht geſchehen kan.

23. Aufgabe.

335. Zu 2 gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleinſte, (Dividuum minimum) zu finden. 23. Aufgabe.

1.) Wenn es primi inter ſe, multiplicire man eine mit der andern, ſo giebt das Factum den minimum. (§. 332.)

2.) Sind es Compoſiti, reducire man ſie durchs gemeine Maaß auf primos inter ſe, (nach der 17. 18. und 19. Aufgabe.) und multiplicire davon

den $\left\{\begin{array}{l}\text{kleinſten,}\\ \text{gröſten,}\end{array}\right\}$ mit dem $\left\{\begin{array}{l}\text{gröſten}\\ \text{kleinſten}\end{array}\right\}$ Compoſito,

ſo giebt das Factum den minimum. (§. 334.)

1.) Z. E. Man erfinde zu 19 und 84 die ausmeßliche kleinſte

756

Facit: 1596 (§. 300.)

2.) Man ſuche zu 308 und 231 den Dividuum minimum.

a ad ab

menſ. mxa. = 77) 231) 308 (1 (3

231 77

Dem

Demnach ſind die primi inter ſe $(1+3) = \overset{b}{4}$ und $\overset{d}{3}$ (§ 311. β)

Und alſo Dividuus min. $= 924 = adb = abd$.

Lehrſatz. 336. **Wenn 2 Zahlen beyderſeits eine dritte Zahl meſſen, ſo wird auch ſolche durch ihre ausmeßliche kleinſte wieder ausgemeſſen.**

Es ſeyen ſolche 2 Zahlen a und b, die dritte $= d$ und die ausmeßliche kleinſte $= k$, ſo muß auch k die dritte d meſſen. Will man es nicht zugeben, ſo nehme man ein ſo groß Multiplum von k $(= ek)$ aus d hinweg, ſo offt man kan, iedoch ſo vielmahl, daß der Reſt r $<$ ſey, als k. Weil nun a und b das k meſſen, ſo meſſen ſie auch ſein Multiplum ek durch e. Nun aber meſſen a und b auch $ek + r = d$, (ex hyp.) Ergo meſſen ſie auch den Reſt r, (ſo $<$ als k) (§. 289.) Und folglich iſt k nicht die ausmeßliche kleinſte, welches die oben angeſetzte Bedienung zernichtete.

24. Aufgabe.

24. Aufgabe. 337. **Zu 3 und mehr gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleinſte zu finden.**

1.) Erfinde man die kleinſte k, ſo von den erſten beyden a und b ausgemeſſen wird, wird nun ſolche auch von der dritten d ausgemeſſen, ſo iſt k die kleinſte. (§. 335.)

2.) Miſſet aber d nicht das k, ſo ſey m die kleinſte, welche von d und k ausgemeſſen werde, alsdenn iſt auch m die kleinſte, ſo von allen dreyen ausgemeſſen wird.

3.) Sind ihrer mehr, ſo ſuche man zu dem gefundenen letzten Dividuo minimo und der folgenden Zahl einen neuen Minimum, ſo meſſen ihn auch alle vorhergehende.

Z. E.

a b d

Z. E. Man erfinde zu 4, 10, 16 den Minimum Dividuum.

2) 2 5 4

k 20 *m* 80

4) 5

a b d

Alſo ſuche man auch zu 6, 8 ~~12~~ und 18 die ausmeßlich kleinſte:

2) 3 4 3

Facit: 72 *k* 24 *m* 72

6) 4

Beweiß.

Das *a* und *b*, desgleichen *a*, *b*, *d*, &c. *k* oder *m* und ſo weiter, meſſen, erhellet aus dem 294. §. Nun iſt noch darzu thun, daß ſie keine noch keinere. Z. E. *x* meſſen.

Will mans ſetzen, ſo muß ſo wohl *d* als *k* auch das *x* meſſen, (§. 336.) Und demnach müſte die kleinere *x* von der gröſſern *k* ausgemeſſen werden, welches zu ſagen nicht ſtatt findet.

338. Dahero wenn eine gewiſſe Zahl von 3 oder mehr Zuſatz. vorhergehenden ausgemeſſen wird, ſo wird ſie auch von der vorhergehenden Dividuo minimo ausgemeſſen.

25. Aufgabe.

339. Die kleinſte ausmeßliche Zahl noch auf eine behendere Manier zu finden. 25. Aufgabe.

1.) Löſche man diejenigen, ſo einander aufheben, aus, die übrigen, wo es angehet, hebe man

man durch ein gemein Maaß auf, bey welchen es aber nicht angehet, die ſetze man denen aufgehobenen zur Seite.

2.) Alſo verfahre man weiter, ſo offt ſichs thun låſt, dann kommen endlich lauter primi inter ſe.

3.) Die gefundenen primos inter ſe, wie auch die gebrauchten Communes menſuras multiplicire man in einander, ſo geben ſie den Dividuum minimum, vermöge des 294 und 295 §.

Z. E. Man erfinde ihn zu: 6, 8, 9, 12, 16, 36

4) 3 4 9

3) 1 4 3

Demnach iſt der Dividuus minimus 4.3.1.4.3 = 12.12 = 144.

Not. Weil 1 nicht multiplicirt, kan mans auch weglaſſen.

Man erfinde die ausmeßliche kleinſte zu den erſten zehen Anfangs-Zahlen:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

3) 2 7 8 3 10

Fac. 3.2.7.4.3.5 2) 7 4 3 5

6 42 168 504 2520. nehmlich

2520.

Man

Man ſuche die kleinſte Zahl, ſo man gäntzlich dividiren kan mit:

$$\not 2,\ \not 3,\ \not 8,\ 9,\ 16.\ 20.\ 30$$

$$3)\ 3\ \ 16\ \ 20\ \ \not 1\not 0$$

$$4)\ 3\ \ 4\ \ 5$$

Facit: $(3.4.3.4.5.) = 720.$

340. Und eben auf ſolche Art kan man auch aus denen unabgetheilten Quantitäten die Dividuam minimam her aus bekommen: Z. E. aus Zuſatz.

$$a)\ \ a\ \ 2a,\ \ ab-ac,\ \ d$$

$$2\ \ \ b-c\ \ \ d$$

iſt ſie $= (a.2).(b-c)d = 2abd-2acd.$

Aus $a^2-b^2,\ a^2+2ab+b^2,\ a^3-ab^2$ findet man

$$a+b)\ \ a-b,\ \ a+b,\ \ a^2-ab$$

$$a-b)\ \ 1\ \ \ a+b\ \ \ a$$

Die ausmeßliche kleinſte $= (a+b).(a-b).(a+b).a$
$= a^4-a^3b-a^2b-ab^3$

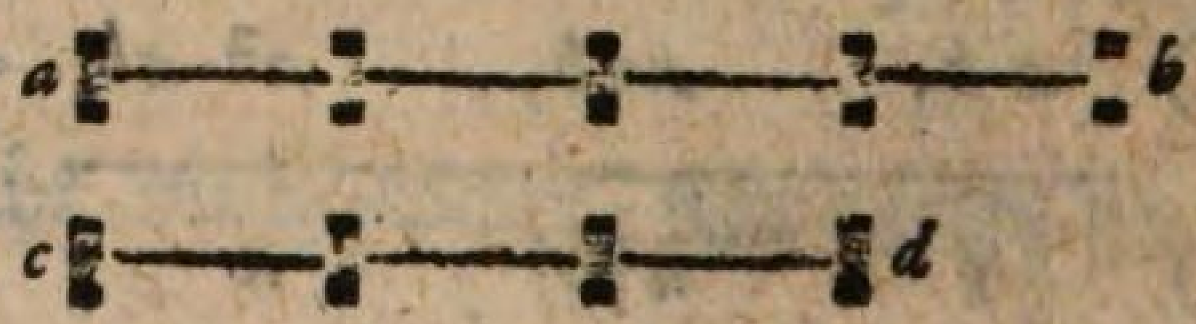
341. Diejenigen, ſo die Arithmetic nach ihren wahren Beweiß-Gründen wollen einſehen, können der von 242 §. bißher angeführten Haupt-Wahrheiten mit ihren Demonſtrationen gar nicht entrathen, ſintemahl darinnen die vornehmſten propoſitiones Libri VII. Euclidis und noch andere nöthige mehr enthalten, welche aber nur die practiſchen Problemata der Rechen-Kunſt zu ihrem Haupt-Zweck ſetzen, können die Beweiſe inzwiſchen weglaſſen, und ſich bloß an die Aufgaben mit ihren dabey beſchriebenen Auflöſungen halten, denn auf dieſe Art werden ſie eben ſo kurtz hindurch kommen, als irgends ſonſt in einem practiſchen Compendio. Anmerck.

5. Von denen Eigenſchafften und Rechnungs-Arten der gebrochenen Zahlen.

Erklär. 342. **Die Brüche** oder gebrochene Zahlen (Numeri fracti, Fractiones, Minuta, Minutiæ, Fragmenta) werden ordentlicher Weiſe allezeit auf weniger als Eins geſchätzet, (§. 8.) Dahero ſind ſie ein oder etliche Theile von der Unität, das iſt, von einem Gantzen. (§. 11. 12.)

Zuſatz. 343. Und demnach beſtehen ſie wie andere Zahlen, ebenfalls aus ihrem **Zehler** und **Nenner**, (§. 16. 17.)

Z. E. So ich eine Elle *ab* in 4 gleiche Theile theile, und 3 davon hinwegnehme, ſo iſt das hinweggenommene Stück, (oder vielmehr die hinweggenommene Theile) *cd* $\frac{3}{4}$ Theil, oder $\frac{3}{4}$



Anmerck. 344. Da nun die Dinge, ſo man zuſammen zehlen will, aus einerley Einheiten beſtehen müſſen, (§. 7.) und ein Theil von einem Gantzen wiederum alleine, und ohne kleinere Theile zu haben, kan angeſehen werden, ſo müſſen auch die Theile eines Bruchs einander gleich, und alle von einerley Unität oder Gantzem ſeyn, (§. 1. und 2.)

Satz. 345. Eingeführter maaſſen iſt zwar die Schreib-Art und Ausdrückung der Brüche dieſe, daß man die **Benennung der Theile**, oder den **Nenner** unter ihre **Anzahl**, das iſt, unter den **Zehler** ſetzet, und eine Linie dazwi-

ſchen

ſchen ziehet, z. E. zwey Drittheil von einem Gantzen, ſchreibt man $\frac{2}{3}$, allwo 2 der Zehler und 3 der Nenner iſt.

346. Alleine es haben ſchon längſtens einige Mathematici angemercket, darunter vornehmlich Herr Eduart Wels, * daß man um mehrerer Leichtigkeit willen, die Brüche lieber nach der Schreib-Art anderer Zahlen andeuten möchte, deren Benennung wir ordentlicher Weiſe nur oben drüber zu ſchreiben pflegen, nehmlich wie man $\overset{\text{Pf.}}{3}$ ſetzet ꝛc. Alſo könnte man auch ſchreiben $\overset{\text{4tel}}{3}$ oder 3^{4}. Denn auf dieſe Art würde die Bezeichnung der Brüche mit dem Anſatz derer übrigen Zahlen deſto ehender übereinkommen, und derſelben ſcheinender Unterſcheid, ſo die Lehrlinge im Anfang ſtutzig macht, leichtlich gehoben werden; Da denn 2^{9} und 5^{9} wie in gemeiner Rechnung, als 7^{9} könnten angeſehen, und unten in der Regul de Tri (z. E. $\overset{\text{8 Theil}}{3}$ Centner koſten $\overset{\text{Thlr.}}{12}$ was $\overset{\text{8 Theil?}}{7}$) nach ſchon gewöhnlicher Art berechnet werden. Anmerck.

347. Zu dem ſo laſſen ſich auch die Reguln aus denen vorhergehenden Operationen der gantzen benahmten und unbenahmten Zahlen eben ſo gut hier appliciren, und gelten auch in Brüchen, z. E. daß man nur ihre Zehler addiren oder ſubtrahiren müſſe, und den gemeinen Nenner, (wie in den benahmten) nur oben ſtehen laſſe, desgleichen, daß man ſo wohl die Zehler als die Nenner in ein ander zu multipliciren und zu dividiren habe ꝛc. Weswegen man den Nenner gar wohl oben ſetzen könnte, iedoch, (wegen zu vermeidender Confuſion mit den Exponenten der in ſich multiplicirten Zahlen §. 235.) ihn lieber vor, als hinter den Zehler ſchreiben, als ſtatt $\frac{3}{4}$ oder $\overset{\text{Viertel}}{3}$, oder 3^{4}. ſchriebe man ${}^{4}3$. Anmerck.

* Vid. Ed. Welſii Elementa Arithm. num. & ſpec. p. 18. 19.

An ſtatt $\frac{a}{b}$ könnte man auch ſetzen:

$${}^{b}a_{,}\ \text{vor}\ 5\tfrac{3}{4}.\quad 5_{,,}{}^{4}3.\ \text{vor}\ n\tfrac{c}{r}.\quad n_{,,}{}^{r}c\ \text{\&c.}$$

Anmerck. 348. Unterdeſſen, ob ſchon dieſes alles ſeinen zureichenden Grund hat, ſo will ſichs dennoch, wegen der einmahl, und von allen Nationen angenommenen Schreib-Arten der Brüche nicht ſo gleich in Ubung bringen laſſen. Derowegen werde mich noch der gewöhnlichen Bruchs-Andeutung bedienen, iedoch einigen Liebhabern zu Gefallen auch dieſe andere, (ſo ſie ſeithero nicht vor eine kahle Veränderung gehalten,) zu Ende mit beyſetzen.

Erklär. 349. Weil die kleinern Zahlen mit gröſſern dividirt, allezeit einen Bruch geben, ſo ſind die Brüche auch nichts anders, als Quotienten, z. E. 2 mit 5 dividirt, geben im Quot $\frac{2}{5}$ oder ${}^{5}2$ (§. 141. und 142.)

Lehrſatz. 350. Wie nun in ieder Diviſion der Quotus gegen 1, alſo auch der Dividendus gegen den Diviſorem, (§. 125.) Alſo verhält ſich auch ieder Bruch gegen ſein Gantzes (oder gegen 1) wie der Zehler gegen den Nenner.

Zuſatz. 351. Dahero ſind die ordentlichen Brüche (Fractiones propriæ) allezeit kleiner, als ein Gantzes, die auſſerordentlichen aber (impropriæ ſive ſpuriæ) ſind entweder juſt ein Gantzes, oder mehr als ein Gantzes, das iſt:

Iſt der Zehler { kleiner / juſt ſo groß / gröſſer } als der Nenner, ſo iſt der Bruch { weniger / juſt ſo viel / mehr } als 1.

Z. E. $\frac{7}{9} < 1.\ \frac{5}{5} = 1.\ \frac{5}{4} > 1.$ Wenn $a > 1$,

ſo iſt $\frac{b}{a} < 1 \mid \frac{a}{a} = 1. \mid \frac{a}{b} > 1$

Zuſatz. 352. Folglich kan man die, ſo mehr als ein Gantzes ſind, auch durch die Diviſion in Gantze reſolviren, und ſtat $\frac{9}{4}$ auch $2\frac{1}{4}$ und vice verſa ſetzen. (§. 143.)

353.

353. Gantze mit Brüchen, heiſſen ſonſt auch *Fractiones mixtæ*, und werden in pure Brüche verwandelt, (oder wie es etliche nennen, eingerichtet,) ſo man die Gantzen mit dem Nenner multipliciret, den Zehler dazu addirt, und den Nenner wieder drunter ſchreibt. (§. 143.) Erklär. und Anmerck.

Z. E. $2\frac{3}{4}$ geben $\frac{11}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4}$. (§. 351.)

Uberhaupt: $a\frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c}$. Denn $\frac{c}{c} = 1$ (§. 351.) $\frac{ac}{c} = a$ (§. 129.) Und $\frac{ac}{c} + \frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$, (das iſt, ſo man die Nenner, als andere bloſſe Nahmen anſiehet.) $= \frac{ac+b}{c}$

354. Die Brüche, deren Zehler gegen ihre Nenner einerley Verhältniß haben, ſind alle einander gleich. Lehrſatz.

Z. E. $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{50}{100}$ ꝛc. ſind alle gleich groſſe Stücke von der Unität.

Denn durchgehends ſind ſie gegen 1 wie der Zehler gegen den Nenner, (§. 350.) Nun iſt (hier z. E.) ieder Zehler die Helffte aus ſeinem Nenner, *Ergo* iſt ieder Bruch auch die Helffte von ſeinem Gantzen, oder von 1.

Uberhaupt $\frac{a}{b} = \frac{ea}{eb}$ Denn wie a gegen b, ſo iſt auch ea gegen eb. (§. 269.)

Nehmlich den Gehalt, den der Zehler a aus ſeinem Nenner b hat, den hat auch ea aus eb. Nun haben beyde auseinander gleichen Gehalt, folglich ſind ſie auch gleich groſſe Stücke von ihrem Gantzen. (§. 350.)

355. Dahero hat man unterſchiedne Kennzeichen der gleichgültigen Brüche, als Zuſatz.

α.) Es muß nicht allein ieder Zehler in ſeinem Nenner gleich vielmahl enthalten ſeyn, ſondern

β.) Es muß auch des einen Zehler gegen des andern Zehler ſeyn, wie des einen Nenner gegen des andern Nenner, (§. 272.) und deswegen:

γ.) Der Quot aus beyden Zehlern muß gleich ſeyn dem Quot aus beyden Nennern, (§. 123.)

δ.) Das Factum eines Nenners in des andern Zehler muß beyderſeits einerley ſeyn. (§. 274.)

Z. E. $\frac{18}{42} = \frac{3}{7}$ Denn $18:3 = 6$ und $42:7 = 6$

Und 7 mahl $18 = 126$ gleichwie 42.3 auch $= 126$.

Lehrſatz. 256. So man eines eintzelen Bruchs, (der nehmlich 1 zu ſeinem Zehler hat,) Zehler und Nenner mit eines andern Bruchs Nenner beyderſeits multiplicirt, ſo bekommen ſie beyde einerley Benennungen, und ſind die multiplicirten gleichgültig mit denen vorigen.

Z. E. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ bekommen auf dieſe Art einerley Benennung, $\frac{5}{15}$ und $\frac{3}{15}$, und iſt $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ und $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

Uberhaupt: Wenn von zwey Brüchen $\frac{1}{b}$ und $\frac{1}{c}$, $bc = a$ ſo iſt $\frac{1}{b} = \frac{a \text{ Theilen}}{c}$ und $\frac{1}{c} = \frac{a \text{ Theilen}}{b}$ (§. 297.) Oder ſo man vor a, das Factum beyder Nenner bc ſubſtituiret, iſt $\frac{1}{b} = \frac{c}{cb}$ und $\frac{1}{c} = \frac{b}{cb}$. Denn beyderſeits iſt $1\,cb = bc$ oder cb. (§. 273. und 355. δ.)

Zuſatz. 357. Dahero da $\frac{1}{b} = \frac{c}{cb}$ und $\frac{1}{c} = \frac{b}{bc}$ und $n > 1$ multiplicire man jeden durch und durch mit $n = \frac{n}{1}$ ſo iſt $\frac{n}{b} = \frac{nc}{cb}$ und $\frac{n}{c} = \frac{nb}{bc}$. (§. 269. 354.)

Folg-

Folglich bleiben auch die vieltheiligen Brüche, ſo nehmlich mehr als 1 zu ihren Zehler haben) gleichgültig, und kommen zu einerley Benennung, wenn man eines Zehler und Nenner mit des andern Nenner multiplicirt.

Und daraus kömmt eine der nöthigſten Præparationen in Brüchen, die

26. Aufgabe.

358. **Zwey Brüche von unterſchiedener Benennung unter einerley Nenner zu bringen.** 26. Aufgabe.

Hier ereignen ſich 2 Fälle:

I. Wenn die Nenner primi inter ſe ſeyn.

Da multiplicire man iedes Bruchs Zehler und Nenner mit des andern Nenner.

Z. E. $\frac{3}{5}$ und $\frac{7}{8}$ ſind $=$ $\frac{24}{40}$ und $\frac{35}{40}$

$\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ ſind gleich $\frac{ad}{bd}$ und $\frac{bc}{bd}$. Denn von $\frac{a}{b}$ und $\frac{ad}{bd}$, desgleichen von $\frac{c}{d}$ und $\frac{bc}{bd}$ iſt das Factum eines ieden Zehlers in des andern Nenner gleich. (§. 273.) Folglich ſind auch die Brüche gleich. (§. 355. d.)

II. Wenn die Nenner numeri compoſiti, und nicht primi inter ſe ſeyn, (denn da würden die neuen Nenner nach vorigen, auſſer Noth zu groß.)

Man ſuche zu beyden Nennern den Dividuum minimum, (§. 335.) ſo giebt er den gemeinen Nenner.

In ſolchen gemeinen Nenner dividire man mit ieden beſondern Nenner, und multiplicire den Quot mit dem dazu gehörigen Zehler, ſo kommen die neuen Zehler.

Z. E. $\frac{4}{9}$ und $\frac{7}{36}$ ſind gleichgültig mit $\frac{16}{36}$ und $\frac{7}{36}$

$\frac{3}{8}$ und $\frac{5}{12}$ ſind $=$ $\frac{9}{24}$ und $\frac{10}{24}$.

$\frac{5}{42}$ und $\frac{11}{54}$ ſind gleich $\frac{45}{378}$ und $\frac{77}{378}$

6) $\frac{42}{7}$ $\frac{54}{9}$

Indem aber der Quot ſchon da iſt, darff man ihn nur mit des andern Bruchs Zehler multipliciren.

Uberhaupt: So man $\frac{a}{cd}$ und $\frac{b}{ce}$ in die kleinſten gleichbenahmte und gleichgültige Brüche verwandeln will, ſo hebe man die Nenner mit c auf, und bringe ſie auf primos inter ſe, nehmlich d und e. Mit einem von dieſen multiplicire man den andern componirten Nenner, als hier: mit d multiplicire man ce, kömmt der Dividuus minimus dce (§. 335. 2.) Hierein dividire man mit ieden beſondern Nenner, und multiplicire den Quot mit dem dazu gehörigen Zehler, kömmt:

$$\frac{a}{cd} = \frac{ae}{cde} \text{ und } \frac{b}{ce} = \frac{bd}{dce}$$ (§. 269. und 355.)

Man kan aber die Diviſion erſparen, wenn man ſo gleich ieden von primis inter ſe mit des andern Zehler multiplicirt.

Z. E. So $\frac{9}{68}$ und $\frac{5}{32}$ ſollen reducirt werden, ſo hebe man die Nenner mit 4 auf:

4) $\frac{}{17}$ $\frac{}{8}$

Mit dem kleinſten aufgehobenen multiplicire man den gröſten Nenner, kömmt der gemeine Nenner 544.

Nun iſt 8.9 = 72 und 5.17 = 85

Facit: $\frac{72}{544}$ und $\frac{85}{544}$

27. Auf-

27. Aufgabe.

359. Drey, vier und mehr Brüche in gleichgültige von einerley Benennung zu bringen. 27. Aufgabe.

I.) Wenn die Nenner primi inter ſe ſeyn.

Man multiplicire die Nenner alle in einander, ſo kommt ihr kleinſter Dividuus (§. 333.) oder der gemeine Nenner.

Hierein dividire man mit ieden beſondern Nenner, und multiplicire den Quot mit dem dazu gehörigen Zehler, ſo geben ſich auch die beſondern Zehler.

Z. E. Man ſoll $\frac{3}{4}\ \frac{2}{5}$ und $\frac{7}{9}$ reduciren:

4	45	135
5	36	72
20	20	140
9		
180		

Der kleinſte Dividuus, oder der gemeine Nenner: 180

Facit: $\frac{135}{180}\ \frac{72}{180}\ \frac{140}{180}$.

Uberhaupt $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$ ſind gleich $\frac{adf}{bdf} + \frac{cbf}{bdf} + \frac{ebd}{bdf}$ (§. 269. 354.)

Woraus man zugleich ſiehet, daß man den Zehler und Nenner iedes Bruchs mit dem Product aus den Nennern der übrigen Brüche nur multipliciren darff, denn alſo erſpahret man wiederum die Diviſion, z. E.

$\frac{5}{8}\ \frac{3}{7}\ \frac{4}{11}$ | 77. 88. 56

$= \frac{385}{616} \mid \frac{264}{616} \mid \frac{224}{616}$ (§. 130. und 273.)

II. Wenn die Nenner nicht alle primi inter ſe ſeyn.

Man erfinde zu allen Nennern die kleinſte ausmeßliche Zahl (§. 339.) ſo giebt ſie den gemeinen, oder wie etliche ſagen, den Haupt-Nenner. Hierein dividire man mit iedem Nenner, und multiplicire den Quot mit dem zugehörigen Zehler, ſo kommen die neuen Zehler.

Z. E. Man reducire $\frac{1}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{9}\ \frac{7}{12}\ \frac{3}{16}\ \frac{5}{36}$ in gleiche und gleichbenannte Brüche.

	6	8	9	12	16	36
			4)	3	4	6
4·3·4·3 = 144.			3)		4	3
	24	18	16	12	9	4
	24	54	80	84	27	20

144

Oder man kan ſie (wegen der Addition,) auch ſo gleich unter einander ſetzen. Z. E. Man bringe folgende 9 Brüche unter die kleinſte gleiche Benennungen.

(2520 der Haupt-Nenner

Brüche	(3	(2			
$\frac{1}{2}$				1260	1260
$\frac{2}{3}$			7	840	1680
$\frac{4}{5}$			5 = 35	504	2016
$\frac{5}{6}$	2		3 = 105	420	2100
$\frac{3}{7}$			4 = 420	360	1080
$\frac{5}{8}$	8	4	2 = 840	315	1575
$\frac{1}{9}$	3	3	3 = 2520	280	280
$\frac{9}{10}$	10	5		252	2268
$\frac{3}{14}$	14	7		180	540

Be-

Beweiß:

Wenn ein Nenner (n) in den Dividuum minimum (m) dividirt, und der Quot (q) mit dem Zehler (z) multiplicirt wird,

ſo iſt $\frac{z}{n} = \frac{qz}{m}$

Denn wan $m:n = q$ ſo iſt $qn = m$. (§. 129.)

Dahero $\frac{qz}{m} = \frac{qz}{qn}$. Wie nun

z gegen n alſo auch qz gegen qn. (§. 269.)

Und derowegen $\frac{z}{n} = \frac{qz}{m}$. (§. 354.)

28. Aufgabe.

360. **Einen Bruch zu abbreviren, oder aufzuheben, daß er in kleinern Zahlen eben ſo viel, als vorhero gilt.** 28. Aufgabe.

a.) Man ſuche vom Zehler und Nenner das gemeine Maaß, und wo es ſeyn kan, das gemeine gröſte Maaß, (§. 309.) Hiermit dividire man den gegebenen Zehler und Nenner, ſo giebt der erſte Quotus den kleinern Zehler, und der andere Quot den kleinern Nenner.

b.) Oder, wenn das gemeine gröſte Maaß gefunden, determinire man ſo gleich die kleinſten Zahlen aus denen Quotienten. (§. 311.)

a.) Z. E. Man verwandle den Bruch: $\frac{153}{207}$ in einen gleichgültigen von kleinern Zahlen.

$$\frac{153 \mid 17}{207 \mid 23} \ (9 \quad \text{Fac.} \ \frac{17}{23} \quad (\text{§. 270. 354.})$$

b.) Man ſuche den Bruch $\frac{133}{152}$ aufzuheben:

1
19
152 (1 (7 Fac. $\frac{7}{1+7} = \frac{7}{8}$ (§. 311. β.)
133
0

Anmerck. 361. Wie man die Brüche auch zuweilen mit denen eintzelen Zahlen nach und nach aufheben könne, und was vor Kenn-Zeichen dazu gehören, ſoll unten (§. 373. ſeq.) nach den 4. Haupt-Operationen der Brüche folgen.

Lehrſatz. 362. Die Brüche, ſo einerley Benennung haben, verhalten ſich gegen einander, wie ihre Zehler.

Z. E. $\frac{2}{5}$ iſt gegen $\frac{3}{5}$ wie 2 gegen 3. Denn das Factum der beyden Mittelſten $\frac{3.2}{5}$ iſt gleich dem Facto der äuſſerſten $\frac{2.3}{5}$.

Und daher iſt $\frac{2}{5}$ in $\frac{3}{5}$ ſo vielmahl enthalten, als 2 in 3. (§. 271.)

Oder überhaupt: $\frac{a}{b}$ iſt gegen $\frac{c}{b}$ wie $\frac{ab}{b}$ gegen $\frac{cb}{b}$ §. 269.

Nun dividire man beyderſeits mit b.) wie $\frac{a}{1}$ gegen $\frac{c}{1}$.

(§. 270.) das iſt: wie a gegen c.

Zuſatz. 363. Folglich kan man erfahren, welcher Bruch gröſſer iſt, als der andere, nehmlich der den gröſten Zehler bey gleichen Nennern hat, z. E.

So

So man erfahren will, ob $\frac{4}{7}$ oder $\frac{5}{9}$ Ducat. ſchwehrer wiegt, ſo bringe man ſie zu gleichen Nennern (§. 358.) kommen: $\frac{36}{63}$ und $\frac{35}{63}$ dahero iſt $\frac{4}{7}$ Duc. um $\frac{1}{63}$ Duc. ſchwehrer als $\frac{5}{9}$ Duc. Oder:

364. Weil die Nenner nur die Nahmen ſind, ſo kan man ſie weglaſſen, und nur ieden Zehler mit des andern Nenner multipliciren, als: Anmerck.

$$\frac{7}{13} \text{ und } \frac{11}{21} \text{ ſind wie } 147 \text{ und } 143.$$

365. Wenn 2 Brüche einerley Zehler haben, ſo verhält ſich der erſte gegen den andern, wie des andern Nenner gegen des erſten Nenner. Lehrſatz.

Z. E. $\frac{3}{5}$ iſt gegen $\frac{3}{7}$ wie 7 gegen 5. $\frac{a}{b}$ iſt gegen $\frac{a}{c}$ wie c gegen b. Denn ſie verhalten ſich gegen einander wie ac gegen ab. (364.) folglich auch wie c gegen b. (§. 270.)

Die letzten 2 Lehrſätze haben einen treflichen Nutzen in der ſo genannten Regul de Tri, denn da kan man die Brüche weglaſſen, und ſtatt ihrer nur die gantzen ſich alſo verhaltenden Zahlen gebrauchen, z. E. ſtatt Anmerck.

$\frac{3}{4}$ Ellen koſten $\frac{2}{3}$ Thlr. was 40 Ellen? kan man ſetzen:

9 —— : 8 —— : 40. und vor

$\frac{3}{8}$ Cent. koſten $\frac{3}{4}$ Thlr. was kommen 42 Centner? kan man ſetzen 4 —— : 8 : —— : 42? wovon unten mit mehrern ſoll gedacht werden.

29. Auf-

29. Aufgabe.

29. Aufgabe.

366. **Die gantzen Zahlen in einen Bruch von gegebener Benennung zu verwandeln.**

Man multiplicire die Gantzen mit dem gegebenen Nenner, ſo kömmt der Zehler.

Unter ſolchen Zehler ſchreibe man den gegebenen Nenner, ſo iſt die hieraus entſtandene Fractio impropria denen gantzen gleich.

Z. E. Man mache 5 Gantze zu 6 Theilen.

Fac. $\frac{30}{6}$.

Man reducire m auf n Theile. Fac. $\frac{mn}{n}$

Denn $m = \frac{m}{1}$. (§. 10.) Wie nun m gegen 1 alſo mn gegen n (§. 269.) Derowegen iſt $\frac{m}{1}$ oder $m = \frac{mn}{n}$ (§. 354.)

Wie verhalten ſich 6 Centner gegen $\frac{4}{5}$ Centner?

Fac. Wie $\frac{30}{5}$ gegen $\frac{4}{5}$ das iſt, wie 30 gegen 4 (§. 362.) 2) oder wie 15 gegen 2. (§. 270.)

30. Aufgabe.

30. Aufgabe.

367. **Einen Bruch auf einen andern von gegebener Benennung zu reduciren.**

Man multiplicire den verlangten Nenner mit des gegebenen Bruchs Zehler, und dividire das Factum mit ſeinem Nenner, ſo kömmt der geſuchte Zehler zu dem neuen Nenner.

Z. E.

Z. E. Man verwandle $\frac{2}{3}$ in einen Bruch, deſſen neuer Nenner 24 ſey, kommen $\frac{2.24}{3}$ oder $\frac{48}{3} = 16$ vor den Zehler, und alſo $\frac{16}{24}$.

Uberhaupt: Man reducire $\frac{a}{b}$ auf einen andern Bruch, deſſen neuer Nenner c ſey,

$$\text{ſo iſt er} = \frac{\frac{ac}{b}}{c} \text{ oder } \frac{ac:b}{c}$$

Denn geſetzt $\frac{a}{b}$ ſey $= \frac{x}{c}$ ſo iſt $ac = bx$ (§. 355. 8.) dieſes dividire man beyderſeits mit b)

$$\text{kömmt: } \frac{ac}{b} = x. \text{ (§. 284.)}$$

368. Solches hat ſeinen Nutzen, wenn man den Valorem eines Bruchs, z. E. $\frac{2}{3}$ Thlr. in Gr. oder 24 Theilen des Thlr. verlangt. Oder wenn man z. E. $\frac{7}{8}$ auf 1000 Theile eines Dings reſolviren will, denn da iſt Anmerck.

$$\frac{7}{8} = \frac{\frac{7000}{8}}{1000} = \frac{875}{1000} \text{ oder } \underline{875}. \text{ (§. 9.)}$$

Wovon unten in Fractionibus decimalibus ein mehres.

31. Aufgabe.

369. **Die Brüche zu addiren.** 31. Aufgabe.

1.) Wenn ſie nicht ſchon einerley Benennungen haben, ſo reducire man ſie auf einerley Nen-

Nenner, (nach dem 358. und 359. §.) Addire die Zehler, und ſetze den gemeinen Nenner darunter.

2.) Iſt nun der Summariſche Bruch mehr als ein Gantzes, ſo verwandle man ihn durch die Diviſion des Nenners in Zehler noch in ſeiner Gantze, ſo man es vor nöthig befindet, (§. 352.)

Z. E. Man addire $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{8}$ Summa: $\frac{16}{8}$ = 2 Gantzen.

Man addire: $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{8}$ und $\frac{7}{10}$ Centner.

		(40
	$\frac{1}{4}$	10
2)	$\frac{2}{8}$	16
4	$\frac{3}{8}$	15
	$\frac{7}{10}$	70

Summa: $\frac{111}{40}$ (2 $\frac{31}{40}$ Centn.

Wo Gantze bey Brüchen vorkommen, addire man die Gantzen vor ſich. Z. E. An einem Poſtement iſt die Höhe des Fuſſes $1\frac{1}{2}$ modul, des Würffels $2\frac{3}{4}$, des Deckels $\frac{3}{4}$ wie hoch iſt das gantze Poſtement?

$$\begin{array}{r|l} & (4 \\ 1\frac{1}{2} & 2 \\ 2\frac{3}{4} & 3 \\ \frac{3}{4} & 3 \\ \hline & \frac{8}{4} = 2 \\ & +3 \\ \hline \end{array}$$

Summa: 5 Modul.

Uberhaupt: ſo $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ und $\frac{e}{f}$ zu addiren, reducire man man ſie (nach dem 359. §.) auf $\frac{dfa}{dfb}$ und $\frac{bfc}{bfd}$ und $\frac{bde}{bdf}$, ſo ſind ſie $= \frac{dfa+bfc+bde}{bdf}$.

Beweiß.

Da in der Addition nur der ſämmtliche Gehalt der Zehler erfunden wird (§. 85.) und die Zahlen, ſo man zuſammen nehmen will, von einerley Benennungen ſeyn müſſen, (§. 86. 2.) auch die reducirten Brüche als partes, denen erſtern, als partibus gleich, (§. 359.) ſo ſind auch die Tota oder Summen einander gleich. (§. 243.)

32. Aufgabe.

370. **Einen Bruch von den andern zu Subtrahiren, oder die Differentz zweyer Brüche zu erfahren.** 32. Aufgabe.

α.) Die-

α.) Diejenigen von unterſchiedener Benennung mache man zu gleichbenamten, (§. 358) Subtrahire die Zehler von einander, und ſchreibe den gemeinen Nenner darunter.

Z. E. Eine gewiſſe Sache iſt nach dem Gewicht behandelt, hat ſollen $\frac{3}{4}$ Centner wägen, iſt aber nur $\frac{5}{8}$ Cent. ſchwehr gerathen, wie viel iſt vom Gelde abzuziehen?

(8
$\frac{3}{4}$ | 6
$\frac{5}{8}$ | $\frac{5}{}$
| $\frac{1}{8}$ Difference.

Da es nun $\frac{6}{8}$ werden ſollen, und $\frac{1}{8}$ fehlt, ſo iſt der 6te Theil des Geldes abzuziehen.

A, B, C. haben zuſammen $\frac{5}{6}$ Hufe Landes, davon hat A $\frac{1}{3}$ und B $\frac{3}{8}$ wie viel hat C?

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{8} = \frac{8+9}{24} = \frac{17}{24} \quad (§.\ 369.)$$

Facit: $\frac{1}{8}$.

(24
$\frac{5}{6}$ | 20
$\frac{17}{24}$ | $\frac{17}{}$ (3
Reſt. $\frac{3}{24}$ = | $\frac{1}{8}$ (§. 360.)

β.) Wo Gantze bey Brüchen ſind, ſo ſubtrahire man ſie beſonders, und ſo der obere Bruch (nehmlich des numeri ex quo) kleiner, als der untere, muß man von obern Gantzen eine Unität borgen, und ſolche auf den allgemeinen Nenner reduciren.

Z. E.

Z. E. Auf eine gute Geld-Sorte iſt Lagio pro Cento $3\frac{1}{3}$, auf eine geringere iſt es nur $2\frac{1}{4}$. Um wie viel differirt es?

$$\begin{array}{c|c} & (12 \\ \frac{1}{3} & 4 \\ \frac{1}{4} & \underline{3} \end{array}$$

kömmt: $1\frac{1}{12}$ vor die geſuchte Differenz.

Von $8\frac{2}{5}$ Acker werden durchs Waſſer weggeriſſen

$2\frac{7}{8}$ Acker, wie viel behält noch der Poſſeſſor?

Reſt. $5\frac{21}{40}$ Acker. | $\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$ und $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$ dieſe von einem Gantzen oder $\frac{40}{40}$ Reſt $\frac{5}{40}$ hierzu $\frac{16}{40}$ thun $\frac{21}{40}$

Uberhaupt: Wenn der Bruch $\frac{a}{b}$ gröſſer als $\frac{c}{d}$ und dieſer von jenem ſubtrahirt wird, ſo reſtiret: $\frac{ad-bc}{bd}$

Beweiß:

Denn $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$ und $\frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}$ (§.355.) Folglich $\frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd}$ das iſt, weil die Nenner nur die Nahmen ſind, (§.16. und 92.)

$$\frac{ad-bc}{bd} = \frac{a}{b} - \frac{c}{d} \quad (\S.\ 254.)$$

33. Aufgabe.

33. Aufgabe. 371. **Einen Bruch durch den andern zu multipliciren, oder zu determiniren, wie viel ein Bruch von einem andern Bruch iſt.**

a.) Man multiplicire beyde Zehler in einander, ſo kommt der neue Zehler, desgleichen beyde Nenner in einander ſo komt der neue Nenner des producirten Bruchs.

Z. E. Man multiplicire $\frac{3}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ Facit: $\frac{6}{12}$ oder $\frac{1}{2}$ (6 (§. 360.)

Das iſt $\frac{3}{4}$ weniger, als einmahl, nehmlich nur $\frac{2}{3}$ mahl genommen, iſt $\frac{1}{2}$.

Als $\frac{3}{4}$ Thl. oder 18 Gr. $\frac{2}{3}$ mahl genommen, ſind 6 Gr. + 6 Gr. = 12 Gr. = $\frac{1}{2}$ Thl.

Uberhaupt: $\frac{a}{b}$ multiplicirt mit $\frac{c}{d}$ thut: $\frac{ac}{bd}$

Beweiß:

bd iſt gegen *bc* wie *ad* gegen *ac*.

Denn das Factum der mittelſten *bc.ad* iſt gleich dem Facto derer äuſſerſten *bd.ac*. (§. 273. und 271.)

Alſo bleiben ſie in eben der Verhältniß, wenn man ſie allerſeits mit *bd* dividirt, derowegen iſt

$$\frac{bd}{bd} \text{ gegen } \frac{bc}{bd} \text{ wie } \frac{ad}{bd} \text{ gegen } \frac{ac}{bd} \text{ (§. 270.)}$$

bd

$\frac{bd}{bd}$ aber iſt $=$ 1 (§. 351.) $\frac{bc}{bd} = \frac{c}{d}$ $\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b}$ (§. 355. 3)

Subſtituiret man nun gleiches vor gleiches, ſo iſt

$$1 \text{ gegen } \frac{c}{d} \text{ wie } \frac{a}{b} \text{ gegen } \frac{ac}{bd}$$

Nehmlich wie ſichs in der Multiplication gebühret, es iſt die Unität gegen den Multiplicanten, wie der Multiplicandus gegen das Product. (§. 97.)

Z. E. Von einem groſſen Forſt erbt Titius $\frac{4}{9}$, hiervon kaufft Cajus $\frac{3}{5}$, wie viel beſitzt dieſer vom gantzen Forſt?

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{45} \overset{(3}{\Big|} \frac{4}{15} \quad \text{Facit: } \frac{4}{15}.$$

Von 1340 Thl. ſoll einer $\frac{2}{5}$ zahlen, er zahlet aber hiervon nur $\frac{3}{4}$, wie viel iſt dieſes von der gantzen Summa?

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \overset{(2}{\frac{6}{20}} \; \frac{3}{10} \quad \frac{1}{10} \text{ von der Summe iſt } = 134 \quad (3$$

$$\frac{3}{10} \text{ davon ſind } = 402 \text{ Thl. (§. 263.)}$$

b.) Wo bißweilen Gantze mit Brüchen zu multipliciren vorkommen, da richte man ſie vorhero ein, (§. 353.) und verfahre alsdenn wie vorhin. Anmerck.

Weiln $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ und $5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$ und

$$\frac{23}{4} \cdot \frac{7}{3} = \frac{161}{12} = 13\frac{5}{12}$$ (§. 352.) ſo iſt auch

$$5\frac{3}{4} \text{ multiplicirt mit } 2\frac{1}{3} = 13\frac{5}{12}$$ (§. 263.)

Anmerck. c.) Indem alle gantze Zahlen aus zuſammen genommenen Unitäten beſtehen, (§. 10.) ſo kan man unter iede gantze Zahl eine 1 als Nenner ſetzen, und damit ebenfalls wie oben procediren

Z. E. Man multiplicire 8 mit $\frac{5}{6}$, ſo geben $\frac{8}{1} \cdot \frac{5}{6}$ im product $\frac{40}{6}$. Oder weil die Nenner nur die Nahmen der Dinge ſind, darff man nur den Zehler mit der gantzen Zahl multipliciren, und die Benennung ſchlechthin behalten.

Anmerck. d.) Und daher giebt ieder Bruch mit ſeinem Nenner multiplicirt, ſo viel dergleichen Gantze, als der Zehler Unitäten hat.

Z. E. $\frac{3}{4}$ mit 4 multiplicirt, giebt 3 Gantze.

$$\text{Denn } \frac{3}{4} \cdot 4 = \frac{12}{4} = 3.$$

$$\text{Uberhaupt, } \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{1} = \frac{ab}{b} = a.$$ (§. 130.)

34. Aufgabe.

34. Aufgabe. 372. Einen Bruch mit einem andern Bruch zu dividiren, oder zu ſagen, wie offt ein Bruch in einem andern enthalten ſey.

a) Man

α.) Man multiplicire den Nenner des Diviſoris in den Zehler des Dividendi, und den Zehler des Diviſoris in den Nenner des Dividendi, ſo giebt das erſte Factum den Zehler, und das andere den Nenner des Quoti.

Z. E. Man dividire mit $\frac{2}{3}$) in $\frac{7}{8}$, ſo kömmt der Quotus $\frac{21}{16}$.

Uberhaupt mit $\frac{a}{b}$ dividire man in $\frac{c}{d}$ Facit $\frac{bc}{ad}$.

Beweiß.

In ieder Diviſion muß 1 gegen den Quotienten ſich verhalten, wie der Diviſor gegen den Dividendum. (§. 125.) Dahero iſt hier darzuthun, daß

$$1 \text{ gegen } \frac{bc}{ad} \text{ wie } \frac{a}{b} \text{ gegen } \frac{c}{d}.$$

Man ſubſtituire vor 1 den ihm gleichen Bruch $\frac{bc}{bc}$ (§. 351.) vor $\frac{a}{b}$ ſetze man $\frac{ad}{bd}$ und vor $\frac{c}{d}$ ſetze man $\frac{bc}{bd}$ (§. 354. und 355.) kömmt: $\frac{bc}{bc}$ gegen $\frac{bc}{ad}$ wie $\frac{ad}{bd}$ gegen $\frac{bc}{bd}$. Nun ſeyn die erſten beyde gegen einander, wie ad gegen bc. (§. 365.) Und die andern auch wie ad gegen bc. (§. 362.) Folglich iſt

$$1 \text{ gegen } \frac{bc}{ad} \text{ wie } \frac{a}{b} \text{ gegen } \frac{c}{d}.$$

Oder: Wenn man es kürtzer will haben, das Factum der mittelſten,

$$\left.\frac{bca}{adb}\right|^{(ba} = \frac{c}{d} \quad (\text{§. } 360.)$$

 iſt

iſt gleich dem Facto der äuſſerſten $\frac{1c}{d}$, und deswegen iſt 1 gegen dieſen Quot, wie der Diviſor gegen dieſen Dividendum. (§. 271.)

Anmerck. β.) So man den Diviſorem umkehret, kan man die Brüche nach vorhergehender Aufgabe nur beyde in einander multipliciren, ſo kömmt eben der Quotus, der aus der Multiplication durchs Creutz kömmt,

Als wenn vorhin $\frac{a}{b}$ divid. in $\frac{c}{d}$ giebt $\frac{bd}{ad}$, ſo giebt

$\frac{b}{a}$ multipl. in $\frac{c}{d}$ ebenfalls $\frac{bc}{ad}$.

Anmerck. γ.) Wenn gantze und vermiſchte Brüche, oder dieſe und pure Brüche in einander ſollen dividirt werden, ſo ſetze man unter die Gantzen eine Unität, (§. 371. c.) und richte die vermiſchten ein, (§. 353.) Dann verfahre man nach obiger Regul.

Z. E. Ein Müntz-Meiſter ſoll aus einer Marck Gold, (oder 16 Loth) kleine Müntzen ſchlagen, iede à $\frac{2}{9}$ Loth. Wie viel Stücke kan er daraus ſchlagen? Fac. 72.

$\frac{2}{9}$ div. $\frac{16}{1}$ geben $\frac{144}{2} = 72$

Ein rechtwincklicht-viereckter Teich iſt $20\frac{1}{2}$ Ruthen lang, und nach ſeinem flachen Innhalt hält er $278\frac{4}{5}$ Quadrat-Ruthen, wie breit iſt er? Fac. $13\frac{3}{5}$ Ruthen.

$\frac{41}{2}$ divid. in $\frac{1394}{5}$

```
        2
      1 3̶ 3              (41
      2̶ 7̶ 8 8       123 |  3
geben ———————     13 ——— | ———
      2̶ 0̶ 5         205 |  5
```

Der wie vielſte Theil iſt $\frac{2}{3}$ Gr. aus einem Thlr?

$$\frac{2}{3}) \; \frac{24}{1} = \frac{72}{2} = 36.$$

Demnach ſind $\frac{2}{3}$ Gr. oder 8 Pf. der 36ſte Theil des Thlr.

δ.) Wenn ein Bruch mit einer gantzen Zahl ſoll dividirt werden, und der Zehler iſt damit diviſibel, ſo dividire man nur den Zehler, und ſetze den vorigen Nenner darunter, z. E. 3 dividirt in $\frac{21}{24}$ bringt $\frac{7}{24}$. (§. 129.) Anmerck.

ε.) Iſt aber der Zehler und Nenner des Diviſoris ein zulänglicher Theil vom Zehler und Nenner des Dividendi, ſo dividire man ſogleich ieden Zehler und Nenner in den andern, dann geben die Quoti den Zehler und Nenner zum Bruchs-Quotienten, als $\frac{3}{5}$ ſtecken in $\frac{9}{20}$ juſt $\frac{3}{4}$ mahl. Uberhaupt: $\frac{a}{b}$ ſtecket in $\frac{ac}{bd}$ juſt $\frac{c}{d}$ mahl. Nehmlich $\frac{a}{b} = \frac{}{ad}$ Anmerck.

$\frac{ad}{bd}$ (§. 355.) Und ſo man die Nenner als bloſſe Nahmen betrachtet, iſt $\frac{ac}{bd} : \frac{ad}{bd} = \frac{ac}{ad} = \frac{c}{d}$ (§. 270. und 354.)

6. Von den Criteriis oder Kenn-Zeichen der Zahlen, wenn ſie mit eintzeln aufzuheben.

Lehrſatz. 373. Wenn man eine oder mehr Decades, Centenarios, Millenarios &c. mit 9 dividiret, ſo bleibt allezeit die Anzahl ſolcher Zehener, Hunderte, Tauſende ꝛc. übrig.

Z. E. ſo man { 40 mit 9 dividirt, / 700 bleibt der / 8000 Zehler } { 4 / 7 / 8 } übrig. ꝛc.

Uberhaupt, wenn $10 = d$ $100 = d^2$ $1000 = d^3$ (§. 30.) Ihre Anzahl $= a$, ſo iſt $9 = d-1$, und ſo viel Decades, Cent. Mill. &c. als man will $= ad$, oder ad^2 ꝛc.

Nun dividire man	ad (a (a	desgleichen	ad² (ad † a ꝛc. † ad (a
mit	d - 1		d - 1 d - 1

Zuſatz. 374. Folglich bleibt, wenn ich 340 mit 9 dividire, 3 † 4 oder 7 übrig. Wenn ich 341 mit 9 dividire, bleibt 3 † 4 † 1 oder 8 übrig. So ich 342 mit 9 dividire bleibt 3 † 4 † 2 oder 9 übrig, und weil in dieſem Reſt noch einmahl 9 ſteckt, bleibet nichts übrig, alſo bleibet aus 14127 nur 6 übrig.

375.

375. Und daher ſind alle Zahlen mit 9 aufzuhe- Zuſatz und
ben, deren Zehler-Summe (oder wie man es auch Regul zu
ſonſten heiſt, Collect.) in 9 aufgehet. 9.

Z. E. Weil das Collect von 117. von 5274, von 13157181 nehmlich 9. 18 und 27 mit 9 aufgehet, ſo ſind auch ſolche Zahlen diviſibel mit 9.

376. Die Centenarii pares (oder grade Hunderte) Lehrſatz.
mit 8 dividirt, laſſen nichts übrig, die impares aber (oder ungrade Hunderte) laſſen allezeit 4 übrig.

Es ſey die Anzahl, (oder der Zehler) der Hunderte $= a$,

(4a
†2ad
/ / /
ſo ſind ſie $=$ ad^2(ad † 2a
/ /

und iſt $8 = d - 2$) oder der Diviſor.

Nehmlich wenn ad^2 mit $d-2$ dividirt wird, bleiben $4a$ übrig.

Iſt nun $a = 2n$ (§. 248.) ſo ſind $4a = 8n$, welche in 8 aufgehen.

Iſt $a = 2n † 1$ (§. 249.) ſo ſind $4a = 8n † 4$, da denn 4 übrig bleibt.

377. In welcher Zahl demnach die Hunderte grad Zuſatz und
ſeyn, und die zwey letzten Ziffern mit 8 aufgehen, Regul zu
oder wo die Hunderte ungrad ſeyn, und die zwey 8.
letzten Ziffern † 4 in 8 aufgehen, da iſt auch die ganze Zahl mit 8 diviſibel. (§. 292.)

Z. E. 75632 gehet an, denn die 6 Hunderte ſind grad, und in 32 gehet 8 auf.

Desgleichen 5736 gehen auch, denn die ungraden Hunderte geben 4 zu 36 thun 40, welche mit 8 aufgehen.

Daß im übrigen die letzte Ziffer ſolcher aufzuhebenden Zahl muß grad ſeyn, iſt ohne dem aus dem 277. §. bekannt.

Zuſatz. 378. Ja man ſiehet auch hieraus, daß alle Millenarii, Myriades &c. mit 8 dividirt, aufgehen. Denn ſie ſind alle Centenarii pares. (§. 248.) und deswegen laſſen ſie nichts übrig. (§. 376.)

Anmerck. 379. Woraus denn auch die alte Regul zu demonſtriren, daß iede Zahl mit 8 diviſibel, deren 3. letzte Ziffern in 8 aufgehen. Denn eben diejenigen, ſo vor den 3 letzten Ziffern ſtehen, ſind Millenarii. (§. 36.)

Anmerck. 380 So leicht, als ſichs mit vorhergehenden, und auch mit folgenden Diviſoribus läſſet anſehen, ſo ſchwehr iſt es hingegen mit der böſen ſieben alſo gleich zu erkennen, ob eine Zahl damit aufzuheben ſey oder nicht, und haben den Septenarium die Pythagorici deswegen Virginitatis numerum genennet, * quia primus ſit, qui neque generatur, neque generat, (ſc. intra Denarium,) wie ihn denn auch Morhoff μυϛικώτατον heiſt, ** welcher in der Anwachſung ſeiner Multiplorum keine ſo kenntliche Ordnung, wie andere hält, *** deswegen dann von ihm in Arithmetiſchen Büchern, ſo viel ich weiß, bißhero noch keine ſonderliche Regul zu geben geweſt. Denn ob zwar einige ſagen, daß alle Zahlen mit 7 diviſibel ſeyn, welche ſich in 3, 6, oder 9 ꝛc. doppelt-anwachſende kleinere Zahlen reſolviren laſſen, z. E.

$$\left.\begin{array}{c}1\\2\\4\end{array}\right\}7 \quad \left.\begin{array}{c}2\\4\\8\end{array}\right\}14 \quad \left.\begin{array}{c}4\\8\\16\end{array}\right\}28 \quad \left.\begin{array}{c}8\\16\\32\end{array}\right\}56 \quad \left.\begin{array}{c}16\\32\\64\end{array}\right\}112 \quad \&c.$$

$$\left.\begin{array}{c}3\\6\\12\end{array}\right\}21 \quad \left.\begin{array}{c}6\\12\\24\end{array}\right\}42 \quad \&c. \quad \left.\begin{array}{c}5\\10\\20\end{array}\right\}35 \quad \left.\begin{array}{c}10\\20\\40\end{array}\right\}70 \quad \&c. \quad \&c.$$

ſo will doch dieſes nicht viel helffen, denn wenn ich eine aufzuhebende Zahl als 4361 in 3 dergleichen doppelt-anwachſende kleinere zergliedern will, und vor dieſelben x, $2x$ und $4x$ ſetze, ſo muß ich eben mit 7 dividiren, wenn ich den Valorem von x erfahren will, und bin alſo nichts gebeſſert.

* Macrob. Somn. Scip. Lib. II. c. 6. & Lib. I. c. 6.
** Morhof. Polyhiſt. L. I. c. 12. p. 119.
*** Vid. Theol. Chr. in Numeris pag. 17. und 40.

Gleicher-

Gleichergeſtalt, wenn aus der gegebenen Summe, Anzahl, und Verhältniß der Terminorum der erſte ſoll determiniret werden, läufft die Diviſion (mit $2^3 - 1$) eben wiederum auf 7 hinaus, und iſt damit noch nichts gewonnen. Will man das Symbolum Septenarii auf $\frac{d}{2} + 2$ ſetzen, ſo ſtellet zwar $n\frac{d}{2} + 2n$, (nehmlich doppelt ſo viel Unitäten, als Fünffer) alle Multipla auf einmahl vor, und ſollte man anfangs meynen, die Analyſis eines Numeri $= n$ würde gar leicht fallen. Allein ſo bald man die Zergliederung anſtellet, und vor die Anzahl der Unitäten $2x$ und der Fünffer x ſetzet, ſo iſt

$n = x5 + 2x$ oder welches einerley $= 5x + 2x = 7x$

Und ſtehet alſo die böſe Zahl wiederum in circulo vitioſe.

381. Wenn man mit 7 in eine Anzahl der Decadum (ob ſchon nicht allemahl völlig hinaus) dividiret, ſo bleibet iederzeit 3 mahl ſo viel übrig, als ihr Zehler. Lehrſatz.

Z. E. ſo man 10 mit 7 dividirt, bleiben 3
20 — 6
30 — 9, und hieraus wieder 7. bleiben 2 übrig.
&c.

Uberhaupt: Wenn eine beliebige Anzahl Decades $= ad$ mit $7 = d - 3$ dividirt werden:

$$\begin{array}{l} \not{a}\,\not{d}\;(\,a \\ d - 3) \end{array}$$

bleiben . . . . $3a$ übrig.

382. Folglich bleiben aus 60 alsdenn 18, und hieraus 3 übrig, 8 aber und $3 = 11$ und hieraus bleibt 4 übrig. Die Zahl 84 läſt 24 und dieſe 6 übrig, 6 aber $+4+4 = 14$, und hieraus bleibt nichts übrig. Dahero läſt auch 84 nichts übrig. Zuſatz.

So man dieſes weiter continuiret, müſſen endlich die Reſte aus einer groſſen Zahl ſo beſchaffen ſeyn, daß man 7 juſt etliche oder mehr mahl aus ihnen hinweg werffen kan,

kan, wenn die groſſe Zahl mit 7 diviſibel iſt, z. E. wenn die Reſte 6 † 2 † 5 † 1 † 3 † 4 ſo kan man 7 dreymahl darinnen ausſtreichen, und deswegen iſt die Zahl, daraus ſolche Reſte nach und nach gekommen, mit 7 aufzuheben.

Regul zu 7. 383. Auf dieſe Art darff man nur aus einer groſſen Zahl allemahl die letzte Ziffer abſchneiden, und die übrigen tripliren, läſſet ſich nun aus denen abgeſchnittenen 7 juſt etliche oder mehr mahl wegwerffen, ſo iſt die gröſte Zahl mit 7 diviſibel.

Z. E. Man will unterſuchen ob 2472/4 in 7 aufgehet, ſo ſchneide man die Reſte mit einer ſchieffen Linie ab, und triplire die übrigen:

2472 / 4
741 / 6
222 / 3
66 / 6
19 / 8
5 / 7
1 / 5
/ 3

Aus denen abgeſchnittenen werffe man 7 weg, ſo offt es angehet, bleibt nichts übrig, ſo iſt die groſſe Zahl mit 7. diviſibel.

Hier konte man 7 ſechsmahl ausſtreichen, alſo iſt 24724 mit 7 aufzuheben.

Anmerck. 384. Ob zwar dieſes durch ein leichtes multipliciren und bloſſes ausſtreichen geſchiehet, ſo hätte es doch gerne noch kürtzer haben mögen, weswegen ich auch ſolches denen Liebhabern der Zahlen zu weiterer Unterſuchung überlaſſe.

Lehrſatz. 785. Wenn man eine Zahl mit 9 dividirt, und der Reſt 0, 3 oder 6 iſt, ſo läſt ſie ſich auch mit 3 aufheben.

Denn weil die 3 den Novenarium miſſet, ſo miſſet ſie auch im Dividendo ſein Multiplum, (§. 294.) miſſet ſie nun auch den Reſt, ſo miſſet ſie auch den gantzen Dividendum. (§. 292.)

Zuſatz. 386. Da nun die Abjectio Novenarii aus einer Zahl anzeigt, wie viel nach der Diviſion mit 9 übrig bleibt, (§. 374.)

(§. 374.) ſo kan man nur in einem Numero complexo nach Wegwerffung der 9en den Reſt betrachten, denn wenn gar keiner, oder doch 3 oder 6 bleibt, ſo iſt die gegebene Zahl mit 3 diviſibel. Regul zu 3.

Z. E. Aus 4527 bleibt 0. Aus 111 desgleichen 714 bleibt 3, aus 4875 bleibt 6. Demnach ſind alle dieſe Zahlen mit 3 aufzuheben.

387. Wenn eine Zahl grade und mit 3 diviſibel, ſo iſt ſie auch mit 6 diviſibel. Lehrſatz, und Regul zu 6.

Denn 6 iſt der Dividuus minimus von 3 und 2. welchen numerum aber zwey Zahlen ausmeſſen, den miſſet auch ihr Dividuus minimus aus. (§. 336. und 248.)

Z. E. 714 iſt grade, und wird von 3 ausgemeſſen, (§. 786.) demnach wird ſie auch von 6 ausgemeſſen.

Alſo iſt auch 11538 aufzuheben

mit 6) 1923.

Folglich kan keine ungrade Zahl mit 6 ausgemeſſen werden. (§. 277.)

388. Und hieraus ſiehet man, warum die Collectae der Multiplorum von 9. 6 und 3 immerzu wieder 9, 6 oder 3 ausmachen müſſen, z. E. Anmerck.

Die Multipla novenarii (jedes mit ſeinen Ziffern) addirt und in infinitum continuirt, machen allzeit 9.

9 = 9	90 = 9	171 = 9	
18 = 9	99 = 9	180 = 9	
27 = 9	108 = 9	189 = 9	
36 = 9	117 = 9	198 = 9	und ſo fort unendlich hinaus.
45 = 9	126 = 9	207 = 9	
54 = 9	135 = 9	216 = 9	
63 = 9	144 = 9	225 = 9	
72 = 9	153 = 9	234 = 9	
81 = 9	162 = 9	243 = 9	

Die

Die Multipla Senarii in infinitum continuirt, machen mit ihren Collect immer zu 6, 3, 9, 6, 3, 9 ꝛc.

6 = 6	60 = 6	114 = 6	
12 = 3	66 = 3	120 = 3	
18 = 9	72 = 9	126 = 9	
24 = 6	78 = 6	132 = 6	und ſo fort unendlich hinaus.
30 = 3	84 = 3	138 = 3	
36 = 9	90 = 9	144 = 9	
42 = 6	96 = 6	150 = 6	
48 = 3	102 = 3	156 = 3	
54 = 9	108 = 9	162 = 9	

Die Multipla Ternarii in infinitum continuirt, machen mit ihren Collect allezeit: 3, 6, 9, 3, 6, 9, 3, 6, 9 ꝛc.

3 = 3	30 = 3	57 = 3	
6 = 6	33 = 6	60 = 6	
9 = 9	36 = 9	63 = 9	
12 = 3	39 = 3	66 = 3	und ſo fort unendlich hinaus.
15 = 6	42 = 6	69 = 6	
18 = 9	45 = 9	72 = 9	
21 = 3	48 = 3	75 = 3	
24 = 6	51 = 6	78 = 6	
27 = 9	54 = 9	81 = 9	

Lehrſatz. 389. Alle Multipla von 5 gehen entweder in 5 oder 0 aus. Denn 5 muß entweder eine grade oder ungrade Zahl multipliciren, wenn ein Multiplum ſoll heraus kommen. Derowegen ſind nur 2 Fälle:

Entweder; $\frac{d}{2}$ (oder 5) multipliciret 2 n, und da kömmt

$$\frac{2nd}{2} = nd$$

Nehm-

Nehmlich eine gewiſſe Anzahl der Decadum, ſo wegen ihres Rangs allezeit mit einer Null geſchrieben wird. (§. 24.)

Oder: $\frac{d}{2}$ multipliciret $2n + 1$, und da kömmt

$$\frac{2nd}{2} + \frac{d}{2} = nd + \frac{d}{2}$$

Nehmlich wieder eine gewiſſe Anzahl der Decadum, ſtatt deren Null, die 5 Unitäten hinten angeſetzet werden, und alſo immer in 5 ausgehen.

390. **Wenn demnach eine Zahl in 0 oder 5 ausgehet, ſo kan ſie auch mit 5 aufgehoben werden.** Zuſatz und Regul zu 5.

Z. E. $5)\frac{3170}{634}$ $5)\frac{9365}{1873}$

391. An ſtatt mit 5 zu dividiren, kan man in Decadibus, Centenariis, Millenariis, Myriadibus &c. nur die Zehler dupliren, und das Duplum um eine Stelle erniedrigen. Anmerck.

Z. E. $5)\frac{30}{6}$ nehmlich 6 iſt doppelt 3, aber nur in loco Unitatum.

$\frac{2300}{460}$ mit 5 div. geben 46 nicht Hunderte, ſondern nur Zehner.

4132000:5 bringen 826400. Nehmlich nur Hunderte.

Uberhaupt: Wenn der Dividendus $= nd^m$ und der Diviſor $= \frac{d}{2}$, ſo iſt der Quotus $= \frac{2nd^m}{d} = 2nd^{m-1}$ (§. 372. γ) und 240. 2. 3.)

392. Alle Centenarii ſo wohl mit graden als ungraden Zehlern, ſo viel man will, laſſen ſich iederzeit mit 4 gäntzlich aufheben. Lehrſatz.

Denn

Denn man nehme ſo viel Centenarios, als man verlanget, und nenne ſie in genere ad^2.

$$ad^2 \;(\; 2ad + 4a + a$$

Dieſe dividire man $4 = \left(\frac{d}{2} - 1\right) \quad 2ad$

Reſt $+ 4a$ oder $\left(\frac{d}{2} - 1\right) a$

geht alles auf.

Zuſatz und Regul zu 4. 393. Dahero darff man nur die letzten 2 Ziffern bey einer Zahl anſehen, ſind ſolche mit 4 diviſibel, ſo iſt auch die gantze Zahl damit gäntzlich aufzuheben. (§. 292.)

Z. E. $4)\frac{1700}{425}$ $\quad 4)\frac{91352}{22838}$ $\quad 4)\frac{71508}{17877}$

Aus dem 277. §. weiß man auch ſchon, daß dergleichen aufzuhebende Zahlen müſſen grade ſeyn.

Lehrſatz. 394. Alle Zahlen ſo in 0, 2, 4, 6, oder 8 ausgehen, ſind grade Zahlen.

Denn 10 und alle ihre Multipla ſind grade Zahlen (§. 248. und 277.) addiret man nun noch eine von vorhergehenden graden, als 2, 4, 6, oder 8 dazu, ſo wird auch wieder die gantze Zahl grade. (§. 250.)

Zuſatz und Regul zu 2. 395. Dahero laſſen ſich alle Zahlen, ſo in Nulle, 2, 4, 6, oder 8 ausgehen, mit 2 gäntzlich aufheben. (§. 248.)

Zuſatz überhaupt. 396. Und demnach laſſen ſich aufheben mit

9.] Grade und ungrade Zahlen, aus deren Collect ſich 9 juſt hinwegwerffen läſt.

8.] Nur

8.] Nur grade Zahlen, derer Hunderte grad ſeyn, und die 2 letzten Ziffern, oder deren Hunderte ungrad ſeyn, und die 2 letzten Ziffern + 4, in 8 aufgehen.

7.] Grad und ungrade, aus deren abgeſchnittenen Unitäten, nach alſofort triplirten Zehnern, ſich 7 juſt hinwegwerffen läſt.

6.] Alle grade Zahlen, deren Collect nach Wegwerffung der 9 entweder 0, 3, oder 6 übrig läſt. (oder die mit 3 diviſibel.)

5.] Alle grade ſo in 0, und alle ungrade, ſo in 5 ausgehen.

4.] Alle grade Zahlen, deren 2 letzte Ziffern in 4 aufgehen.

3.] Alle grade und ungrade, wo nach der Abjection des novenarii nichts, 3, oder 6 bleibt, (oder deren Collect mit 3 diviſibel.)

2.] Alle grade Zahlen, ſo nehmlich in 0. 2, 4. 6. oder 8 ausgehen.

397. Nun ſolte ich zwar auch von denen Kenn-Zeichen derer-jenigen Zahlen handeln, die man mit gar nichts aufheben kan, nehmlich ſo Prim-Zahlen ſind, alleine man kan ihnen aus vorhergehenden noch nicht genugſam beykommen, derowegen muß ich ſolches nach der Doctrin von Potentzen verſpahren. Anmerck.

398. Endlich folgen nach verſprochener maaſen einige Exempel der Brüche, wo der Nenner oben angedeutet iſt. Anmerck.

1.) In der Addition.

Vier Dinge ſind ſchwehr

	Cent:	(40
A	$2,, {}^{4}1$	10
B	$4,, {}^{8}3$	15
C	$6,, {}^{5}2$	16
D	$3,, {}^{10}1$	4

So iſt die gantze Laſt: $15,, {}^{40}45$ oder $16,, {}^{8}1$.

Wenn $d = 10$, was macht $d-1 \dagger {}^{2}d \dagger d-2 \dagger {}^{5}d \dagger ({}^{2}d \dagger 1)$ das iſt: $9 \dagger 5 \dagger 8 \dagger 2 \dagger 6$? Summa: 30.

(10	
$d-1$	
${}^{2}d$	$5d$
$d-2$	$2d$
${}^{5}d$	$5d$
${}^{2}d \dagger 1$	

Summa: $2d-2 \dagger ({}^{10}12d) = {}^{5}6d = 18 \dagger 12 = 30$.

2.) In der Subtraction:

Man ſubtrahire von ${}^{3}2$ die zwey Brüche ${}^{6}1$ und ${}^{7}3$.

(42	
${}^{3}2$	28
${}^{6}1$	7
${}^{7}3$	18
	25

Reſt: ${}^{42}3$ oder ${}^{14}1$.

Von

Von $^{4}3$ Centnern iſt abgegangen $^{6}1$ Centner. Aus dem Reſt wird ein Cylinder gegoſſen, und hiervon der dritte Theil abgeſchnitten, wie ſchwehr iſt noch das gröſſere Stück ſolches Cylinders?

$$\begin{array}{r|l} & (12 \\ ^{4}3 & 9 \\ ^{6}1 & 2 \end{array}$$

Reſt: $^{12}7 \,.\, ^{3}2$ thut $^{36}14 = {}^{18}7$ Centn.

Von $x-1$ $(3x^3-2x+1)$ ſubtrahire man $x+3$ $(2x^2+x-3)$

$$\begin{array}{r} 3x^3+7x^2-5x+3 \\ 2x^3-3x^2-5x+6 \end{array}$$

Reſtiret: x^2+x-6 (x^3+10x^2-3)

3.) In der Multiplication.

Eine Rauten-Vierung oder Rhombus iſt nach ſeiner gröſten Diagonal oder über Eck lang: $12\frac{3}{8}$ Ellen und über Eck breit $8\frac{2}{3}$ Ellen. Wie groß iſt deſſen flacher Inhalt? Facit: 53 und $\frac{5}{8}$ Quadrat-Ellen.

$$\begin{array}{r} 12,,\,^{8}3 = {}^{8}99 \\ 4,,\,^{3}1 = {}^{3}13 \\ \hline 297 \\ 99 \\ \hline 24)\ 1287\ (53,,\,^{8}5. \\ 25 \\ 1 \end{array}$$

Man multiplicire	$a+b$	$(2a^2-3ab+b^2)$
mit:	$a-b$	$(5a+2b)$
		$+4a^2b-6ab^2+2b^3$
		$10a^3-15a^2b+5ab^2$
Facit:	a^2-b^2	$(10a^3-11a^2b-ab^2+2b^3)$

4.) In der Diviſion.

Ein groß Gefäß iſt mit Waſſer gefüllet, wäget netto 909 Pf. wie viel hält ſolches nach ſeiner Solidität Cubic-Schuch, und zwar Leipziger? Facit: 15.

Not. Dergleichen Cubic-Schuch aus der Pleiße wog vor etlichen Jahren, als man hier experimentirte: $60\frac{3}{5}$ Pf. welches auch mit Leupoldi Obſerv. in Theatr. Hydroſt. p. 202. ziemlich accordiret.

$$\begin{array}{r} 909 \\ 60\tfrac{3}{5} = {}^{5}303 \\ \hline 4545 \end{array}$$

(15. Cubic-Schuch.

Mit $2y$ $(3n)$ dividire man in $4by$ $(3ax.)$

Facit: $12bny$ $(6axy) = 2bn$ $(ax.)$

399. Damit ich nichts ſchuldig bleibe, folget auch die oben §. 312 erwehnte kürtzere Manier, das gemeine gröſte Maaß zuweilen ſehr behende heraus zu bringen.

35. Auf-

35. Aufgabe.

400. **Ein Vortheil, das gemeine gröſte Maaß zweyer Zahlen kürtzer, als ſonſt gewöhnlich, zu finden.** 35. Aufgabe.

Wenn man ſiehet, daß nach geſchehener Diviſion der Reſt mehr, als die Helffte des Diviſoris beträgt, ſo nehme man den Quot um eine Unität gröſſer, ſubtrahire von dem neuen Facto Diviſoris und Quoti, (oder dem nunmehr geſetzten gröſſern Multiplo,) den Dividendum, und mit der Differenz, (um welche nehmlich der Dividendus weniger, als das gröſſere Multiplum iſt,) dividire man wieder in den Diviſorem, und ſo mehr, als die Helffte ſolcher Differenz reſtiret, nehme man wieder den Quot um 1 gröſſer, und verfahre wie vorhero ꝛc. ſo nun die erſte Differenz und der erſte Diviſor mit einer dritten ausgemeſſen werden, ſo miſſet ſolche dritte auch den erſten Dividendum, und werden hierdurch einige Diviſiones verſpahret. *

Z. E. Man ſoll das gemeine gröſte Maaß von 4359 und 1131 finden, ſo ſetze man die Diviſiones der Bequemlichkeit wegen alſo:

```
     -3    -24    -165 |  |  |
3) 24) 165) 1131 )4359 |4 |7 |7 |8
       168   1155 4 5 . 2 . 4
```

* Dieſes Compendii bedienet ſich Walliſius im Treatiſe of Algebra p. 76.

Ohne dergleichen Abkürtzung würde man nach der gewöhnlichen Art und der 17. Aufgabe weit mehrere Diviſiones nöthig gehabt haben, als:

```
      3   21   24  141  165   966 |   |   |   |   |   |   |
3)21)24)141)165)966)1131)4359 | 3 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 | 7.
     21  120  141  825  966 3.3.93 |   |   |   |   |   |   |
```

Nehmlich der letzte Diviſor (3) giebt beyderſeits das gemeine gröſte Maaß, (§. 309.) Daß aber auch nach vorhergehender abbrevirten Theilung die gröſſere Zahl von der letzt gefundenen dritten ausgemeſſen werde, iſt leicht zu erweiſen.

Denn ſo die gröſſere $= g$, die kleinere $= k$ und die Difference $= d$, ſo iſt das gröſſer genommene Multiplum $ek - d = g$, folglich $ek = g + d$. Wird nun k von der letzt gefundenen dritten (nehmlich der gemeinen gröſten menſur (§. 309.) ausgemeſſen, ſo wird auch ſein Multiplum ek oder $g + d$ damit ausgemeſſen, (§. 294.) Die dritte aber miſſet auch d (ex hyp.) Ergo miſſet ſie auch g. (§. 289.)

6. Von einigen Compendiis und bequehmen Abkürtzungen der 4. Rechnungs-Arten.

I. In der Addition.

Anmerck. 401. Man findet zwar bißweilen Autores, die ſo wohl in der Addition, als Subtraction auch einigen Vortheil geſucht, als durch die Rabdologiam Neperianam, * durch den Proportional-Zirckel ** durch Machinas Arithmeticas,

* Mich. Scheffelt in der Beſchreibung der Neperianiſchen Rechen-Stäblein. Ulm 1714.

** Nic. Goldmann de Uſu Proportionatorii p. 8. 9.

cas, * ꝛc. Es können aber damit dergleichen Operationes meiſt nur in kleinen und wenigen Zahlen vorgenommen werden, und ehe man die Stäblen gelegt, die Zahlen mit dem Zirckel abgefaſſet und fortgeſetzet, und die Machine geſtellet, mittler weile hat man ſie ordentlicher weiſe lange addirt oder ſubtrahirt, dahero dieſer vermeinte leichtere Weg in der Praxi nicht viel ſagen will. Unterdeſſen wird ſich in der Addition derer gleichviel - oder gleichmäßig zu - und abnehmenden Zahlen mehr als ein Vortheil zeigen, wenn man nun bald im II. Theil von Numeris figuratis und denen Verhältnüſſen handeln wird.

II. In der Subtraction.

402. Wenn man von einer grüſſern Zahl nicht eine, ſondern etliche kleinere nach und nach will wegnehmen, ſo alteriren die Borg-Puncte, die gewöhnlicher Weiſe oben bemercket werden, den Numerum ex quo dergeſtalt, daß ſolche Verringerung zu einigen kleinern Ziffern des folgenden Subtrahendi gar nicht nöthig iſt, und deswegen eine Verwirrung macht. Anmerck.

* Leibnitius in Deſcriptione Machinæ Arithmeticæ in Miſc. Berol. p. 319. infine. Additio concipi poteſt ut Multiplicatio per unitatem, Subtractio ut Diviſio, cujus quotiens eſt Unitas. Ita quatuor, quas vocant Species habemus, quibus omnia alia peraguntur. Quanquam Additio & Subtractio etiam ſine Multiplicationis & Diviſionis imitatione perfacile in Machina per ſe efficiantur, & ita quidem ut parte mobili opus non ſit.

Derohalben hat man noch eine Manier zu ſubtrahiren, ſo man Methodum per æqualem augmentationem nennet, da man die Puncte, (wegen des vorfallenden Borgens) nicht oben, ſondern unten anbringet; Nehmlich es wird dadurch nicht allein die untere um 1, (das iſt um eine Decadem der vorhergehenden,) ſondern es wird auch die vorhergehende obere um eine Decadem vergröſſert, und alsdenn kan man die gröſſern Ziffern des Subtrahendi gar gemächlich von denen kleinern des Numeri ex quo hinweg nehmen, ohne ſie auf den Gebrauch einer weitern Subtraction vorhero zu verſtimmeln, wie aus folgendem Exempel zu ſehen:

I. Vortheil. Ein Anſchlag von einem Guthe beläufft ſich auf

	30426	a Thl.	
Der erſte bietet	2.4.61.8	b	
ſo ſind ſie von einander:	5808	$a-b$	Subtr.
Der andere licitiret:	2620.9	c	
ſo differiren die Geld-Summen:	42.17	$a-c$	

Und beyde Licitanten: 1591 Thl. $= c-b$

Denn daß die Differentia Differentiarum eben ſo groß ſey, als der Subtrahendorum iſt leicht zu ſehen, indem $(a-b)-(a-c)=c-b$.

Anmerck. und II. Vortheil. 403. Auch hat dieſer Modus in dem ſimplen Abziehen einen Vorzug, denn nach der gemeinen Art gelten die obern Nullen bald Zehen, bald Neune, und muß es wohl in acht genommen

men ſeyn, daß man ſich dabey nicht confundiret, hier aber gelten die obern Nullen allezeit 10. Desgleichen darff man in benahmten Zahlen nicht erſt eine groͤſſere Speciem oben borgen, und ſie in die kleinere zergliedern, ſondern wo nichts ſtehet, da concipirt man ſo gleich ſo viel kleinere Species, als zu einer folgenden Unitate progresſionali gehoͤren, z. E.

Von	1510010
gehen ab:	3.7.8.4.6.5
Reſt:	1131545

	Thl.	Gr.	Pf.
Caſſa	8000	—	—
zahlt	5372:	18:	9
bleibt:	2627:	5:	3

Beweiß.

Indem die æqualia in der Subtraction einander aufheben, ſo iſt die Differentz zwiſchen $a + d$ und $b + d$ eben diejenige, die zwiſchen a und b iſt, z. E. 5+10 von 8+10 laͤſſet eben ſo gut 3 uͤbrig, als 5 von 8. Da man nun alle Theile von einer Unitate progresſionali zu einer Ziffer des numeri ex quo rechnet, und eben ſolche Unitatem progresſionalem zur folgenden Ziffer des Subtrahendi ſetzet, ſo wird der numerus ex quo eben um ſo viel groͤſſer, als der Subtrahendus, und daher laſſen ſie (beyderſeits um Zehen vermehrt) eben ſo viel uͤbrig, als wenn man nichts dazu gethan haͤtte. Uberhaupt: es ſey das Reſiduum von a aus $b = r$, ſo iſt $a + r = b$. (§. 255.) ſo man nun von $a + r + d$ ſubtrahiret $a + d$, reſtiret eben wie zuvor r.

Anmerck. 404. Wer ſich an dieſe Manier zu ſubtrahiren gewöhnt, der muß in der Diviſion entweder die folgende Ziffer vom Facto partiali Diviſoris und Quoti in Gedancken um 1 vergröſſern wo man zuvorhero borgen muß, oder er muß ſolch gantzes Factum ausſchreiben, und alsdenn erſt aus dem Dividuo hinwegnehmen.

III. In der Multiplication.

Lehrſatz. 405. Wenn man die Differentzen zweyer efficienten, ſo zwiſchen ihnen und der nechſtfolgenden Decade, Centuria, Chiliade, Myriade &c. ſind, in einander multiplicirt, ſo giebt ihr Factum, ſammt dem Zehn-Hundert-Tauſend-Zehentauſendfachen ꝛc. Reſt aus ſolcher einen Differenz von dem andern efficienten, eben ſo viel, als wenn man die zwey gegebenen efficienten ſchlechterdings in einander multiplicirt hätte.

Z. E. So man von den 2 efficienteu 8 und 7 beyder Differenz zwiſchen ihnen und einer Decade, nehmlich 2 und 3 in einander multipliciret, und zum Facto 6 bekommt, ferner die kleinere Differenz (2) vom kleinern efficiente (7) ſubtrahiret, und den Reſt (5) hier 10 fach nimmt, ſo iſt das vorige Factum 6 und (hier der 10 fache Reſt) 50 gleich dem Facto beyder effieienten, nehmlich 7 mahl 8 oder 56.

Beweiß.

Es ſey der gegebene gröſſere efficiens $= a$
und der kleinere $= b$

ſo iſt die kleinere Differenz von der nachfolgenden Decade, Centuria, Chiliade &c. $= d^n - a$
und die gröſſere Differenz, $= d^n - b$

Nun

Nun multiplicire man beyde Differentzen, nehmlich:

$$\begin{array}{r} d^n - a \quad \text{mit} \\ d^n - b \\ \hline -b\,d^n + a\,b \\ d^{2n} - a\,d^n \quad\quad \\ \hline \end{array}$$

kömmt: $d^{2n} - a\,d^n - b\,d^n + a\,b$

Ferner ſubtrahire man vom kleinern efficienten b die kleinere Differenz $d^n - a$, ſo reſtirt $b - d^n + a$ (§. 226. ſolchen Reſt multiplicire man mit d^n

kömmt: $bd^n - d^{2n} + ad^n$

Hierzu addire man das Factum Differentiarum: $d^{2n} - ad^n - bd^n + ab$

So heben die Signa contraria einander auf, und kommt nicht mehr in Summa, als ab.

406. Hierinnen ſtecket derjenigen ihre Regul, denen das Einmahl Eins, ſonderlich in gröſſern Zahlen ſchwehr ins Gedächtniß will, z. E. wenn ſie wiſſen wollen, wie viel 8 mahl 9 macht, ſo müſſen ſie dieſer Zahlen Differentien von 10, (nehmlich 2 und 1) mit einander multipliciren, thut 2) die kleinere Differenz (1) von der kleinern Zahl (8) Subtrahiren, und den Reſt (7) zehnfach (70) zum erſten Differenz-Facto addiren, ſo kömmt das Facit. (72) Anmerck.

407. Zu mehrerer Bequehmlichkeit kan auch dieſe Operation mit denen Fingern verrichtet werden. Nehmlich es kan in ieder Hand der eingebogene kleine Finger 6, der eingebogene Gold-Finger mit dem vorigen Zuſatz.

klei-

kleinen Finger 7. Der Mittel-Finger mit dem vorigen zweyen 8, und der Spitz-Finger mit dem vorigen dreyen 9 gelten, ſo hat man z.E. das Factum von 7 mahl 8 gantz leichtlich, wenn man in einer Hand 7 und in der andern 8 anleget, ſo giebt das Factum der ſtehenden Finger, nehmlich 3 und 2 ſechſe, und die Summe derer eingebogenen oder liegenden die Zehner, nehmlich 5 oder 50, das iſt zuſammen 56.

Zuſatz, und 1. Vortheil.

408. Daß aber eben voriger Lehrſatz im Multipliciren von mehrern Nutzen ſey, zeiget Monier de Claire-Combe. * Nehmlich wenn beyde Factores nahe an einen numerum ſimplicem kommen, als Tauſend, Zehntauſend, Hunderttauſend ꝛc. ſo ſetze man die Factores untereinander, und den nechſten Numerum ſimplicem oben grade drüber. Hernach ſubtrahiret man beyde Factores von numero ſimplici, ſchreibt die Differentzen darneben an die Seite, und multipliciret ſie in einander. Endlich ſubtrahirt man die kleinere Differenz vom kleinern Factore, ſetzet den Reſt an voriges Factum, giebt ihm aber denjenigen Rang, welchen der oben geſchriebene Numerus ſimplex prætendiret.

Als man multiplicire die Zahl 996 mit 987.

$$\begin{array}{r|l} 1000 & \\ \hline 996 & 4 \\ 987 & 13 \\ \hline \end{array}$$

Facit: 983052.

* Dans le Negoce rendu facile p. 161.

Des-

Desgleichen determinire man das Factum von 9992 und 9984. Facit 99760128.

Die Operation ordnet es alſo: 1 0 0 0 0

9 9 8 4	16
9 9 9 2	8

9 9 7 6 0 1 2 8

409. Dieſe Manier hat man gleicher weiſe in Paris noch mehr abbreviret. * Wenn man nehmlich an den kleinſten Factorem ſo viel Nullen ſetzet, als er Ziffern hat, den groͤſſern Factorem druͤber ſchreibet, und ſeine Differenz von demjenigen Numero ſimplici, der ſo viel als er Nullen hat, (hier von 1000) darneben ſchreibt. Mit dieſer Differentz multipliciret man den kleinern Factorem von forne her, und ſubtrahiret das Product, ſo giebt der Reſt das begehrte Haupt-Factum. Anmerck. und II. Vortheil.

Als man ſage, wie viel iſt 867 mahl 989?

a =		989	11
b =	867	000	
	9	537	

Facit: 857463

* Der Inventor davon iſt Mr. Tarragon Prof. des Mathem. geweſen, wovon im Journ. des Sçavans 1689 p. 727.

Be-

Beweiß.

Es ſeyn die Factores a und b, und der nechſte Numerus ſimplex $= d^n$, ſo iſt

$$\begin{array}{lll} & d^n - a & = \text{der Differ.} \\ \text{multipl.} & b & \\ \hline & b d^n - a b & \text{dieſes} \\ \text{von} & b d^n & \text{ſubtrahirt:} \\ \hline \text{Reſtiret:} & a b. & \end{array}$$

III. Vortheil bey dem Gebrauch des Tarifs in §. 185.

410. Wie man die gebräuchlichſten Numeros Materiales vermittelſt eines bekannten Tarifs ſo gleich in kleinere reſolviren könne, iſt oben §. 185 allbereit gemeldet worden, inzwiſchen dienen dazu noch folgende Exempla Multiplicationis compendioſæ:

Man reſolvire 2413 Gr. in Pf.

Fac. 28956 Pf.

Nehmlich 3 Gr. ſind 36 Pf. bleiben 3. Ferner 1 Gr. iſt 12 Pf. hierzu 3 ſind 15, bleibt 1. Dann 4 ſind 48 Pf. hierzu 1 ſind 49 Pf. bleiben 4. Endlich 2 Gr. ſind 24 Pf. hierzu 4, thun 28, alſo zuſammen 28956. Pf.

Auf gleiche Weiſe verwandelt man

3524 Thl. in Gr.

Fac. 84576

Man

Man ſage: 4 Thl. ſind 96 Gr. bleiben 9. Weiter 2 Thl. ſind 48 Gr, 9 darzu ſind 57 bleiben 5. Ferner 5 Thl. ſind 120 Gr, 5 darzu thun 125, reſtiren 12. Endlich 3 Thl. ſind 72 Gr, 12 dazu ſind 84. Und alſo kan man auch in andern Abtheilungen verfahren.

Der Beweiß hiervon gründet ſich auf den 263 §. Denn ſo 2 Thl. = 48 Gr. ſo ſind 10 mahl 2 Rthr. = 10 mahl 48 Gr. und ſo 5 Thl. = 120 Gr, ſo ſind 100 mahl 5 Thl. = 100 mahl 120 Gr. ꝛc. Derowegen müſſen die verwandelten kleinern Sorten allezeit in diejenige Stelle kommen, welche die gröſſere inne haben, und eben dieſe wird erhalten, wenn man alles nach der Ordnung unter einander ſchreibt.

411. Oeffters iſt einer von efficienten ein Numerus compoſitus, und da erſpahret man die Additionem Factorum partialium, wenn man einen efficienten in ſeine 2 oder 3 Factores zerſtreuet, und mit ſolchen Factoribus nach und nach multipliciret, z. E. Statt 24, multipliciret man erſt mit 3, und was heraus kömmt, hernach mit 8, (oder erſt mit 4 hernach mit 6.) ſtatt 288 multipliciret man mit 6 mahl 6 mahl 8, und ſo weiter, als: IV. Vortheil.

3524 Thl. zu Gr.
―――――― (3
10572 (8
――――――
Fac. 84576

6213	Thl. zu Pf.	
37278		6
223668		6
		8

Fac. 1789344 Pf.

Der Beweiß dazu iſt in dem Lehrſatz des 275 §. allbereit mit ausgeführet.

V. Vortheil. 412. Auch kan hierdurch bißweilen eine eintzele Multiplication erſpahret werden, indem man 2 Ziffern des Multiplicatoris in eine contrahiret, als an ſtatt 364 kan man mit 4, und was heraus kommt, mit 9 multipliciren, ſtatt 856 kan man erſt mit 8, und hernach das Factum mit 7 multipliciren, iedoch müſſen dabey die Loca wohl in acht genommen werden, nehmlich man muß hier das erſte Factum, wegen der 800, in den dritten, und das andere, wegen der 56 Unitäten, in erſten Locum bringen, z. E.

```
    42613
   ------- (364
   170452
  1534068  (9
  --------
  15511132
```

```
     5274
   ------- (856
  42192
   295344  (7
  --------
  4514544
```

413.

413. Das gewöhnlichſte Compendium in der Multiplication iſt das ſo genannte Zerſtreuen, oder Zerfällen, und gehet ſolche Diſperſion nicht allein auf die partes aliquotas, ſondern auch aliquantas, oder wie man ſonſt ſpricht, man zerſtreuet entweder in Factores, oder in Partes. Jenes gehet durch die Multiplication, und dieſes durch die Addition, z. E. 12 zerfället man entweder auf die Factores 3 und 4, desgleichen 2 und 6, oder auf die Partes 4 und 8, oder 6 und 6. Erkläh. und Eintheilung des Zerſtreuens.

414. Von der erſten Art iſt im vorigen 411 und 412 §. ſchon gehandelt, und kan man auch im Vorfall meine Anatomiam Numerorum gebrauchen, als worinnen jeder Zahl ihre Factores gegen überſtehen, wenn man nehmlich nicht ſo gleich ſiehet, mit welchen kleinern Zahlen ſich ein vorgegebener efficiente läſſet aufheben. Anmerck.

415. Die Partes aber heiſſen vortheilhafftig zerſtreuet, wenn ſie in einem gewiſſen Wachsthum oder Abnehmen fort gehen, als doppelt, drey- vier- fünfffach ꝛc. oder um die Helffte, ein Drittel, ein Viertel ꝛc. auseinander abnehmen, ſo man ſonſten auch Diſcerptionem rationalem nennet. * Wobey es aber nicht nöthig iſt, daß die Theile in ſolcher Ordnung immediate alſo auf einander folgen, ſondern es kan auch per ſaltum geſchehen, wenn nur ihre Gröſſe gegen einander in leichten Zahlen, Erklär. und Anmerckung.

* Vid. Mart. Knorrii ehmahligen Prof. Math. Wittenb. Diſput. de Praxi Italica Def. VIII.

(und zwar in ſolchen, darein ſich vornehmlich der Numerus materialis ſchicklich theilen låſt,) kan angegeben und ausgeſprochen werden.

Als man multiplicire 7254 mit 276

	43524	6	6
	217620	5	30
	1740960	8	240
Facit.	2002104		

Nehmlich man zerſtreuet 276 in 240 † 30 † 6. Nun iſt 30 aus 240 der achte Theil, und 6 iſt aus 30 der 5te Theil. Derowegen nehme man den Multiplicandum erſt 6 fach, das ſextuplum wieder 5 fach, und dieſes quintuplum wieder 8 fach, ſo giebt die Summe aller ſtůckweiß heraus gebrachten Factorum das Factum totale. (§. 276.)

Oder man kan auch bey ſolcherley Zerſtreuung zuletzt die Unitåt ein oder zweymahl mit zu Hůlffe nehmen, als:

	7254	mit	276
	36270		1
	145080	5	5
	1813500	4	20
Fac.	2002104	5	250

VI. Vortheil. 416. Und ob zwar ſolche Art zu multipliciren in Numeris vulgaribus wenig hilfft, ſo iſt ſie doch in benahmten Zahlen, da allerhand kleinere

nere Sorten mit vorkommen, deſto fürtreflicher, z. E.

	Thl.	Gr.	Pf.		
Man multiplicire	34:	15:	7	mit	324
	138	14	4	4	4
	692	23	8	5	20
	3464	22	4	5	100
	6929	20	8	2	200
Fac.	11226	9	—		

Hier nimmt man den Multiplicandum erſt 4fach, das heraus gebrachte Quadruplum 5 fach, das gekommene Quintuplum noch einmahl 5 fach, und endlich das letzte Quintuplum noch zweyfach, ſo giebt die Summe ſolcher Multiplorum das begehrte Haupt-Factum.

Denn $4 + (4 \cdot 5) + (4 \cdot 5 \cdot 5) + (4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2) = 324.$

417. Indem das Decuplum und Undecuplum auch nicht ſchwehr fället, kan man hierauf gleicher geſtalt bißweilen eine Zahl zerfällen, und wird öffters hierdurch eine Multiplication menagiret, als vorige Anmerck.

34 Thl. 15 Gr. 7 Pf. mit 324, kan man auch alſo vertheilen.

	Thl.	Gr.	Pf.		
	138	14	4	4	4
	1385	23	4	10	40
	9701	19	4	7	280
Fac.	11226:	9	—		

VII. Vortheil. 418. Woraus man nochmahls ſiehet, daß der oben angezeigte Tarif §. 185. in geſchwinder Reſolvirung der kleinen Sorten auf die gröſſere nicht wenig hilfft, wie er denn in der Zerſtreuung auf Factores ebenfalls das ſeine mit beyträgt, z. E. weiln 324 = 4 . 9 . 9. ſo geben

	34 Thl.	15 Gr.	7 Pf.	mit 4, 9, 9
	138	14	4	
wie	1247	9	—	
zuvor	11226:	9:	—	

VIII. Vortheil. 419. Es bedienet ſich auch Monier de Claire-Combe noch einer Multiplication, ſo er compoſée à la Moderne nennet, * (wir wollen ſie die Decadiſche Zerſtreuung, oder Diſperſionem Localem heiſſen,) in welcher er den Multiplicatorem weder in Partes aliquotas, noch viel-fach anwachſende aliquantas zerfället, ſondern ſchlechterdings mit denen Unitäten, Decadibus, und Centenariis in die ſpecies multiplicandi hindurch multiplicirt, iedoch die Loca genau in acht nimmt, das Factum der kleinern Sorte nach einem gewöhnlichen Tarif ſo gleich auf die gröſſern reſolviret, die erſten Reſte darunter, und die übrigen in ein klein Memoire darneben ſchreibt. Dieſe letzten reduciret er nach ihrem Range auf die gröſſern Sorten, und füllet endlich

* Claire-Combe in angeführtem Buche pag. 105. Cap. IX.

lich die leeren Plätze der gröſſern Sorten mit den reducirten Zehnern und Einheiten aus. Endlich reſolviret er die allerletzten Reſte noch auf die kleinern Sorten, wie aus folgendem Exempel, und deſſen Beſchreibung mit mehren zu erſehen iſt als

	Thl.	Gr.	Pf.		Memoire.	
1 Cent. à	34	15	7	wie komen		
	138	14	4	(324?	7.	2.
	692	23	8		22..	9..
	10394	19	—		11	6
Fac.	11226	; 9	—			

Erſtlich multipliciret man mit 4, (nehmlich Unitäten,) in 7 Pf. thun 28, oder 4 Pf. und 2 Gr. welche letzte 2 Gr. man im Sinne behält. Ferner multiplicirt man mit 4 in 15 Gr. thun mit vorigen 2 ietzo 62 Gr. oder 14 Gr. 2 Thl. welche 2 Thl. man wieder in Gedancken behält: Endlich eben mit ſolcher 4 in die 34 Thl. thun 16†2 oder 18, bleibt 1, und 12†1, nehmlich 13, oder 138 Thl. Zum andern multipliciret er mit 2 (nehmlich Decadibus) in die 7 Pf. thun 14, oder 2 Pf. und 1 Gr. welchen letzten man behält, und die 2, (als Decades) ins Memoire ſchreibt. Dann multiplicirt er auch mit voriger 2 in die 15 Gr. machen 30, und der behaltene dazu, thun 31 Gr. oder 7 Gr. und 1 Thl. welchen man wieder behält, und die 7, (als Decades) darneben ins Memoire ſetzt: Endlich

lich multiplicirt er mit 2 in 34 Thl. und der 1 Thl. dazu, thun 69, die man, weiln ſie Decades, unter die vorigen 13 Decades der Thl. ſetzet.

Um nun die übrigen 2 Thl. 23 Gr. und 8 Pf. zu bekommen, reſolviret er die 2, oder 20 Pf. aus dem Memoire in 8 Pf. und 1 Gr. ſchreibt die 8 Pf. unter die 4 Pf. und den 1 Gr. rechnet er zu den 7, oder 70 im Memoire, kommen 71 Gr. oder 23 Gr. und 2 Thl. die er dann auch vollends unter die Thl. und Gr. trägt, welches alſo abſolvirt wäre, wenn man nur mit 24 hätte multipliciren ſollen.

Da aber noch eine 3 (nehmlich Hunderte) im Multiplicatore, multipliciret er auch damit in die 7 Pf. kommen 21 Pf. oder 9 Pf. und 1 Gr. welchen letzten man behält, und die 9 Pf. (als Hunderte) ins Memoire trägt.

Ferner multiplicirt man mit 3 in die 15 Gr. thun 45†1 oder 46 Gr. nehmlich 22 Gr. und 1 Thl. welchen 1 Thl. man behält, und die 22 Gr. (als Hunderte) darneben ins Memoire ſetzet. Dann multiplicirt man auch mit dieſer 3 in die Thl. kommen 3 mahl 4 † 1, oder 13 Thl. (nehmlich Hunderte) davon man 3 unter die Hunderte, nehmlich unter 6 ſetzet, und 1 behält, und hierauf ſagt man noch, 3 mahl 3 † 1 macht 10, ſo man, wie gewöhnlich, darneben ſchreibet.

Um

Um nun endlich den leeren Platz noch mit denen dazu gehörigen 94 Thl. 19 Gr. auszufüllen, reſolviret man aus dem Memoire die 9, als 90 Pf. in 6 Pf. und 7 Gr. ſetzt die 6 wieder drunter, und thut die 7 zu denen 22, werden 227 Gr. oder 11 Gr. und 9 Thl. wovon man die 11 Gr. wieder darunter ins Memoire, und die 9 Thl. unter das dritte Product, als Decades ſchreibt.

Zuletzt ſagt man 60 Pf. in Gr. thun 5 Gr. bleibt kein Pf. Dieſe 5 zu 11, thun 115 Gr. welche die übrigen 4 Thl. 19 Gr. ausmachen, die man noch ins dritte Product trägt, und ſchließlich alles addiret.

420. Dieſe Art ſtützet ſich lediglich auf den Valorem der Stellen, und den geläufftigen Gebrauch des vorhingedachten Tarifs, will zwar anfangs ein wenig Mühe und Aufmerckſamkeit haben, nachdem man ihr aber gewohnet, thut ſie ſo gute, (und wie ich bey etlichen Fremden in der That geſehen,) eben ſo geſchwinde Dienſte, als irgends eine von denen gewöhnlichen Zerſtreuungen, deswegen ich auch ſolche mit Fleiß hiermit einrücken wollen. Anmerck.

421. Nachdem man aber hier zu Lande insgemein die kleinern Species lieber in die Theile der gröſſern reſolviret, ſo können hierzu folgende Täflein ſo lange gebraucht werden, biß man ſich durch die Ubung dergleichen Diſperſion ſelbſten nach ſeinem Gefallen machen lernet. Anmerck.

422. Nehmlich man zerſtreuet entweder in Partes Totius, oder auch zugleich in Partes Partium, z. E. 18 Gr. zerfället man entweder bloß Zweyerley Arten der bey uns üblichen Zerſtreuung.

 auf

auf lauter Theile des Thalers, als in $\frac{3}{4}$, desgleichen in $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ Thl. Oder man ſaget: 12 Gr. iſt $\frac{1}{2}$ Thl. und 6 Gr. iſt wieder die Helffte von einem halben Thl. u. ſ. w. Beſtehet nun der Multiplicator aus wenig Ziffern, ſo gehen beyde Modi gar bequemlich, beſtehet er aber aus vielen, ſo iſt die letzte Art commoder, indem ſich bey ſolcher die Anzahl der kleinern Specierum nicht ſo ſehr häuffet, und folglich leichter zu addiren iſt.

IX. Vortheil. I. In Partes Totius.

423. I. Zerſtreuung in die Theile des Gantzen. a.) Pfennige auf die Theile des Groſchen reſolviret:

1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

7	8	9	10	11	12
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$:	$\frac{1}{4}$:	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$	1

b.)

b.) Groſchen auf die Theile des Thl. zerfället:

1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

und hieraus

				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{8}$	

9	10	11	12	13	14	15	16
$\frac{1}{8}$:	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$:	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$.
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	

17	18	19	20	21	22	23	24
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$:	$\frac{1}{3}$.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$:	$\frac{1}{3}$.	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{8}$:		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	
						$\frac{1}{8}$	

Not: Die Anzahl der Puncte unter einem Theil bedeutet, daß er ſo vielmahl müſſe repetirt, oder noch darunter geſetzt werden.

Gebrauch voriger Tabellen. 424. Der Gebrauch hiervon iſt ſehr leicht, denn man darff nur mit den Nennern ſolcher Brüche in den Multiplicatorem dividiren, und wenn ein oder etliche Puncte darunter ſtehen, den Quot noch ſo vielmahl, iedoch allezeit unter ſeines gleichen ſchreiben, ſo giebt hernach die gantze Summe das Facit. Z. E. Man multiplicire

3 Thl. 19 Gr. 7 Pf. mit 42

```
                          42
                        ------ (3
  3 )   4 )            126
  .                     14
  8     3               14
                       5: 6
                         10:6
                         14 --
                   --------------
     Fac.          160: 6   6 (§.263.und 352.)
```

Ausgenommen bey 5 Gr. dividirt man zwar auch mit 6 in den Multiplicatorem, aber mit 4 in den heraus gekommenen Quotum. Iſt der Nenner 12 oder 24, ſo abbreviret man die Diviſion, wenn erſt mit 3, und der Quotus wieder mit 4 oder 8 getheilet wird, wovon der Beweiß in dem 295 und 296 §. gegeben.

Noch ein Exempel. 425. Alſo kan obige Multiplication §. 416. 417. 418. 419. auch nach dieſer Zerfällung berechnet werden:

```
Thl. Gr. Pf.
34   15   7   mit 324
                ------ (34
     2    4      1296
     8    3      972
                 162
                   40:12
                      81
                  (8 108
           ----------------
  Fac.       11226:  9      (§. 352.)
```

Die-

Dieſes Exempel habe mit Fleiß behalten, damit man den Unterſcheid der Praxis beſſer einſehen, und in folgender Zerfällung auf Theile der Theile, die mehrere Bequehmlichkeit ehender wahrnehmen möge.

426. II. Zerſtreuung, da die kleinen Sorten nicht allein auf die Theile der gröſſern, ſondern auch auf die Theile der Theile zerfället werden. X. Vortheil. II. Zugleich in *Partes Partium.*

a.) Pfennige auf Groſchen Theile und ihre eigene Theile *reſolviret*:

1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	4 | $\frac{1}{3}$ 1 | $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

7	8	9	10	11	12
6 | $\frac{1}{2}$ 1 | $\frac{1}{6}$	6 | $\frac{1}{2}$ 2 | $\frac{1}{3}$	6 | $\frac{1}{2}$ 3 | $\frac{1}{2}$	6 | $\frac{1}{2}$ 3 | $\frac{1}{2}$ 1 | $\frac{1}{3}$	6 | $\frac{1}{2}$ 3 | $\frac{1}{2}$ 2 | $\frac{1}{3}$	1.

b.) Groſchen auf des Thls. Theile, und ihre eigene zerſtreuet:

1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	4 | $\frac{1}{6}$ 1 | $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

7	8	9	10	11	12
$6 \vert \frac{1}{4}$ $1 \vert \frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$6 \vert \frac{1}{4}$ $3 \vert \frac{1}{2}$	$8 \vert \frac{1}{3}$ $2 \vert \frac{1}{4}$	$8 \vert \frac{1}{3}$ $2 \vert \frac{1}{4}$ $1 \vert \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

13	14	15	16	17	18
$8 \vert \frac{1}{3}$ $4 \vert \frac{1}{2}$ $1 \vert \frac{1}{4}$	$12 \vert \frac{1}{2}$ $2 \vert \frac{1}{6}$	$12 \vert \frac{1}{2}$ $3 \vert \frac{1}{4}$	$12 \vert \frac{1}{2}$ $4 \vert \frac{1}{3}$	$12 \vert \frac{1}{2}$ $4 \vert \frac{1}{3}$ $1 \vert \frac{1}{4}$	$12 \vert \frac{1}{2}$ $6 \vert \frac{1}{2}$

19	20	21	22	23	24
$12 \vert \frac{1}{2}$ $6 \vert \frac{1}{2}$ $1 \vert \frac{1}{6}$	$12 \vert \frac{1}{2}$ $6 \vert \frac{1}{2}$ $2 \vert \frac{1}{3}$	$12 \vert \frac{1}{2}$ $6 \vert \frac{1}{2}$ $3 \vert \frac{1}{2}$	$12 \vert \frac{1}{2}$* $6 \vert \frac{1}{2}$ $4 \vert \frac{1}{3}$*	$12 \vert \frac{1}{2}$] $8 \vert \frac{1}{3}$] $3 \vert \frac{1}{4}$]	1

Gebrauch voriger Tabellen.

427. Bey der Application dieſer Tabelle muß man den Unterſcheid der Theile viel genauer als in der obigen §. 423 obſerviren. Denn nur die oberſten Theile oder Bruchs-Nenner beziehen ſich alle auf das nechſte Gantze, und mit denenſelben dividiret man ſo gleich in den Multiplicatorem, ſo giebt der Quotus die Anzahl ſolcherley Gantzen. Die untern Theile aber, oder Bruchs-Nenner beziehen ſich entweder auf den nechſtvorhergehenden Theil, oder auch auf den andern, dritten vorhergehenden, der mit beygeſetzten Connexions-Zeichen (]) oder einem Sterngen (*) bemercket, und demnach dividirt man mit dem untern Bruchs-Nennern entweder in den nechſten Quot, oder in denjenigen Quot, welcher aus des connectirten Theils Diviſion heraus gekommen.

Wo-

Wobey noch zu mercken, daß man die erſte Partie Pfennige, ſo immediatè nach denen Gr. kommen, gerne noch auf den letzten Theil der Gr. zerſtreuet, als im folgenden Exempel ſagt man: 6 Pf. ſind aus 3 Gr. der 6te Theil, und daher dividirt man mit 6 in denjenigen Quot, der vor die 3 Gr. heraus gekommen.

Als nunmehro werden ſich

	Thl.	Gr.	Pf.		
	34	15	7 mit	324	
					(34
weit be-	12	2		1296	
quehmer	3	4		972	
multiplici-	6	6		162	
ren laſſen,	1	6		40:	12
als §. 425.				6	18
				1	3
		Fac.		11226 :	9

Desgleichen wird man ietzt die Aufgabe im 199 §. No. 2 weit kürtzer ſolviren:

α.) Durch die Zerſtreuung in Partes Partium:

Thl.	Gr.	Pf.	
253	15	11	mit 748
	12	6	2244
	3	3	8740
		2	1496
			374
			93:12
			15:14
			7:19
			5: 4:8
		Fac.	189740 : 1:8

β.)

β.) Durch die Zerfällung in Partes aliquantas:

253:	15:	11		
1014	15	8		4
6087	22	-	6	24
30439	14	-	5	120
152197	22	-	5	600
189740:	1:	8		

γ.) Durch die Diſperſion in Factores, nach meiner Anatomia Numerorum ſub Numero 748.

253:	15:	11	
1014	15	8	(4
11161	4	4	11
189740:	1:	8	17

δ.) Durch die Local-Zerſtreuung §. 419.

	253:	15:	11		Mem.
	2029	7	4	(748	15. 8
	10146	12	8		15. 5
	177564	5	8		10 2
Fac:	189740	1:	8		

Und auf dergleichen Art kan man auch mit andern Müntz-Maaß-und Gewichts-Sorten verfahren.

Erklär. 428. Eine Hülff-Zahl (Numerus ſuppoſitus) iſt diejenige, deren Gehalt zwar in der Aufgabe nicht verlanget, aber doch darum geſetzet wird,

wird, weiln ein Theil davon den Gehalt einer kleinern Zahl bequehmlich kan anzeigen.

Z. E. Wenn man 3 Pf. auf den Centner oder 110. Pf. zerſtreuen will, ſo nimmt man die Hülff-Zahl 10 Pf. und rechnet ſo gleich was ſie, (als $\frac{1}{11}$ Centner) betragen, hieraus nimmt man das 5tel, und daraus wieder die Helffte, ſo giebt die Summe der beyden letzten Quotienten das verlangte Factum, als

Werckſtück	Cent.	Pf.	dergl. Werckſt.
1 wäget	4	3 was wägen	124 (4
	10		496
	2		11 : 30
	1		2 : 28
			1 : 14
	Fac.		499 Cent. 42 Pf.

429. Hierauf gründen ſich die Zerſtreuungen der hier Landüblichen Gewichte, wie auch der Meißniſchen Gülden, ſo noch an theils Orten gebräuchlich ſeyn, wozu ich folgende Täflein, ſonderlich denen Anfängern zu Gefallen, hiemit will beyfügen, denn die geübtern können ſothane Zerfällung ſelbſt nach ihrem Belieben einrichten. Anmerck.

a.) Loth auf die Theile des Pfunds zerſtreuet.

1	2	3	4	5	6	7	8
4 8	4 | 8	4 8	4 8	4 | 8	4 | 8	4 | 8	8 | 4
/ /	/ /	/ /					
1 | 4	2 | 2	2 | 2		1 | 4	2 | 2	2 | 2	
		1 2				1 2	

9	10	11	12	13	14	15	16
8|4 1|8	8|4 2|4	8|4 2|4 1|2	8|4 4|2	8|4 4|2 1|4	8|4 4|2 2|2	8|4 4|2 2|2 1|2	16|2

17	18	19	20	21	22	23	24
8|4 4|2 4|. 1|4	16|2 2|8	16|2 2|8 1|2	16|2 4|4	16|2 4|4 1|4	16|2 4|4 2|2	16|2 4|4 2|2 1|2	16|2 8|2

25	26	27	28	29	30	31	32
16|2 8|2 1|8	16|2 8|2 2|4	16|2 8|2 2|4 1|2	16|2 8|2 4|2	16|2 8|2 4|2 1|4	16|2 8|2 4|2 2|2	8|4 :|: 4|2 2|2 1|2	1

b.) Pfund auf die Theile des Steins (à 22 lib.) zerfället.

1	2	3	4	5	6	7
2|11 '|" 1|2	2|11	2|11 1|2	2|11 2|.	2|11 2|. 1|2	2|11 4|(2	2|11 4|(2 1|4

8	9	10	11	12	13	14
2|11 6|(3	2|11 6|(3 1|2	2|11 8|(4	11|2	11|2 1|11	11|2 1|11 1|.	11|2 1|11 2|(2

15	16	17	18	19	20	21
2|11 12|(6 1|2	11|2 1|11 4|(4	2|11 10|(5 5|2	2|11 12|(6 4|(2	11|2 2|11 6|(3	11 2 2 11. 1|2 6|(6	11 2 2 11. 8 (4

c.) Pfund auf die Theile des Centners, (à 110 Pf.) eingerichtet.

1	2	3	4	5	6	7
10|11 ″|″ 1|10	10|11 ″|″ 2|5	10|11 ″|″ 2|5 1|2	10|11 ″|″ 2|5 2|.	10|11 ″|″ 5|2	10|11 ″|″ 5|2 1|5	10|11 ″|″ 5|2 2|5

8	9	10	11	12	13
10|11 ″|″ 5|2 1|5 2|(2	10|11 ″|″ 5|2 2|5 |.	10|11	11|10	10|11 2|5	10|11 2|5 1|2

14	15	16	17	18	19
10|11 2|5 2|.	10|11 5|2	10|11 5|2 1|5	10|11 5|2 2|5	10|11 5|2 1|5 2 (2	10|11 5|2 1|5 3|(3

20	21	22	23	24	25
10|11 10|.	10|11 10|. 1|10	22|5	10|11 10|. 2|5 1|2	10|11 10|. 2|5 2|.	10|11 10|. 5|2

26
10 | 11
10 | .
5 | 2
1 | 5

27
10 | 11
10 | .
5 | 2
2 | 5

28
10 | 11
10 | .
5 | 2
1 | 5
2 | (2

29
10 | 11
10 | .
5 | 2
2 | 5
2 | .

30
10 | 11
20 | (2

31
10 | 11
20 | (2.
1 | 10

32
10 | 11
20 | (2
2 | 5

33
22 | 5
11 | 2

34
22 | 5
11 | 2
1 | 11

35
22 | 5
11 | 2
1 | 11
1 | .

36
10 | 11
20 | (2
5 | 2
1 | 5

37
10 | 11*
20 | (2
5 | 2
2 | 5*

38
10 | 11
20 | (2
5 | 2
1 | 5
2 | (2

39
10 | 11
20 | (2 *
5 | 2
4 | 5 *

40
10 | 11
30 | (3

41
10 | 11
30 | (3
1 | 10

42
10 | 11
30 | (3
2 | 5

43
10 | 11
30 | (3
3 | 10

44
22 | 5
22 | .

45
10 | 11
30 | (3
5 | 2

46
10 | 11
30 | (3
6 | 5

47
10 | 11
30 | (3
6 | 5
1 | 10

48
10 | 11
30 | (3
6 | 5
2 | 5

49
10 | 11
30 | (3
6 | 5
3 | 10

50
10 | 11
40 | (4

51
10 | 11
40 | (4
1 | 10

52
10 | 11
40 | (4
2 | 5

53
10 | 11
40 | (4
2 | 5
1 | 2

54
10 | 11
40 | (4
4 | 10

55
55 | 2

56
10 | 11
40 | (4
5 | 2
1 | 5

57
10 | 11*
40 | (4
5 | 2
2 | 5*

58
10 | 11
40 | (4
8 | 5

59	60	61	62	63	64	65
10 │ 11 40 │ (4 8 │ 5 1 │ 10	10 │ 11 50 │ (5	10 │ 11 50 │ (5 1 │ 10	10 │ 11 50 │ (5 2 │ 5	10 │ 11 50 │ (5 2 │ 5 1 │ 2	10 │ 11 50 │ (5 2 │ 5 2 │ .	55 │ 2 10 │ 11

66	67	68	69	70	71	72
11 │ 10 55 │ (5	10 │ 11 50 │ (5 5 │ 10 2 │ 5	55 │ 2 10 │ 11 2 │ 5 1 │ 2	55 │ 2 10 │ 11 2 │ 5 2 │ .	10 │ 11 60 │ (6	10 │ 11 60 │ (6 1 │ 10	10 │ 11 60 │ (6 2 │ 5

73	74	75	76	77	78	79
10 │ 11 60 │ (6 2 │ 5 1 │ 2	10 │ 11 60 │ (6 2 │ 5 2 │ .	10 │ 11 60 │ (6 5 │ 2	10 │ 11 60 │ (6 6 │ 10	11 │ 10 66 │ (6	10 │ 11 60 │ (6 6 │ 10 2 │ 5	55 │ 2 22 │ 5 2 │ 11

80	81	82	83	84
10 │ 11 70 │ (7	10 │ 11 70 │ (7 1 │ 10	55 │ 2* 22 │ 5 5 │ 11*	10 │ 11 70 │ (7 2 │ 5 1 │ 2	10 │ 11 70 │ (7 2 │ 5 2 │ .

85	86	87	88	89
10 │ 11 70 │ (7 5 │ 2	10 │ 11 70 │ (7 5 │ 2 1 │ 5	10 │ 11 70 │ (7 7 │ 10	22 │ 5 66 │ (3	55 │ 2 22 │ 5 11 │ 2 1 │ 11

90	91	92	93	94
10 | 11 80 | (8	10 | 11 10 | . 70 | (7 1 | 10	22 | 5 66 | (3 2 | 11 2 | .	10 | 11 80 | (8 2 | 5 1 | 2	10 | 11 80 | (8 2 | 5 2 | .

95	96	97	98	99
55 | 2 10 | 11. 30 | (3	10 | 11 80 | (8 5 | 2 1 | 5	10 | 11 10 | . 70 | (7 7 | 10	10 | 11 80 | (8 8 | 10	55 | 2 11 | 5 33 | (3

100	101	102	103	104
10 | 11 90 | (9	10 | 11 90 | (9 1 | 10	55 | 2 * 22 | 5 5 | 11 * 20 | (4	10 | 11 80 | (8 8 | 10 5 | 2	10 | 11 22 | 5 66 | (3 6 | 11

105	106	107	108	109
55 | 2 10 | 11 40 | (4 1 |	10 | 11 90 | (9 1 | 10 5 | (5	55 | 2 10 | 11 40 | (4 2 | 5	10 | 11 10 | . 22 | 5 66 | (3	10 | 11 90 | (9 9 | 10

d.) Groſchen

d.) Groſchen auf die Theile des Meißniſchen Güldens à 21. Gr. reſolviret.

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>3 | 7
1 | 3</td><td>3 | 7
1 | 3
1 | .</td><td>3 | 7</td><td>3 | 7
1 | 3</td><td>3 | 7
1 | 3
1 | .</td><td>3 | 7
3 | .</td><td>7 | 3</td></tr>
<tr><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td></tr>
<tr><td>7 | 3
1 | 7</td><td>7 | 3
1 | 7
1 | .</td><td>7 | 3
1 | 7
2 | (2</td><td>7 | 3
1 | 7
3 | (3</td><td>3 | 7
9 | (3</td><td>3 | 7
9 | (3
1 | 3</td><td>7 | 3
7 | .</td></tr>
<tr><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td></tr>
<tr><td>7 | 3
7 | .
1 | 7</td><td>7 | 3
7 | .
1 | 7
1 | .</td><td>7 | 3
7 | .
1 | 7
2 | (2</td><td>3 | 7
15 | (5</td><td>3 | 7
15 | (5
1 | 3</td><td>3 | 7
15 | (5
1 | 3
1 | .</td><td>1.</td></tr>
</table>

430. Zu dem Gebrauch vorherſtehender Tabellen iſt folgendes mit bey zu behalten: Gebrauch voriger Tabellen.

1.) Unter ieder Anzahl derer Specierum ſtehen 2 Reihen Zahlen mit einer Linie unterſchieden. Z. E. Unter 108 Pf. ſtehen erſtlich die Theile, darein ſie zerfället, nehmlich 10. 10. 22 und 66 = 108. Hernach die Operations - Zahlen mit ihren Signis, als 11 . 5] und (3

Geſetzt nun, es ſolten 108 Pf. mit 232 multiplicirt werden, ſo zeiget

 2.) Die

2.) Die erſte Operations-Zahl, ſo iedesmahl oben ſteht, daß man damit in den Multiplicatorem, (als hier in 232) dividiren müſſe, (kommen hier 21 Cent. 10 Pf.) und ſo auch die folgende Zahl mit keinem Signo bemerket, muß man mit ihr in das, was herausgekommen, dividiren.

3.) Der darunter gelegte Punct aber bedeutet, daß man den vorigen Quotum müſſe noch einmahl, (und wenn zwey Puncte noch zweymahl) darunter ſetzen, (daher ſchreibt man noch einmahl 21 Cent. 10 Pf. darunter.

4.) Eine Zahl mit einem einfachen Häckgen, (als hier die 5 J) zeiget, daß man damit auch noch in den Multiplicatorem dividiren ſoll, als 5 in 232 geben 46 Cent. 44 Pf.

Wo aber das Connexions-Zeichen ( ]) oder ein Sterngen ſtehet, muß man in denjenigen Quot dividiren, ſo aus des connectirten Theils Diviſion heraus gekommen.

5.) Die 3, ſo in einen halben Mond eingeſchloſſen, will andeuten, daß man das letztheraus gekommene noch mit 3 zu multipliciren habe, (als 46 Cent. 44 Pf. mit 3 multiplicirt, geben 139 Cent. 22 Pf.

6.) Endlich addiret man alles zuſammen, und ſtehet das Exempel alſo:

	108	232
	10	21 : 10
	10	21 : 10
	22	46 : 44
	66	139 22
(aus Tab. c.)	Fac.	227 : 86.

α.) Auf gleiche Weiſe. Noch etliche Exempel.

98 Pf. mit 342 multiplicirt.

10	31:10
80	248:80
8	24:96
(aus Tab. c.) Fac.	304:76

Nehmlich wegen der 10 Pf. dividiret man erſtlich mit 11 in den Multiplicatorem, kommen 31 Cent. 10 Pf. Und da 80 achtmahl ſo viel als 10, multiplicirt man das heraus gekommene mit 8, thut 248. Cent. 80 Pf. Endlich ſind 8 Pf. der zehnde Theil aus 80, deswegen dividiret man noch das vorige mit 10, kommen 24 Cent. 96 Pf. und demnach zuſammen 304 Cent. 76 Pf.

β.) Ein Leipziger Cubic-Schuch gantz dürre Eichen-Holtz waget 29. Pf. 21 Loth. Nun halten etliche dergleichen Stück Holtz 89 Cubic-Schuch, wie ſchwehr ſind ſie zuſammen? Fac. 23 Cent. 109 Pf. 13 Loth.

Man multiplicire

29 Pf. und 21 Loth mit 89

10	16	8:10
5	4	8:10
2	1	4:5
		1:68
		1:68
		44:16
(aus Tab. c. und a.)		11:4
		2.25
	Fac.	23:109:13

γ.) Was betragen 78 Scheffel à 3 Fl. 19 Gr. 6 Pf.

		234	
7		11 : 3	
(5		55 : 15	
3	2)	3 . 15	
		1 : 18	(Aus Tab. d.)

Fac. 306 Fl. 9 Gr.

XI. Vortheil. 431. Was maſſen man auch die gröſſern unbenannten Zahlen vermittelſt der Quadrat-Taffeln gar leichtlich in einander multipliciren könne, zeiget Jobus Ludolphus, * und ſoll davon zu Ende der Quadrat-Rechnung im II. Theil Meldung geſchehen.

XII. Vortheil. 432. Eben dieſer Autor hat noch eine Manier die Multiplicationes auch ohne Ein mahl Eins zu verrichten, welche der Herr Hof-Rath Wolff in ſeinen Elementis erläutert hat. ** Uber dieſes kan ſolche Operation auch ohne Subtrahiren durch das darunter geſetzte bloſſe Duplum und Quintuplum geſchehen, z. E.

Man multiplicire	(das Simplum)	7354312.
mit 84673.	Duplum	14708624
	Quintuplum.	36771560
		22062936
		51480184
		44125872
		29417248
		58834496
	Fac.	622711659976

* Vid. Jobi Ludolphi Tetragonometrie p. 49. ſeqv.
** Vid. Herrn Hof-Rath Wolffs Elem. Math. Univ. Arithm. p. 38. §. 106.

Nehm-

Nehmlich das Duplum bekommt man, ſo iede Ziffer des Multiplicandi noch einmahl zu ſich ſelbſt addirt wird. Das Quintuplum iſt die Helffte vom Decuplo. Dahero kan man nur ſtatt der Nulle an den Multiplicandum einen Punct ſetzen, und ihn halbiren, ſo giebt die Helffte das Fünfffache. Multipliciret man nun mit 3, ſo nimmt man das Duplum und Simplum zuſammen.

4. Nimmt man iede Ziffer des Dupli doppelt.

6. Addiret man das Quintuplum und Simplum.

7. Nimmt man das Quintuplum und Duplum.

8. Addirt man das Quintuplum, Duplum und Simplum.

9. Addiret man zum Quintuplo iede Ziffer des Dupli doppelt genommen.

Von mehrern Abkürtzungen der Multiplication ſoll unten im Capite de Machinis Arithmeticis, desgleichen bey dem Gebrauch der Decimal-Brüche gedacht werden.

IV. In der Diviſion.

433. Daß man eben nicht nöthig habe, alle Sorten der benannten Zahlen auf die kleinſte zu reſolviren, wenn man ſie mit unbenannten Zahlen dividiren will, iſt oben in der 12 Aufgabe pag. 100 ſchon angewieſen worden. Anmerck.

434. Gleichwie man vermittelſt des Tarifs (§. 185.) die gröſſere Species ſo gleich auf die kleinere reduciren kan, wie im 410. §. gezeiget, ſo kan man dadurch hinwiederum die kleinern in die gröſſern verwandeln, als ſo man 78365 Pf. zu Gr. und dieſe zu Thl. machen will, ſtehet es alſo: I. Vortheil.

	78365 Pf.
	6530 : 5
Fac.	272 : 2 : 5

Man ſage: 78 Pf. ſind 6 Gr. 6 Pf. bleiben 6, hierzu die folgende 3, kommen 63 Pf. ſind 5 Gr. 3 Pf. bleiben 3. Ferner 36 Pf. ſind 3 Gr. bleibet 0. Dann 05 Pf. ſind 0 Gr. bleiben 5 Pf. Weiter, 65. ſind 2 Thl. 17. Gr. bleiben 17. 173 Gr. ſind 7 Thl. 5 Gr. bleiben 5, hierzu die folgende Nulle, kommen 50, ſind 2 Thl. 2 Gr.

II. Vortheil. 435. Zuweilen läſſet ſich ſo wohl der Diviſor als Dividendus entweder durch eintzele Zahlen, oder durch die Elementa aus der Anatom. Numer. aufheben, und da dividirt man lieber mit denen aufgehobenen, (vornehmlich wenn ſolche Diviſion, als unten in der Reg. Soc. Mixtionis, &c. ſoll repetirt werden.) Denn alſo bekommt man zugleich auf einmahl den kleinſten Bruch, der dem Quoto anzuhengen, z. E.

Man dividire mit 1841 die Zahl 9994. da denn

deren Elementa 263) und 7 desgl. 2.19.263) 38 $(5\frac{3}{7}$ Quotus. (§. 270.)

III. Vortheil. 436. Will man die kleinern Diviſores auch vermittelſt eintzeler Zahlen alſo in ihre Factores zerſtreuen, ſo giebt es ebenfalls einen Vortheil. Denn da dividirt man mit dem erſten Factore in den Dividendum, und mit dem andern in den heraus gebrachten Quotum, z. E. ſtatt 56 dividire man mit 7 mahl 8.

$$7)\,\frac{44275}{6325}$$

$$8)\,\frac{6325}{\text{Fac. } 790\frac{5}{8}}\quad (\S.\ 296.)$$

IV. Vortheil. 437. Bleibet nach der erſten Diviſion etwas übrig, ſo ſetze man das erſte Reſiduum neben den erſten Quotum. Bleibet aber auch nach der andern Diviſion etwas übrig, ſo multiplicire man den andern Reſt mit dem erſten

Facto-

Factore, und addire zum Facto das erſte Reſiduum, ſo giebt die Summe die Anzahl ſelbiger Theile, die der componirte Diviſor benennet. Z. E. man reſolvire

43715 Gr. in Thl.

$d = 24$	$m = 4)$	10928 : 3	$r = 3$
	$n = 6)$ F.	1821 : 11 Gr.	$t = 2$

Beweiß.

Es ſey der Diviſor $d = mn$, und der Dividendus $= mq + r$, ſo iſt $mq + r$ dividirt mit $m) = q + \frac{r}{m} = q + \frac{nr}{nm}$ (§. 355. 3.)

Nun dividire man $q + \frac{nr}{nm}$ mit n, und $q : n$ ſey

$= ſ + \frac{t}{n} = ſ + \frac{mt}{mn}$ (§. 355. 3.)

$\frac{nr}{nm}$ aber dividirt mit $n = \frac{r}{nm}$ (§. 372. 3.) Demnach iſt der letzte Quotus $= ſ + \frac{mt}{mn} + \frac{r}{nm} = ſ + \frac{mt + r}{mn}$ (§. 369. 1.)

438. Wenn ein Diviſor nahe an einen Numerum ſimplicem kömmt, als an die Hunderte, Tauſende, Zehntauſende ꝛc. ſo nehme man ihn um ſo viel Unitäten drüber, als er drunter iſt, dividire mit den erſten Ziffern des Diviſoris wie gewöhnlich, iedoch addire man noch das letzte Factum zum Dividuo, ſo kommen nicht allein die ſtarcken Ziffern aus dem Diviſore zum Theil hinweg, ſondern es wird auch die Diviſion um ein merckliches leichter, V. Vortheil.

z. E.

z. E. ſtatt 98 dividire man mit 102, ſtatt 197 dividire man mit 203, als man dividire 3347 mit 98, und 73564 mit 197.

102)	3347(34 405 1	203)	73564(373 14473 68

Beweiß.

Es ſey eine beliebige Zahl $= a$ der Numerus ſimplex $= ſ$, und die Differentz, um welche der Diviſor drunter iſt $= d$, ſo iſt ein Multiplum davon, und noch was drüber $= aſ - ad + b$, dividiret man dieſes wie gewöhnlich mit $ſ - d$, giebt es a, und reſtiret b; Dividiret man es mit $ſ + d$, und addirt das letzte Factum Diviſoris und Quoti, ſo kömmt auch a, und bleibt b übrig, wie zuvor. Denn $-$ von $-$ ſubtrahirt, geht eben ſo auf, als $+$ zu $-$ addirt.

Anmerck. 439. Dieſes Compendii Diviſionis hat ſich Erhardus Weigelius bedienet, und nennet er es per Diviſorem Vicarium, oder einen Zahl-Wechſel zum leichtern Dividiren. *

IV. Vortheil. 440. Uber die oben im 147. §. angezeigte Diviſion à la Indienne findet man noch eine in des Herrn Hof-Rath Wolffs Elem. Math. Univ. Arithm. pag. 41. Allwo (ohne das Ein mahl Eins dabey zu gebrauchen,) der Tarif nur auf 3 Sätze reduciret, nehmlich nur aufs Simplum, Duplum und Quintuplum, denn die übrigen Multipla kan man auch nach dem 432. §. bekommen. Will man nun z. E. eine Zahl: 136802604 mit 42132 dividiren, ſo ſetze man den contrahirten Tarif bey Seite:

* Vid. Erhardi Weigelii Idea Matheſeos Univerſæ pag. 44. ſeq.

1.)	42132	1368.02|6|0|4(3247
2.)	84264	1.04. 62.2
5.)	210660	198.09
		278
		94

Nehmlich man hält den erſten Dividuum 136802 in Gedancken gegen die 3 Sätze des abbrevirten Tarifs, und ſiehet, welchem Multiplo, oder ſummirlichen Multiplis er am nechſten kömmt, als hier iſt er gröſſer, als das Duplum, aber auch kleiner, als das doppelte Duplum, welches ſchon 16 Myriades beträgt, da hingegen der Dividuus nur 13 Myriades hält. Derowegen fält ſolcher Dividuus ins Triplum (das iſt in das Duplum mit dem Simplo) und demnach ſetzet man 3 vor die erſte Quots-Ziffer, ſubtrahiret vom Dividuo die Summam Dupli & Simpli, ſo reſtiret 10406; Hierzu nehme man eine neue Ziffer aus dem Dividendo, nehmlich die folgende 6, ſo kommt der andere Dividuus 104066, dieſer iſt etwas gröſſer, als das Duplum, aber auch nicht ſo groß, als das Triplum, und deswegen ſetze man 2, als die Anzeigungs-Ziffer des Dupli, in Quotum, und ſubtrahire vom ſolchen Dividuo das Duplum, reſtirt 19802, hierzu die folgende Ziffern im Dividendo (0) genommen, giebt den dritten Dividuum 198020. Dieſer iſt kleiner, als das Quintuplum, aber gröſſer als das doppelte Duplum, derowegen fält er ins Quadruplum, und giebt im Quot 4, voriges Quadruplum von dieſem Dividuo ſubtrahirt, läſt 29492, hierzu die letzte Ziffer des Dividendi genommen, giebt den letzten Dividuum, nehmlich 294924, und dieſer fält in die Sum̃e des Quintupli und Dupli, dahero ſetzet man zur letzten Quots-Ziffer 7, ſubtrahiret vom letzten Dividuo die ſummam Quintupli und Dupli, ſo gehet alles auf, und iſt demnach der Quotiente 3247 ohne das Einmahl Eins zu wiſſen, und ohne Correction des zu weilen falſch genommenen Quoti heraus gebracht.

441. Wie

Anmerck. 441. Wie man vermittelſt einiger Rechnungs-Inſtrumente bequehmlich dividiren könne, ſoll unten im Capite de Machinis Arithmeticis berührt werden, desgleichen wird es im Capite Reductionis auch noch einen Vortheil geben, die benannten Zahlen durch Hülffe der Decimal-Theile ſo wohl zu multipliciren, als zu dividiren.

7. Von den Proben der 4 anfänglichen Rechnungs-Operationen.

Nutzen der Proben. 442. Die Proben gehören mit unter die nöthigſten Dinge der Rechnungen, ſie geben eine Verſicherung, daß wir in Application der Reguln nicht verfehlet, * ſie machen die Anfänger geſchickt die Sätze zu verändern und zu zergliedern, aufmerckſam genau zu verfahren, gedultig und curiös zu ſehen, ob ſie andere Operationes auch behalten, und die Sätze gehörig herauskommen.

Ihr Unterſcheid. 443. Die vornehmſten geſchehen theils durch eben dieſelbe, theils durch contraire Operation, theils durchs würckliche, theils auch durchs erſpahrte dividiren, nehmlich per Abjectionem Novenarii.

α.) Probationes Additionis.

1. Probe. 444. Sie wird durch ſich ſelbſt probirt, wenn man eimahl von unten hinan, und das andere mahl von oben herunter addiret, und einerley Summe heraus bringt, oder wenn man lange Reihen in unterſchiedene Abſchnitte vertheilet, ieden Abſchnitt beſonders ſummiret, ſo müſſen die kleinern Summen endlich zuſammen genommen, dem erſt gefundenen völligen Aggregat gleich ſeyn; (§. 253.)

* Vid. Herr Hof-Rath Wolfii Elem. Arith. p. 45. in fine.

445.

445. Durch contraire Operation nimmt man einen oder etliche Theile des Gantzen von der Summa wieder hinweg, und ſiehet zu, ob der übrige Theil auch noch eben derjenige iſt, welcher anfangs oder zuletzt mit addirt worden. (§. 77. 78.) 2. Probe.

446. Mich. Strauchius, ehemahliger Prof. Math. in Wittenberg, hat in ſeiner Doctr. Num. noch gar eine ingenieuſe Probe des Addirens durchs dividiren, da er nehmlich den gröſſern Theil mit dem kleinern dividirt, und den Quot um eine Unität vergröſſert, wovon denn das Factum Diviſoris und des alſo vergröſſerten Quots + den Reſiduo der Summe gleich wird, wenn man recht addirt hat. z. E. 3. Probe.

```
 42          2
 ――
 53          24
 65          192     (4
 74   42)             1
――――――――――――――――――   ――
thun in Summa: 234 = 234   (5
```

Nehmlich man dividirt mit dem erſten Parte (42) in die Summe der 3 letzten Partium (192,) kommt im Quoto 4, hierzu addiret man 1, kömmt 5, damit multiplicirt man den Diviſorem (42) und nimmt das Reſiduum (24) ſo gleich mit dazu, thut wiederum 234.

Beweiß.

Es ſey von $a > b$ die Summa $= a + b$, und $a : b$ ſey $= q + \frac{r}{b}$, ſo iſt $bq + r = a$ (§. 133.) Addiret man nun zum Quoto q eine Unität, kömmt $q + 1$, ſo mit b multiplicirt, $bq + b$ giebt, hierzu das Reſiduum r addirt, bringt $bq + b + r = a + b$. (§. 242.)

4. Probe. 447. Uber dieſe iſt die Abjectio Novenarii eine der behendeſten Proben, nicht allein in der Addition, ſondern wie bald folgen wird, auch in den übrigen Rechnungs-Operationen. Denn da gleiches mit gleichen dividirt, gleiche Quotos, und folglich auch gleiche Reſidua giebt, (§. 284. 143.) ſo müſſen auch nach der Diviſion mit 9 ſo wohl in alle Partes, als auch in das Totum gleiche Reſidua bleiben.

Nun gehet zwar dieſes mit allen Zahlen an; z. E. mit 8 oder 7 ꝛc. als mit 8)

332	reſt. 4	
171	3	= 7 &c.
503	reſtiret 7	

Allein an ſtatt man mit 8 oder 7 die Reſidua würcklich heraus dividiren muß, ſo ſtehen ſie in der Diviſion mit 9 ſchon allbereit vor Augen, nemlich 171 mit 9 dividirt, geht auf, und 332 läſt 8 übrig, alſo reſtirt aus allen Partibus 8, eben ſo wie aus dem Toto 503 auch 8 reſtiret. (§. 374.)

Gleichwie ſich nun nicht alle Propoſitiones convertiren laſſen, und auch hier nicht gilt, daß alle Zahlen einander gleich ſeyn, wo nach der Diviſion gleiche Reſte bleiben, weiln aus der Diviſion mit 9 in 530, 305, oder auch 512, auch 8 übrig bleiben, alſo hat dieſes viele abgeſchrecket, weil daher ſolche Probe falliren kan. Darauf dienet aber zu wiſſen, daß man es in einem Exempel wenigſten zweymahl verſehen müſſe, (und zwar per compenſationem) wenn ſolche Probe nicht eintreffen ſoll, welches von einem nur wenig geübten, (& ubi non eſt fallendi Studium, wie der Herr E. Wels ſchreibet *) nicht ſo leicht zu vermuthen iſt.

Anmerck. 448. Jetzt gedachter Herr Autor mercket noch mit an, ** daß die Ausſtreichung der 9ten Zahl gleicherge-

* Vid. E. Wels in Elem. Arithm. p. 48. ** pag. 50.

ſtalt

ſtalt in benahmten Zahlen Platz finde, wenn man nehmlich bey den unterſchiedenen Benennungen nur von einer auf einmahl die Probe macht, und zwar ehe ſie auf die folgenden gröſſere Species reducirt ſeyn.

5. Probe.

449. Eine noch gar bequehme Probe zeiget ein Frantzöſiſcher Autor, * und hat ſolche ſo wohl in benannten als unbenanten Zahlen ihren Nutzen, ſonderlich wenn die Perpendicul etwas lang ſind, als ſo man additet

	Thl.	Gr.	Pf.
	12	18	3
	26	16	6
	47	10	4
	9	8	3
iſt die Sum.	96	5	4
Prob.	2 ...	1 ...	0

Nehmlich man fängt von der gröſten Sorte, z. E. hier von Thl. an, zehlet ſie aufs neue zuſammen, als hier 94. ſubtrahiret ſie von 96, bleiben 2 Thl. an dieſen Reſt ſetzet man etliche Puncte, um damit zu bemercken, daß man die 2 Thl. mit den nebenſtehenden 5 Gr. zuſammen nehmen müſſe, werden 53 Gr. Ferner addirt man auch aufs neue noch einmahl die Gr. kommen 52 Gr. dieſe von 53 Gr. bleibt 1 Gr. woran man wieder etliche Puncte ſetzet, damit er zu folgenden 4 Pf. deſto unvergeßlicher genommen werde; Endlich addirt man auch nochmahls die Pf. kommen 16 Pf, und dieſe von 1 Gr. 4 Pf. oder 16 Pf. ſubtrahirt, gehen auf, und iſt daher die Operation richtig. (§. 445.)

β.) Probationes Subtractionis.

450. Weil der Numerus ex quo (oder Minuendus) im Subtrahiren eben dasjenige iſt, was die Summe im Addi- Probe überhaupt.

* N. Binet in ſ. Arithmeticien familier. p. 45.

ren, und der Subtrahendus nebſt dem Reſiduo nichts anders, als die Partes davon ſind, (§. 77. 78.) ſo gehen die meiſten Proben des Addirens auch im Subtrahiren von ſtatten, wenn man mit dem Subtrahendo und Reſiduo eben ſo verfährt, wie oben mit denen Addendis, und mit dem Numero ex quo ſo procediret, wie im Addiren mit der Summe.

Probe inſonderheit.

451. Wenn man von einer gröſſern Zahl viel kleinere nach und nach ſubtrahiret hat, ſo addire man dieſe alle mit ihren Differentzen zuſammen, dann dividire man dieſe Summe mit der Anzahl der ſubtrahirten Zahlen, ſo giebt der Quotus wieder den Numerum ex quo, z. E. man ſuche der Zahlen 365, 378, 384 Differentzen von 412, und mache hierauf die Probe:

Beweiß.

	412	a	
	365	b	
1. Diff.	47	$a-b$	
	378	c	
2. Diff.	34	$a-c$	
	384	d	
3. Diff.	28	$a-d$	
Sum.	1236	$3a.$	Sum.
3)	412.	3) $a.$	(§. 255.)

γ.) Probationes Multiplicationis.

1. Probe.

452. Durch ſich ſelbſt probiret man das Multipliciren, ſo man die Efficienten verwechſelt, als wenn 738 mit

mit 296 zum Product: 218448 giebt, ſo multiplicire man 296 mit 738, kömmt eben das Factum. (§. 273.)

Oder man multiplicire den halben Multiplicandum mit dem doppelten Multiplicatore, als hier 369 mit 592, oder ein Drittel des Multiplicandi mit dem dreyfachen Multiplicatore &c. Denn ſo die Efficientes *a* und *b*, iſt $\frac{a}{m} . mb = \frac{amb}{m}$ (§. 371. c.) $=$ *ab*. (§. 360.)

453. In benahmten Zahlen kan man z. E. 54. einmahl mit 3 Thl. 15 Gr. 8 Pf. gewöhnlich practice vermehren, das andere mahl aber die 3 Thl. 15. Gr. 8 Pf. nach Mon. de Claire Combe Manier mit 54 multipliciren. Denn eben darinne gehet ſeine Art von der andern bißher gebräuchlichen ab, daß die efficienten, (wie er ſchreibet *) verkehret werden. 2. Probe.

Thl.	Gr.	Pf.			
43:	15:	8	mit	54	
				162	
	2	3		216	
	8	.		27	
				6:	18
					18
					18
		Fac.		2357:	6 (§. 423.)

Probe:

Thl.	Gr.	Pf.		Mem.
43.	15.	8	(54	6. 4.
174:	14:	8		
2182:	15	4		
Fac. 2357:	6.	—	(§. 419.)	

* La Multiplication par les Parties Aliquotes eſt la plus ancienne de toutes, & l' Operation de celle eſt directement oppoſée à l' Operation de la mienne p. 133.

3. Probe. 454. Durch die contraire Operation geſchicht die Probe, wenn man das Factum mit einem Factore dividiret, und den andern Factorem wieder heraus bringt. (§. 124.)

4. Probe. 455. Inſonderheit nach Æg. Strauchii Methode, ſo man den einfachen, doppelten, zehnfachen ꝛc. efficienten vom Facto ſubtrahiret, und den Reſt mit dem ſimplen efficienten dividiret, da denn alles aufgehen muß, wenn recht multiplicirt iſt. (§. 289.)

Z. E. Man multiplicire 356 mit 47 und probire es alſo:

$$356 \cdot 47 = 16732$$

Hiervon ſubtr. 3560

```
        13172 (37.
  356)  469
        244
        3
```

5. Probe. 456. Man probiret auch das Multipliciren per Abjectionem Novenarii ſehr behende, wenn man ieden Factorem mit 9 dividirt, die Reſte in einander multiplicirt, und dieſer ihr Factum wieder mit 9 dividirt, ſo bleibt eben ſo viel übrig, als wenn man das Haupt-Factum mit 9 dividirt.

Z. E. 84 mit
59

756
420

Fac. 4956

Aus 84 bleibt 3 | 3 . 5 = 15 hieraus
Aus 59 bleibt 5 | bleibt 6.

Aus dem Haupt-Facto bleibt auch 6. (§. 373. 374.)

Be-

Beweiß.

Es ſeyn zwey ſo groſſe Factores als man will $= md + a$ und $rd + b$, ſo reſtiret nach der Diviſion mit $(d-1)$ aus dem erſten: $m + a$

und aus dem andern: $r + b$ (§. 373.) und iſt das Factum Reſiduorum $= rm + ra + mb + ab$.

Multipliciret man beyde Factores $md + a$ und $rd + b$, ſo iſt das Haupt-Factum $= mrd^2 + rda + mdb + ab$ dieſes mit $d-1$) dividirt, bringt im Quoto: $mrd + mr + ra + mb$

	$mrd^2 + rda + mdb + ab$ (
	//// /// ///
	$mrd + mr + ra + mb$
	///

Und iſt das ietzige Reſiduum dem vorigen Facto Reſiduorum gleich, dahero muß nach der Diviſion mit einerley Diviſore in einem ſo viel übrig bleiben, als im andern. (§. 284. 143.)

457. Dieſes gehet zwar auch mit andern Zahlen an, aber die Diviſio per Novenarium zeigt ihren Quotum ſo gleich ohne Mühe, (§. 374.) und iſt deswegen ſo wohl leichte als geſchwinde. Anmerck.

δ.) Probationes Diviſionis.

458. So man den Diviſorem und Quotum als Factores und den Dividendum als ihr Factum betrachtet, (§. 129.) laſſen ſich die Multiplications-Proben auch gar leichtlich in der Diviſion brauchen. Nehmlich Uberhaupt. Inſonderheit.

459. Man dividiret mit dem Quot in den Dividendum, ſo muß der Diviſor wieder heraus kommen. 1. Probe.

460. In benannten Zahlen dividiret man mit dem doppelten Diviſore, ſo muß nur halb ſo viel im Quotienten kommen, oder mit dem halben Diviſore, ſo muß der Quotus doppelt kommen, ꝛc. 2. Probe

3. Probe. 461. Durch contraire Operation erfähret man die Gewißheit des Dividirens durchs Multipliciren, wenn das Factum Diviſoris und Quoti † dem Reſiduo den Dividendum wieder herſtellet. (§. 133.)

4. Probe. 462. Auch kan man den zehnfachen, hundertfachen ꝛc. Diviſorem vom Dividendo ſubtrahiren, und den Reſt mit dem einfachen Diviſore dividiren, ſo muß eben ſo viel überbleiben, als zuvor.

Z. E. 4973 : 84 = 59 und reſtiren 17.

```
        4973
         840
        ————
        41·33  (49.
   84)  977
        78
        1
```

5. Probe. 463. Endlich muß auch nach der Abjection des Novenarii im Diviſore und Quot aus dem Facto Reſiduorum des Diviſoris und Quoti eben ſo viel übrig bleiben, als aus dem Dividendo — ſeinem Reſiduo. (§. 457.)

Und dieſes mag von den Operationibus primariis genug ſeyn, wenigſten düncket mir, daß hierdurch zur Ausübung und Abkürzung der folgenden ein zulänglicher Grund geleget worden.

II. Theil.

Von denen Operationibus Secundariis, oder anwachſenden Rechnungs-Arten.

§. 464.

Nachdem man geſehen, wie ſich die Zahlen nach ihrem Gehalt vermittelſt der 4 urſprünglichen Operationen verändern laſſen, ſo iſt nun auch noch übrig zu zeigen, wie ſie ſo wohl nach der Stellung ihrer Theile, als auch wie der Gehalt der einen, in den Gehalt der andern zu verwandeln, desgleichen wie zu einigen gegebenen eine oder etliche andere gefunden werden, die ſo vielmahl in einander enthalten, als die gegebenen, und endlich überhaupt, wie man die bekannten und unbekannten ſchicklich mit einander vergleichen, und hieraus die Geltung der unbekannten heraus bringen möge, das iſt, wenn man es kürtzer ausſprechen will, was es ihm folgenden mit der Figuratione, Reductione, Proportione und Æquatione Numerorum vor eine Bewandniß habe. (§. 83.) Inhalt des andern Theils.

465. Der Grund dieſer Ordnung iſt in der Gemächlichkeit der Operationen ſelbſt zu ſuchen. Denn will man von den Figürlichen Zahlen eine in die andere verwandeln, muß man erſt wiſſen, wie ſelbige entſtehen, und was ſie vor Eigenſchafften haben. Sollen zwey ungleich benannte Dinge ſo und ſo offt in einander enthalten ſeyn, müſſen ſie vorhero auf gleich benannte reducirt werden, und will man den Valorem der unbekannten aus denen bekannten heraus bringen, ſo muß man die erſtern vorher in eben die Verhältniß ſetzen, welche von denen letztern angezeiget worden. Grund der Eintheilung.

I. Capitel.

Von der Figuratione Numerorum oder von Figürlichen Zahlen.

§. 466.

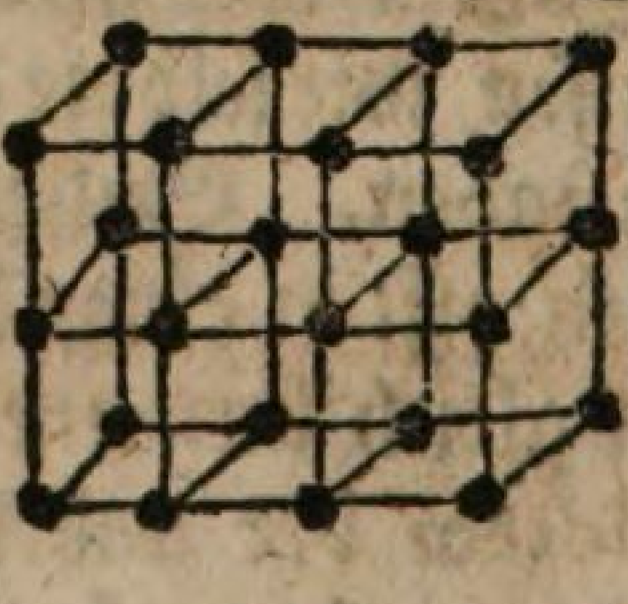
Erklär. Eine Figürliche Zahl iſt nichts anders, als eine Menge Unitäten, Strichlein, oder Puncte, ſo man nach einer gewiſſen Stellung geordnet.

Alſo iſt 6 eine Figürliche Zahl, wenn man ihre Einheiten z. E. nach einem Triangul ∴ oder nach einer ablangen Fläche ⁚⁚⁚ ordnet.

Anmerck. 467. Die Alten nennten eine ſolche Zahl Numerum ſecundum Figuram, qui per ſuas unitates explicatur. *

Urſprung der figürlichen Zahlen. 468. Nun kommen die Haupt-Stellungen der Dinge vornehmlich darauf an, daß man ſie entweder bloß in einer langen Reihe nacheinander, oder daß man ſie auf eine Fläche in etlichen Reihen neben einander, oder auch, daß man über die alſo neben einander geſtellte Reihen noch einige darauf ſetzet. Die erſte Art giebt uns überhaupt eine Längen-Zahl, Numerum Linearem, die andere Art eine Flächen-Zahl, Numerum Planum, die dritte Art eine Cörper-Zahl, Numerum Solidum. Z. E. . . . (3) iſt num. linearis.

(6.) = 3.2 iſt num. planus, und



(24) = 4.2.3. iſt ein num. ſolidus.

* Sever. Boëtius in Introduct. Arithm. fol. 3. und 4.

469. Es

469. Es iſt aber von ſich ſelbſt ſchon zu erachten, daß man die Puncte oder Theile nicht wie Kraut und Rüben zuſammen raffen müſſe, ſondern ein ieder Zuſammen-Satz will ſeine Ordnung haben, und auf einerley Art geſchehen, denn wie Barrow an einem Orte ſchreibet: Uniformitatem nedum Respublica requirit, ac exigit Eccleſia, ſed Artes etiam atque ſcientiæ vehementer affectant. * Dahero da es nicht allein auf das ordentliche Zuſammennehmen, oder den compl. partium, ſondern auch auf die Stellung oder Transpoſition der alſo zuſammen gebrachten Theile ankömmt, (§. 56. 58. 59.) ſo habe es vor nützlich erachtet, die Geneſin der Figürlichen] Zahlen überhaupt in einer mit beygefügten Tabelle etwas genauer vorzuſtellen, zu dero leichtern Begriff aber zuvorhero noch in etwas von den Potentzen, und gleich viel zu oder abnehmenden Zahlen zu handeln. Anmerck.

470. Wenn eine gröſſere Zahl juſt ſo offt eine kleinere, und dieſe eben ſo offt eine noch kleinere, und ſo weiter, in ſich enthält, als die letzte kleinere die Unität, ſo nennet man die Zahlen, ſo vor der Unität kommen, Potentzen, (Poteſtates, Dignitates,) und zwar die nechſte bey der Unität die erſte, die folgende gröſſere, die andere, und die darauf kommende, die dritte Potentz, u. ſ. w. Erklär.

Z. E. Wenn 81 ſo vielmahl 27, als 27 die Zahl 9, und als 9 die Zahl 3, und als 3 die Unität in ſich begreifft, ſo iſt 3 die erſte Potentz, ſo auch die Wurtzel oder Seite, (Radix oder Latus) von denen folgenden Poteſtäten heiſt.

9 Die andere

27 Die dritte

81 Die vierdte Potentz ꝛc. und alſo auch in andern Zahlen.

* V. Iſ. Barrow. Lection. Geometr. Lect. III. p. 27.

Anmerck. 471. Und hieraus ſiehet man den Urſprung des Worts: Potentz, denn Numerus poteſt numerum, heiſt eben ſo viel, als Numerus comprehendit in ſe numerum.

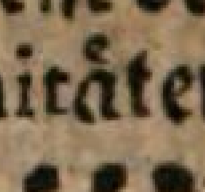
Zuſatz. 472. Weiln in $n^3, n^2, n^1, 1$

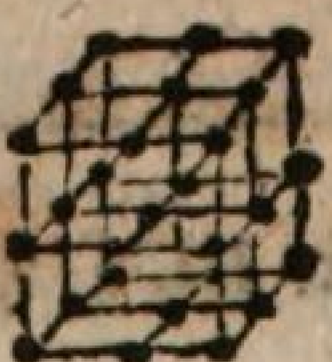
oder n^3, n^2, n^1, n^0

desgleichen im n^4, n^3, n^2, n^1 &c. das Factum der mittelſten gleich iſt dem Facto der euſſerſten, nehmlich $n^2 . n^1 = n^3$ oder $n^2 . n^1 = n^3 . n^0 = n^3$, desgleichen $n^3 . n^2 = n^4 . n^1 = n^5$, (§. 235.) ſo ſind vorhergehende Reihen Expreſſiones Potentiarum univerſales, (§. 271.) davon ieder Exponente den Gradum ſeiner Potentz anzeigt, und iede Poteſtät mit der erſten multiplicirt, die folgende zum Vorſchein bringt.

Anmerck. Daß man aber vor die Unität in ſolchem Calculo n^0 ſubſtituiren kan, iſt leicht zu ſehen. Denn $n^2 . n^0 = n^2$ (§. 235.) $n^2 . 1 = n^2$ (§. 119.) folglich iſt $n^0 = 1$. (§. 265.)

Zuſatz. 473. Demnach iſt die Geneſis Potentiarum, (ſonſt Involutio genannt,) nichts anders als ein continuirliches Multipliciren einer Zahl oder Quantität durch ſich ſelbſt.

So $n = 3$, iſt $n^2 = 3.3 = 3^2$ oder 9. und heiſt die andere Potentz oder Quadrat-Zahl von 3, deren Unitäten man juſt in eine viereckigte Figur ſetzen kan, als 

So $n = 3$, iſt n^3 oder $3^3 = 3.3.3 = 27$. und heiſt die dritte Potentz von 3, oder eine Cubic-Zahl, deren Unitäten man in der Figur eines Würffels diſponiren kan. 

So

So $n = 3$, iſt n^4 oder $3^4 = 3.3.3.3 = 81$, und heiſt die vierdte Potentz, oder eine Quadrado-Quadrat-Zahl, nehmlich $3^2.3^2 = n^2.n^2$, deren Unitäten man in ſo viel Quadrate reſolviren kan, daß ſolche kleinere Quadrata juſt wieder ein gröſſer Quadrat ausmachen, und ſo weiter.

474. Die Italiäniſchen Zeichen der Potentzen aus der alten Regula Cos, (oder Coſæ, davon die Numeri Coſſici,) ſo aus den Buchſtaben R. Z. C. S. (Res oder Radix, Zenſus, Cubus, Surſolidus) hergeleitet worden, werden ietzt wenig mehr adhibiret, die andern ſind in folgender Tabelle zu ſehen pag. ſeqv. Anmerck.

NB. 475.

476. Wenn man eine Zahl mit ſich ſelbſt multipliciret, und ſie noch dazu addiret, ſo heiſt dieſes pronice multipliciren, und die daraus entſtandene Zahl eine Pronic-Zahl, (Numerus pronicus) als 12 iſt $= 3 \cdot 3 + 3 = 3^2 + 3$, und daher iſt 12 eine Pronic-Zahl. Erklär.

477. Uberhaupt iſt das Symbolum eine Pronic-Zahl $n^2 + n$, deren Wurtzel n iſt, und $n^2 - n$ iſt eine Pronic-Zahl, deren Wurtzel $n-1$ iſt. Denn $(n-1).(n-1) = 2n^2 - 2n + 1$ hierzu $n - 1$ addirt, giebt $n^2 - n$. Daher iſt das Factum zweyer auf einander folgenden Naturalium allezeit ein Num. Pronicus. Zuſatz.

478. In dem $(n^2 + n) - (n^2 - n) = 2n$, ſo differiren alle auf einander folgende Pronic-Zahlen um die doppelte gröſte Wurtzel, und erwachſen alſo aus der Addition der auf einander folgenden graden Zahlen. (§. 248.) Zuſatz.

0	2	4	6	8	10	12	
0	2	6	12	20	30	42	&c.

Deswegen ſie auch lauter grade Zahlen seyn. (§. 250)

NB. 475 Täflein der erſten zehen Potenzen.

n^1	n^2	n^3	n^4	n^5	n^6	n^7	n^8	n^9	n^{10}
N.	Nq.	Nc.	Nqq.	Nqc.	Ncc.	Nqqc.	Nqcc.	Nccc.	Nqqcc
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60046176
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728	1073741824
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489	3486784401
10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000	1000000000	10000000000

479. Die andere Potentz oder eine Quadrat-Zahl aus einer zwey-theiligen Wurtzel hält in ſich 3 Theile: 1.) das Quadrat des groſſen, 2.) das Quadrat des kleinen Theils. 3.) Das Factum aus beyden Theilen zwey mahl genommen. Lehrſatz.

Z. E. 23^2 oder das Quadrat von 23 hält in ſich 20.20 = 400. Ferner 3.3 = 9 dann 2 (20.3) = 120.

Beweiß.

Es ſey der gröſſere Theil *a* der kleinere *b*, ſo iſt die zweytheilige Wurtzel $a + b$

dieſe mit ſich multipl. $a + b$

giebt: $a^2 + 2ab + b^2$ (§. 473. 235.)

480. Das Zeichen einer von zwey- und mehr Theilen entſtandenen Potentz iſt eine Linie oder Parenthesis mit derſelben Exponenten $\overline{a+b}^2$ oder $(a+b)^2$ (§. 211.) Anmerck.

481. Aus vorhergehendem Lehrſatz flieſſet ein Vortheil in der der Quadratiſchen Multiplication, denn da kan man in folgenden Exempeln, alſo gleich den einen Theil mit dem doppelten andern multipliciren, 1. Vortheil in Quadriren.

Als: 56
56
Quadr: = 3136

Nehmlich das andere mahl nimmt man 5 doppelt, und ſpricht: 10 mahl 6 iſt 60 ꝛc.

482. Hat nun eine Wurtzel mehr Theile als zwey, ſo kan man etliche vor einen nehmen, und ſie dennoch als eine zweytheilige Wurtzel anſehen, welches wiederum 2. Vortheil.

ein

ein Compendium giebt, nach kleinern Tabellen * dennoch die gröſſern Quadrat-Zahlen vollends leichtlich heraus zu bringen. Z. E. Man ſoll von der

$$\text{Radice } \overset{a}{957}\,|\,\overset{b}{48} \text{ das } \square \text{ formiren.}$$

$$a^2 = 915849$$

$$2ba = \left\{\begin{matrix} 5742 \\ 8613 \end{matrix}\right. \qquad 96 = 2b$$

$$b^2 = 2304$$

$$\text{Fac. } 9167679504 = (95700+48)^2$$

Nehmlich das gröſte und kleinſte Quadrat ſchreibt man aus den Tabulis, multipliciret den groſten Theil mit den doppoelten kleinern, und obſerviret im unterſchreiben die Stellen nach dem 110. §. ſ.

Zuſatz. 483. Das Quadrat eines Bruchs iſt das Quadrat des Zehlers dividirt mit dem Quadrat des Nenners. (§. 473. 371. 349.)

$$\text{Alſo iſt } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \;\Big|\; \left(\frac{a-b}{x}\right)^2 = \frac{a^2-2ab+b^2}{x^2}$$

Lehrſatz. 484. Weil die Quadrata der eintzelen Zahlen alle mit einander entweder in 0, 1, 4, 5, 6 oder 9 ausgehen (§. 475.) ſo müſſen ſich auch die gröſten Quadrat-Zahlen in dergleichen Ziffern endigen, (§. 116.) und derowegen ſind alle Zahlen, ſo in 2. 3. 7 oder 8 ausgehen, keine vollkommene Quadrat-Zahlen.

* Des Herrn Hof-Rath Wolffii Tab. Quadr. (& Cub.) gehen biß 1000. Des Preſtets in ſ. Elem. des Mathem. T. II. in fine biß 10000. Jobi Ludolphi in der Tetragonometrie biß 100000.

485. Mehrere, und zwar zuſammen geſetzte Endigun- Anmerck.
gen findet man noch beym Preſtet unter dem Tit. de la Fin des Qvarrez. *

486. Da auch das Collect der Zehn anfänglichen Anmerck.
Quadrat-Zahlen iederzeit 1, 4, 7 oder 9 macht, (§. 475.) (nehmlich wenn man mit 9 in dergleichen Quadrat-Zahlen dividiret, bleibt 0, 1, 4, oder 7 übrig,) ſo muß auch aus denen gröſten Quadrat-Zahlen das Collect nichts anders, als 1. 4, 7 oder 9 machen.

Denn es ſey eine ſo groſſe Wurtzel,

als man will $= ed+a$, ſo iſt

ihr Quadrat $= e^2d^2+2aed+a^2 \; (e^2d+e^2+2ae$

Dieſes mit $d-1$ divid. e^2d+e^2+2ae

läſſet den Reſt: $e^2+2ae+a^2$ welcher wieder ein Quadrat, (§. 480. und ſo (hier in Speciebus) deſſen Seite $e+a$ gröſſer als 10, nenne man ſie $nd+p$, dann muß $(nd+p,)^2 : (d-1)$ nothwendig wieder ein kleiner Quadrat übrig laſſen, welches letzlich doch in die anfänglichen Quadrata fallen muß, deren Reſt poſt Abjectionem Novenarii 0, 1, 4 oder 7 iſt. (§. 374.)

487. Demnach hat man es in der quadratiſchen Mul- Zuſatz.
tiplication verſehen, wenn in dem Facto das Collect 2, 3, 5, 6 oder 8 austrägt.

488. So man mit 8 Lehrſatz.
dividiret ein Quadratum { par, reſtiret 0 oder 4, impar, reſtirt allezeit 1. **

* P. Preſtet Elemens des Mathematiques Tom. II. pag. 472.

** Vid. Mr. Rolle Methode pour reſoudre les Egalites pag. 124

Das Quadrat von $2n$ iſt $=4n^2$, dieſes dividirt mit 4. 2 giebt $\frac{n^2}{2}$ (§. 296.) Iſt n^2 ein Numerus par, ſo reſtirt 0 (§. 248.) Iſt n^2 ein Numerus impar, ſo reſtiret $\frac{1}{2} = 4:8$. Ferner iſt das Quadrat von $2n+1 = \overline{4n^2+4n+1}$ (§. 479.)

$$\text{Dieſes mit 4)}\ \overline{n^2+n+\frac{1}{4}}$$

$$2)\ \overline{n^2+n}\ \ 1$$

$$\text{bringt:}\ \frac{n^2+n}{2}+\frac{1}{8}$$

n^2+n iſt ein Pronicus und allezeit par (§. 478.)

Daher bleibt nicht mehr als 1 oder $\frac{1}{8}$ übrig. (§. 437.)

Zuſatz. 489. Alſo ſind dieſes keine Quadrat-Zahlen, wo nach der Diviſion mit 8 nicht entweder alles aufgehet, oder nicht 1 oder nicht 4 übrig bleibt.

Lehrſatz. 490. Die dritte Potenz oder eine Cubic-Zahl aus einer zweytheiligen Wurtzel hat 4 Theile: 1.) den Cubum des gröſſern, 2.) den Cubum des kleinern Theils. 3.) das dreyfache Factum aus dem Quadrat des gröſſern Theils in den kleinern Theil. 4.) Das dreyfache Factum aus dem Quadrat des kleinern Theils in den gröſſern Theil.

Z. E. 23^3 oder $(20+3)^3$ hält in ſich

$$20^3 = 8000$$
$$3^3 = 27$$
$$3.20^2.3 = 3600$$
$$3.3^2.20 = 540$$
$$23^3 = 12167$$

Beweiß.

$\overline{((a+b).(a+b).(a+b))}$ iſt

$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ (§. 473. 235.)

491. Zur

491. Zur Cubiſchen Involution der gröſſern Zahlen bedienet man ſich der Quadrat- und Cubic-Taffeln, und ſo ſie weiter hinan ſteigen, gebrauchet man den Vortheil, wie oben bey den Quadrat-Zahlen. (§. 482.) Z. E. Es ſoll der Cubus von 9863 gefunden werden, ſo nehme man den gröſſern Theil (986) *a* und den kleinern (3) *b*. Vortheil.

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ 986 & 3 \end{array}$$

958585256	$= 986^3$
27	$= 3^3$
8749764	$= (986)^2 . 3 . 3$
26622	$= 986 . 3^2 . 3$
959460498647	$= 9863^3$. (§. 490.)

Deſſen Collect = 71 = 8.

492. Wenn man das Collect aus denen zehen anfänglichen Cubis betrachtet, (§. 475.) ſo wird man wahrnehmen, daß es iederzeit 1, 8, oder 9 macht, nehmlich wenn man 9 daraus ſo vielmahl hinweg wirfft, als es angehet, (das iſt mit 9 dividirt, (§. 378.)) bleibt nichts, oder 1, oder 8 übrig, und dieſes geſchiehet auch bey den folgenden gröſſern Cubis, welche im Collect allwege 1, 8 oder 9 machen müſſen, wenn ſie vollkommene Cubic-Zahlen seyn. Anmerck.

Beweiß.

Es ſey eine ſo groſſe Wurtzel als man will $= ed + a$, ſo iſt deren Cubus $= e^3 d^3 + 3ae^2 d^2 + 3a^2 ed + a^3$ (§. 490.) Dieſen dividire man mit $d-1$, kömmt vor den Quotienten $e^3 d^2 + e^3 d + e^3 + 3ae^2 d + 3ae^2 + 3a^2 e$, und bleibt im Reſiduo: $e^3 + 3ae^2 + 3a^2 e + a^3$ welches wieder ein Cubus. (§. 490.) und ſo deſſen Seite (hier in Speciebus) $e + a$ gröſſer als 10, nenne man ſie $nd + p$. Dann wird $(nd + p)^3 : (d-1)$ wieder einen kleinern Cubum

übrig laſſen, welcher zuletzt doch in die anfänglichen Cubos fallen muß, ſo im Collect 1, 8 oder 9 machen.

Zuſatz. 493. Folglich können diejenigen Zahlen keine Cubos abgeben, deren Collect 2, 3, 4, 5, 6 oder 7 macht.

Anmerck. 494. Auch hat der Herr de Lagny angemercket, * daß die II Differentzen der aufeinander folgenden Quadrat-Zahlen allwege = 1.2 = 2. die III Differentzen der natürlichen Cuborum = 1.2.3 = 6. Die IV. Differentzen der alſo folgenden Quadrato-Quadratorum = 1.2.3.4 = 24 die V. Differentzen der Quadrato-Cuborum = 1.2.3.4.5 = 120, und ſo weiter, aus deren bloſſen Addition man auch die Quadrat- und Cubic-Taffeln ꝛc. ſo gleich conſtruiren kan.

Anmerck. 495. Wenn man eine zweytheilige Wurtzel $a+b$ mit ſich ſelbſt, und was heraus kömmt, wieder damit multiplicirt, ꝛc. dabey aber zugleich Achtung giebt, wie offt einerley Productum literale in Factis partialibus wiederhohlet wird, ſo wird man finden, daß es nach folgendem Abaco Additionis geſchicht, da man nehmlich aus denen 2 oben ſtehenden Ziffern die mitten darunter ſtehende dritte allemahl addendo heraus bringt, und iſt hieraus die Tabelle der Zehler zu den Potentz-Theilen, (Tabula Coëfficientium, oder Unciarum) erwachſen, die wegen ihres groſſen Nutzens in der Combination von einigen auch Tabula Mirifica ** genennet wird.

---

* Vid. Hiſt. de L'Academ. des Sciences. Mem. 1705. pag. 367. ſ.

** Vid. Herr Prof. Creilingii Method. de Max. & Minimis pag. 7.

1 1
V
1 2 1
V V
1 3 3 1
V V V
1 4 6 4 1
V V V V
1 5 10 10 5 1
V V V V V
1 6 15 20 15 6 1
V V V V V V
1 7 21 35 35 21 7 1
V V V V V V V
1 8 28 56 70 56 28 8 1
V V V V V V V V
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

496. Der Herr Newton hat zugleich obſerviret, daß dieſe ſo genannten Unzen aus denen verwechſelt untereinander geſchriebenen und nach und nach in ſich multiplicirten Anfangs-Zahlen zum Vorſchein kommen, als die Unciæ der 4ten Dignität ſind: Anmerck.

$\frac{4.3.2.1}{1.2.3.4} = 1$

$\frac{4}{1} = 4$

$\frac{4.3.}{1.2.} = \frac{12}{2} = 6$

$\frac{4.3.2}{1.2.3} = \frac{24}{6} = 4$

$\frac{4.3.2.1.}{1.2.3.4.} = 1.$

Nehmlich es iſt die Anzahl der untereinander geſchriebenen Numerorum naturalium allemahl dem Exponenten der gegebenen Dignität gleich. *

* V. E. Wels Elem. Arith. Num. & Sp. in fine.

Erklär. 497. Eine undeterminirte Potentz heiſt diejenige, deren Exponente ein bloſſer Buchſtaben iſt, und daher keinen gewiſſen Grad anzeiget, als d^n, kan d^2, d^3, d^4, &c. bedeuten.

Anmerck. 498. Man gebraucht dieſe Expreſſion, wenn man einige Eigenſchafften, ſo allen Potentzen gemein ſind, will vorſtellen, z. E. wenn eine Potentz $= d^n$, ſo iſt die Anzahl ihrer Theile $= n + 1$. Ein Quadrat hat 3 Theile, ein Cubus 4, ein Quadrato-Quad. 5 Theile oder Membra, woraus es beſtehet, und ſo weiter.

Anmerck. 499. Wenn der Exponente einer undeterminirten Potentz n iſt, ſo kommen nach vorher gegangnen 496. §. die Untzen vor ſie, wie folget:

Vor das erſte Membrum kommt allezeit 1 wie auch vor das letzte.

Vor das andere Membrum $\frac{n}{1}$, vor das dritte $(\frac{n}{1}).(\frac{n-1}{2})$

Vor das vierdte $(\frac{n}{1}).(\frac{n-1}{2}).(\frac{n-2}{3})$ &c.

36. Aufgabe.

36. Aufgabe. 500. Eine Summe $(a + b)$ oder eine Differentz $(a - b)$ von zweyen Gröſſen (ohne ſie in einander zu multipliciren) auf iede höhere Potentz zu involviren, als hier auf die 6te.

1.) Man ſetze den erſten Buchſtaben mit dem gegebenen und allen folgenden geringern Exponenten nach der Ordnung in einer Reihe etwas weit aus einander:

$$a^6 \quad a^5 \quad a^4 \quad a^3 \quad a^2 \quad a^1$$

2.) Schrei-

2.) Schreibe man vom Ende her den andern Buchſtaben mit dem gegebenen Exponenten erſt alleine, hernach ihn mit denen folgenden abnehmenden Exponenten rückwärts in der Ordnung an die vorhergeſetzten, ſo kommt:

$$a^6 \quad a^5b \quad a^4b^2 \quad a^3b^3 \quad a^2b^4 \quad ab^5 \quad b^6$$

3.) Nehme man aus der Tabelle §. 495. die zur 6ten Potentz gefundenen Zehler, 1. 6. 15. 20. 15. 6. 1 und ſetze ſie vor die letzt geordneten Membra, (iedoch weil 1 nicht multipliciret, kan es anfangs und zuletzt weg bleiben) ſo fehlen nicht mehr als die Signa, welche im erſten Fall durchaus †, im andern Fall aber abwechſelnd, nemlich erſt † hernach — und ſo weiter ſeyn, Demnach iſt

$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

Und die Differentz ſolcher 2 Gröſſen $(a-b)^6 =$

$$a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6.$$

(§. 473. 280.)

501. Und eben auf dieſe Art ſetzet man die Membra einer undeterminirten Potentz von $a \pm b$ zuſammen, nur daß die Untzen aus dem 499 §. genommen werden, nehmlich anfangs ſetzet man von oben herunter:

$$a^n \quad a^{n-1} \quad a^{n-2} \quad a^{n-3} \quad a^{n-4} \quad \&c.$$

Hernach ſchreibet man vom andern Membro anfangende des andern Theils Potentzen von unten hinauf:

$$a^n \quad a^{n-1}b \quad a^{n-2}b^2 \quad a^{n-3}b^3 \quad a^{n-4}b^4 \quad \&c.$$

Endlich ſetzet man noch die Untzen und Signa hinein, wie allbereit gemeldet, ſo iſt z. E. $(a+b)^n =$

$$a^n + \frac{n}{1} \cdot a^{n-1} b + \frac{n}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot a^{n-2} b^2 + \frac{n}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot a^{n-3} b^3 \text{ \&c.}$$

Biß nehmlich in Untzen n minus der letztlich zu ſubtrahirenden Zahl = 1. (§. 496.)

Anmerck. 502. Dieſe vielen Buchſtaben kan man noch in wenigere contrahiren, um die nachgehende Expreſſion deſto leichter zu mercken, nehmlich weil $a^{n-1} = \frac{a^n}{a}$ und $a^{n-2} = \frac{a^n}{a^2}$ (§. 240.) ſo ſind vorhergehende Membra der undeterminirten Potenz auch =

$$a^n + \frac{n}{1} \cdot \frac{a^n b}{a} + \frac{n}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{a^n b^2}{a^2} + \frac{n}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{a^n b^3}{a^3} \text{ \&c.}$$

Worinne die Factores der vorhergehenden allwege ſo gleich auch Factores der folgenden werden, z. E. das dritte Membrum iſt = dem andern multiplicirt mit $\frac{n-1}{2} \cdot \frac{b}{a}$, das vierdte iſt = dem dritten multiplicirt mit $\frac{n-2}{3} \cdot \frac{b}{a}$ und ſo weiter. Dahero ſo man die völligen Membra, und zwar das erſte A, das andere B, das dritte C nennet, und $a = P$, $\frac{b}{a} = Q$ ſetzet, ſo iſt das erſte $A = P^n$, das andere $B = \frac{n}{1} A Q$, das dritte $C = \frac{n-1}{2} B Q$, das vierdte $D = \frac{n-2}{3} C Q$, und ſo weiter.

Worin

Woraus denn die hochnützliche Series Potentiarum Newtoniana * entſtehet, da $(P + PQ)^{n:m} =$

$$P^{n:m} + \frac{n}{m} AQ + \frac{n-1m}{2m} BQ + \frac{n-2m}{3m} CQ \text{ \&c.}$$

503. Der weit ausſchweiffende Gebrauch dieſer Expreſſion wird ſchon vorkommen, und ſey damit vor ietzo nur das 5te Exempel in etwas erkläret, da $d + e$ auf die 5te Porentz ſoll erhoben werden, allwo $P = d$, $e : d = Q$, $n = 5$ $m = 1$, Wornach denn der Quadrato-Cubus aus folgenden 6 Membris beſtehet: Anmerck.

$$A = P^{n:m} = d^{5:1} = d^5$$

$$B = \frac{n}{m} AQ = \frac{5}{1} \cdot \frac{d^5}{1} \cdot \frac{e}{d} = 5d^4e$$

$$C = \frac{n-m}{2m} BQ = \frac{4}{2} \cdot \frac{5d^4e}{1} \cdot \frac{e}{d} = \frac{20d^4e^2}{2d} = 10d^3e^2$$

$$D = \frac{n-2m}{3m} CQ = \frac{3}{3} = \frac{1}{1} \cdot \frac{10d^3e^2}{1} \cdot \frac{e}{d} = 10d^2e^3$$

$$E = \frac{n-3m}{4m} DQ = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10d^2e^3}{1} \cdot \frac{e}{d} = 5de^4$$

$$F = \frac{n-4m}{5m} EQ = \frac{1}{5} \cdot \frac{5de^4}{1} \cdot \frac{e}{d} = \frac{5e^5}{5} = e^5$$

* Davon er in Epiſt. ad D. Oldenburgium gedacht, und bey ſeinen Princip. Philoſ. Nat. Math. in der Analyſi per Quantitatum Series mit angedrucket iſt, ſo auch nachgehends der Herr Hof-Rath Wolff im Elem. Math. univerſæ mit mehrern erläutert hat pag. 267. ſeq.

Weiter kan man nicht gehen, ſintemahln

$$G = \frac{n-5m}{6m} F\mathfrak{Q} = \frac{0}{6} = 0.$$

Erklär. 504. Gleichviel zu⸗ oder abnehmende Zahlen ſind diejenige, da die Differentz zweyer vorhergehenden gleich iſt der Differentz zweyer folgenden, als 2. 5. 6. 9. oder 3. 7. 11. 15 ſind Numeri æqui differentes. Die erſte und letzte Zahl heiſſen Termini extremi, die aber zwiſchen inne ſtehen, Termini medii.

Erklär. 505. Wo die Differentz durchgehends zwiſchen allen neben einander ſtehenden Terminis einerley iſt, werden ſie durchaus gleichzu- oder abnehmende Zahlen (continue æqui differentes genennet, und ſetzet man vor ſie 3 Puncte mit einer dazwiſchen gezogenen Linie, als von ∻ 3. 7. 11. 15. 19. ꝛc. iſt durchgehends der Unterſcheid 4.

Erklär. 506. Wo aber nur zwiſchen dem erſten und andern, zwiſchen dem dritten und vierdten, zwiſchen dem 5ten und 6ten u. ſ. w. gleiche Differentzen gefunden werden, da heiſſen dergleichen Zahlen nur paarweiß gleichzu⸗oder abnehmende, (Diſcretim - æquidifferentes,) und ſetzet man zu ihren Zeichen zwiſchen iedes Paar 3 Puncte, als 2.5 ∵ 6. 9. ∵ 8. 11.

Zuſatz. 507. Uberhaupt: Wenn der Terminus primus $= p$, die Differentz $= d$, ſo kan man iede durchaus gleichzunehmende Reihe exprimiren mit

$$\div\; p.\, p+d.\, p+2d.\, p+3d \;\; \&c.$$

Eine durchaus gleich abnehmende mit

$$\div\; p.\, p-d.\, p-2d.\, p-3d \;\; \&c.$$

Eine

Eine paarweiß zunehmende aber mit

$p.p+d \therefore t.t+d \therefore q.q+d$

Und dergleichen abnehmende mit

$p.p-d \therefore t.t-d \therefore q.q-d$ &c.

508. Daferne man über eine durchaus gleichzu-oder abnehmende Reihe Römiſche Ziffern nach der Ordnung der Stellen, oder wie es einige nennen, Local-Zahlen ſetzet, ſo fångt ſich die Differentz erſt unter der andern an, und unter ieder folgenden Local-Zahl ſtehet allezeit der erſte mit ſo viel Differentzen weniger eine, als: Anmerck.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
p	$p \pm d$	$p \pm 2d$	$p \pm 3d$	$p \pm 4d$	$p \pm 5d$	$p \pm 6d$.

&c.

509. Alſo iſt der hunderſte Terminus zu 4. 7. 10. ꝛc. $= p+99d = 4+99.3.$ Zuſatz.

37. Aufgabe.

510. Zu einigen gegebenen continue-æquidifferentibus den letzten Terminum zu finden. 37. Aufgabe.

Z. E. Ein Gewercke bekommt im Bergbau Ausbeute das erſte Jahr 12. Thl. hernach alle Jahr 5 Thl. mehr, wie viel bekommt er das 13te Jahr? Fac. 72. Thl.

Man multiplicire den ſo vielſten Terminum weniger eins, mit der gegebenen Differentz, und addire zum Facto den erſten, ſo giebt die Summe den letzten.

Als hier $13-1=12. \| 12.5=60 \| 60+12=72.$

Der Beweiß liegt im vorigen §. und ſo die Termini immer abnehmen, ſubtrahire man voriges Factum vom erſten, ſo giebt der Reſt den letzten.

Zuſatz. 511. Wenn demnach überhaupt der Numerus Terminorum $= n$, der erſte $= p$, und die Differentz $= d$ ſo iſt in zunehmenden Reihen

Der letzte $= p + (n-1)d = nd - 1d + p$

Der penultim. $= p + (n-2)d = nd - 2d + p$

Der antepen. $= p + (n-3)d = nd - 3d + p$ &c.

ſo lange biß n - der folgenden gemeinen Zahl $= 0$.

Dann iſt $p + 0d =$ dem erſten, p.

In abnehmenden iſt der letzte $= p - (n-1)d$ &c.

Lehrſatz. 512. Von 4 æquidifferentibus iſt die Summe der beyden mittelſten gleich der Summe der beyden äuſſerſten Terminorum, als von

÷ 3. 7. 11. 15 oder
4. 8 ∵ 10. 14

iſt beyderſeits die Summe der äuſſerſten $= 18$, und die Summe der mittelſten iſt auch $= 18$.

Beweiß.

Es ſey der Terminus primus $= p$, ſecundus $= ſ$, tertius $= t$, quartus $= q$, ſo iſt

$ſ - p = q - t$ (§. 504.) Hierzu addire man beyderſeits $p + t = p + t$

ſo iſt: $ſ + t = p + q$. (§. 244.)

Lehrſatz. 513. In ieder Reihe æquidifferentium iſt die Summe der äuſſerſten Terminorum gleich der Summe ieder zweyen, ſo von den äuſſerſten gleichweit abſtehen, oder (da die Anzahl ungrade,) gleich dem doppelten mittelſten.

Es ſeyen ÷ a, b, c, d, e, f, g, h &c.

ſo iſt $a.b$ ∵ $g.h$ desgleichen $b.c$ ∵ $f.g$, wie auch

$c.d$ ∵ $e.f$ (§. 505. 506.)

Da/

Dahero $a+h = b+g \,||\, b+g = c+f \,||\, c+f = d+e$. (§. 512.)

Folglich iſt $a+h = b+g = c+f = d+e$ (§. 246.)

Und ſo ferner ÷ a, b, c, d, e, wo nehmlich die Anzahl der Terminorum ungrade,

ſo iſt $a.b \because d.e \,||\, b.c \because e.d$, (§. 506.)

Dahero iſt $a+e = b+d \,||\, b+d = c+c$ (§. 512.)

und $a+e = b+d = 2c$ (§. 246.)

514. Da nun allemahl 2 Termini auf ſolche Art zuſammen genommen, desgleichen der mittelſte doppelt genommen, ſo viel ausmachen, als der erſte und letzte, darff man nur die Summa des erſten und letzten halb ſo viel mahl nehmen, als Termini ſind, ſo kommt die Summe der gantzen Reihe, als weiln von Zuſatz.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	IIX.
÷ a,	b,	c,	d,	e,	f,	g,	h

$a+h = b+g = c+f = d+e$ (§. 513.) ſo iſt

Die Summe der gantzen Reihe

$$= (a+h) . \frac{IIX}{II} = (a+h) . 4$$

	I.	II.	III.	IV.	V
Und da auch in ÷	a,	b,	c,	d,	e

$a+e = b+d = c+c$ (§. 513.) ſo iſt auch die

gantze Summe $= (a+e) . \frac{V}{II} = (a+e) . 2\frac{1}{2}$

38. Aufgabe.

515. Wenn aus einer Serie æquidifferentium der erſte, die Differentz, und die Anzahl der Terminorum bekannt, die Summe der gantzen Reihe zu determiniren. 38. Aufgabe

1.) Er-

1.) Erfinde man den letzten Terminum, (§. 510.)

2.) Addire den erſten und letzten zuſammen.

3.) Multiplicire man dieſe Summe mit der halben Anzahl aller Terminorum, ſo kömmt die Summa aller æquidifferentium. Z. E. In einer Zeit von 50 Tertien fället ein ſchwehrer Cörper 10 Römiſche Schuch, in der folgenden Zeit von 50 Tertien fället er 20 Schuch weiter als zuvor, und alſo immer fort, * wie hoch hat demnach ein Cörper in 5 Secunden und 50 Tertien zufallen?

50 Tertien ſind in $5^{\prime\prime}.50^{\prime\prime}$ oder in $350^{\prime\prime\prime}$. juſt 7 mahl enthalten, derowegen ſind 7 Termini. Der letzte iſt $= 10 + 6.20 = 130$. (§. 510.) $10 + 130 = 140$.

Und $140.3\frac{1}{2} = 420 + 70 = 490$ Römiſche Schuch, als der geſuchten Höhe.

Anmerck. 516. Wenn ſolche Series aus denen natürlichen Zahlen 1. 2. 3. 4. 5. 6 ꝛc. beſtehet, und n Termini seyn, ſo iſt der letzte $= 1 + (n-1)d = 1 + n - 1 = n$ hierzu der erſte, kommt $n + 1$, und dieſes in die halbe Anzahl aller Terminorum $\frac{n}{2}$ multipl. bringt $\frac{n^2+n}{2}$ vor die Summe ſo vieler anfänglichen naturalium als man vor die Zahl n nimmt.

Zuſatz. 517. Demnach iſt die Summe ſolcher Naturalium allemahl = der ſo vielſten halben Pronic-Zahl, (§. 477.)

Zuſatz. 518. Daß die Expreſſion: $m, m+1, m+2, m+3$ nicht nur Naturales, ſondern auch alle æquidifferentes zugleich mit vorſtelle, hat Mr. Varignon angemercket, **

* Ricciolus in Almag. Nov. Tom. I. L. II. p. 89.

** Varignon Eclairciſſemens ſur l'Analyſe des Infiniment petits pag. 94. ſeq.

Wenn

Wenn man nehmlich die undeterminirte $m = \frac{n}{p}$ ſe-
tzet, da ſo wohl der Zehler als Nenner auch undeterminirt ſeyn, denn alſo kommt die Series:

$$\frac{n}{p} \cdot \frac{n}{p} + 1 \cdot \frac{n}{p} + 2 \cdot \frac{n}{p} + 3 \text{ \&c.}$$

$$= n,\ n+p,\ n+2p,\ n+3p \text{ \&c. } (\S.\ 353.)$$

39. Aufgabe.

519. Aus dem bloſſen erſten Termino, (nehmlich ohne den letzten erſt zu finden) der Difference, und dem Numero Terminorum die Summe von ieder Reihe æquidifferentium zu finden. 39. Aufgabe.

1.) Man ſubtrahire von der Anzahl der Terminorum 1, und des Reſtes halbe pronic-Zahl multiplicire man mit der Differentz.

2.) Ferner multiplicire man den erſten mit der Anzahl aller Terminorum, und addire dieſes Factum zu jenem, ſo kommt die verlangte Summe. Z. E. Binnen 12 Wochen ſoll eine groſſe Anzahl Waare geliefert werden, nach den erſten 8 Tagen 13 Stück, nach 14 Tagen 20 Stück, und alſo immer 7 Stück mehr, wie viel wirds in allem betragen?

$$11^2 + 11 = 132 \qquad\qquad 13$$

132	13
———	——— (12
66	156
——— (7	462
462	———
Fac.	618 Stück.

Be-

Beweiß.

Wenn der Terminus primus $=p$, Differentia $=d$ und Num. Term. $=n$, ſo iſt der letzte $= nd - 1d + p$
der vorhergehende $= nd - 2d + p$
der vor dieſen hergehende $= nd - 3d + p$
biß nd - ſo und ſo viel $d = 0$. und alſo $+p = p$.
(§. 511.)

Demnach ſind in dieſer Expreſſion ſo viel $n.d$, als der Numerus Terminorum anzeigt, nehmlich nnd, desgleichen ſo viel $-d$, als die Summe der Naturalium beträgt, nehmlich $-\frac{(n^2+n)}{2}d$ (§. 517.) und ſo viel p, als Termini ſind, nehmlich np.

Dahero iſt iede Summe æquidifferentium überhaupt =

$$n^2 d + np - \left(\frac{(n^2+n)}{2}d\right) =$$

$$\frac{2n^2 d + 2np - n^2 d - nd}{2} =$$

$$\frac{n^2 d + 2np - nd}{2} = \frac{(n^2 - n)}{2}d + np$$

(§. 477.)

Erklär. 520. Eine ſchlechte Viel-Eck-Zahl, (Numerus Polygonalis ſimplex) iſt eine Menge Unitäten (oder Puncte,) mit welchen man eine regulare Figur alſo beſetzen kan, daß gleichviel auf iede Seite, und ihre Abſtände mit den Seiten und Uber-Ecklinien parallél kommen. Allerhand deutliche Figuren davon beſehe man im Ozanam. *

* Vid Ozanam Dictionaire Mathematique p. 30. ſ.

521. Sie entſtehet, wenn man eine von 1 anfangende Seriem æquidifferentium ſo weit addiret, als man will, und heiſt die Anzahl der Terminorum die Seite ſolcher Viel-Eck-Zahl. Z. die æquidifferentes, ſo auch Gnomones genennt werden: Urſprung.

1 + 2 + 3 + 4 geben eine Trigonal-Zahl
10. deren Seite 4, und die Anzahl der Winckel 3. iſt.

1 + 3 + 5 + 7 + 9 geben eine Quadrat-Zahl
25. deren Seite 5, und die Winckel-Zahl 4 iſt.

1 + 4 + 7 + 10 geben eine Pentagonal-Zahl
22. deren Seite 4 und die Winckel-Zahl 5 iſt, ꝛc.

522. Demnach iſt die Winckel-Zahl allezeit um 2 mehr als die Differentz der æquidifferentium. Zuſatz.

40. Aufgabe.

523. Eine iede Viel-Eck-Zahl zu beſtimmen, wenn davon eine Seite und die Zahl der Winckel gegeben. 40. Aufgabe.

Z. E. Es wird gegeben die Seite 7, und daraus ſoll eine Octogonal-Zahl formirt werden, wie viel hält ſie? Fac. 133.

1.) Multiplicire man das Quadrat der Seite mit der Winckel-Zahl - 2.

2.) Multiplicire man die Seite mit der Winckel-Zahl - 4.

3.) Subtrahire man dieſes von jenen, und halbire den Reſt.

$7^2 = 49$ (6 → 294 ; 7 · 4 = 28 ; 294 - 28 = 266

deſſen Helffte = 133.

Be-

Beweiß.

Da iede Summe von Æquidifferentibus $= \frac{n^2 d + 2np - nd}{2}$ (§. 519.) ſo iſt iede Series, wo $p = 1$

$$= \frac{n^2 d + 2n - nd}{2} = \frac{d.(n^2) - n.(d-2)}{2}$$

(§. 235.)

So man nun iede Winckel-Zahl w, und iede Seite n nennet, und $w-2$ vor die Differentz d ſubſtituiret, kömmt das symbolum einer ieden Polygonal-Zahl =

$$((w-2))\,n^2 - (n.(w-4)) : 2 \quad (§.\ 522.)$$

Zuſatz. 524. Woraus denn die Symbola Specialia kommen, und zwar vor

die 3 Eck-Zahlen: $(n^2 - n) : 2$

4 . . . . $(2n^2 - n0) : 2 = n^2$

5 . . . . $(3n^2 - n) : 2$

6 . . . . $(4n^2 - 2n) : 2 = n^2 - n$

7 . . . . $(5n^2 - 3n) : 2$

8 . . . . $(6n^2 - 4n) : 2 = 3n - 2n$ ꝛc.

41. Aufgabe.

41. Aufgabe. 525. Die Viel-Eck-Zahlen aus der Summatione Gnomonum zu formiren.

Man ſubtrahire vom Quadrato Lateris das gegebene Latus, und halbire den Reſt. Die Helffte multiplicire man mit der Winckel-Zahl - 2, und addire hierzu das gegebene Latus.

Nach der gegebenen Seite 5 ſoll ein Hexagonum beſetzt werden:

$25 - 5 = 20 | 20:2 = 10 | 10.4 = 40 + 5 = 45.$

Beweiß.

Beweiß.

Bey allen Polygonal-Zahlen iſt

Der I. Gnomon = 1

Der II. . . . = 1 †(w-2).1

Der III. . . . . 1 †(w-2).2

Der IV. . . . . 1 †(w-2).3 &c. in infin.

(§. 522. 508.)

Uberhaupt: Wenn *n* von o an, jeden Naturalem bedeutet, ſo iſt das Symbolum Gnomonis univerſalis = 1 † (w-2)*n*, und aller Summe = $\int n^0$ † (w-2). $\int (n-1)^1$

Nun iſt die Summe von *n* Unitäten, oder ∫1 oder $\int n^0$ = *n*, w-2 bleibt beſtändig, und heben ſich die Naturales erſt beym andern Termino an, dahero iſt ihre Anzahl = *n*-1 und $\int (n-1)^1 = \frac{n^2-n}{2}$ (§. 477. 517.) folglich iſt auch das Symbolum einer jeden Polygonal-Zahl = ((w-2). ($\frac{n^2-n}{2}$)) † *n*. (§. 521.)

526. Bey groſſen Polygonal-Zahlen kan man ſich der Quadrat-Taffeln mit gutem Nutzen bedienen. Anmerck.

527. Eine Central-Viel-Ecks-Zahl, (Numerus Polygonus centralis) iſt eine Menge Unitäten, (oder Puncte) mit welchen man eine regulare Figur alſo ausfüllen kan, daß gleich viel Puncta auf eine Seite, und ihre Abſtände mit denen Seiten und auch mit denen Radiis in gleicher Weite parallel kommen. Erklär.

Unterſchiedene Figuren davon beſehe man beym Ozan. loc. cit.

Urſpr. 528. Sie entſtehet, wenn man die Æquidifferentes, ſo ſich wenigſtens von 3 anfangen, und allezeit um den erſten Terminum wachſen, (ſonſten Perimetri polygonales genannt) addiret, und iederzeit zuletzt noch 1 darzu thut, als:

(3†6†9†12)†1

giebt eine 3 eckigte Central-Zahl 31, deren Latus 5 iſt.

(4†8†12†16†20)†1

giebt eine 4 eckigte Central-Zahl 61, deren Seite 6.

(5†10†15)†1

giebt eine 5 eckigte Central-Zahl 31, deren Latus 4 iſt, ꝛc.

Zuſatz. 529. Wenn demnach die Winckel-Zahl, oder der erſte Terminus = *w* und die Seiten-Zahl = *n*†1, ſo iſt das Symbolum eines ieden Perimetri polygonalis = *wn*, und da *w* beſtändig einerley bleibt, iſt ieder Polygonus Centralis = *w*ſ*n*[1]†1, deſſen Latus nehmlich = *n*†1.

42. Aufgabe.

42. Aufgabe. 530. Aus der gegebenen Seite und Winckel-Zahl, einen ieden Numerum polygonum Centralem zu berechen.

1.) Man ſubtrahire von der Seiten-Zahl 1, multiplicire den Reſt mit ſich ſelbſt, und addire den Reſt.

2.) Die Summe halbire man, und multiplicire die Helffte mit der Winckel-Zahl, endlich addire man iederzeit noch 1.

Z. E. Die Hexagonal-Central-Zahl von der Seite 5 zu finden.

4·4 = 16 | 16†4 = 20 | (10·6)†1 = 61.

Beweiß.

Nach vorigem Zuſatz (§. 529.) iſt ieder Polyg. Centralis, (deſſen Seite $= (n+1) = w\int n^1 + 1$

$\int n^1$ aber iſt $= \frac{n^2+n}{2}$ (§. 517.)

Folglich iſt ieder Polyg. Centralis

$$= \frac{((n^2+n)w))}{2} + 1.$$

531. Die Auszichung der Wurtzel, (Extractio Radicis) iſt nichts anders, als eine Ausfindung der Seiten-Zahl eines Numeri Figurati, wird ſonſten auch Analyſis oder Evolutio Poteſtatum oder Figuratorum genennet: Erklär.

43. Aufgabe.

532. Aus einer gegebenen Zahl die Quadrat-Wurtzel zu extrahiren. 43. Aufgabe.

1.) Man fange von der letzten Ziffer an, (nehmlich von der Rechten gegen die Lincke,) und entſcheide die vorgegebene Zahl von zwey zu zwey in Glieder, ſo weit es gehet.

2.) Vom erſten Gliede ſchreibe man die nechſte Wurtzel als den Quotienten, und ſubtrahire davon das Quadrat ſolcher nechſten Wurtzel.

3.) Duplire man den genommenen Quotienten, ſetze das Dupli letzte Ziffer in Gedancken unter die erſte des folgenden Glieds, und die andern ſo fort in der Ordnung, ſo weit ſie reichen, unter das Reſiduum des erſten Glieds, dividire mit ſolchem Duplo in den darüber gekommenen Dividuum, wie gewöhnlich, ſo kommt der neue Quot, (oder der folgende Theil der Wurtzel.)

4.) Subtrahire man letzlich noch des neuen Quots Quadrat.

5.) So mehr als 2 Glieder ſind, Duplire man von neuem den völligen Quotienten, und verfahre wieder, wie von No. 3 an bißher gelehret worden.

Wem es beliebig, der kan hierzu folgenden verſum Memorialem mercken.

Entſcheidet zwey und zwey. Vom erſten Gliede ſchreibt
Die nechſte Wurtzel. Merckt, was vom Quadrate bleibt.
Duplirt den Quotient, und damit dividiret.
Des neuen Quots - Quadrat zieht ab. Aufs neu dupliret. *

Ein Bau-Herr hat 1296 feine vier Eckigte Platten, will damit einen Saal en carré belegen laſſen, wie viel werden derſelben auf eine Seite kommen? Fac. 36.

```
      1 2 | 9 6 (36.
6)      3 | 3
```

Ein groſſes Quadrat - Feld hält 23716 gevierdte Ruthen, wie lang iſt eine Seite von ſolchem Feld? Fac. 154. Ruthen.

```
     2 | 3 7 | 1 6 (154.
2)   1 | 1 2 |
30)
```

Beweiß.

Von einer zweytheiligen Wurtzel $a + b$ iſt das Quadrat $= a^2 \mid + 2ab + bb$ (§. 479.)

Setzet man nun vom erſten Quadrat a^2 die Wurtzel a als Quotienten, und dividiret mit deren Duplo $2a$ in das

das folgende, kommt der andere Theil der Wurtzel b. Dieſer und des Diviſoris Factum ($2ab$) ſubtrahiret man von $2ab$, geht auf: Endlich multipliciret man b noch mit ſich ſelbſt, thut bb, von bb geht auf.

533. Hat die Wurtzel mehr als 2 Theile, ſo kan man 2 oder mehr davon vor einen nehmen, und alsdenn eben ſo wie vorhin verfahren, als aus Zuſatz.

iſt Rad.

$$a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc + c^2 \;(a + b - c$$

$$2a + 2b)$$

Oder ſo man die Theile ſolches Quadrats anders ordnet, ſo iſt aus

Radix auch

$$c^2 - 2bc - 2ac + b^2 + 2ab + a^2 \;(c - b - a$$

$$2c - 2b)$$

Denn da ſo wohl + in +, als - in - ein Quadratum affirmativum bringt, (§. 280.) ſo kan a^2 auch aus $-a$ in $-a$ entſtanden ſeyn, und da diverſe Signa allezeit - machen, (§. 232.) ſo müſſen deswegen b und c, desgleichen auch a und c unterſchiedene Signa gehabt haben, weshalber denn beydes rechte Radices aus dem vorgegebenen Quadrate ſeyn können.

534. Zuweilen evaneſciren etliche Theile in der Quadratiſchen Multiplication, welche iedennoch in der Extraction wieder müſſen zum Vorſchein kommen, als aus Anmerck.

iſt Radix

$$a^4 - 2a^3b - a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 \;(a^2 - ab - b^2$$

$$2a^2) \qquad -2a^2b^2$$

$$2a^2 - 2ab)$$

Oder auch eben auf dieſe Art findet man die andere Radicem $b^2 + ab - a^2$, wenn man nehmlich das Quadrat b^4 erſt nimmt, und alſo auch in andern.

Zuſatz. 535. In Brüchen muß man ſo wohl aus dem Zehler, als aus dem Nenner radicem extrahiren, z. E. aus

$$\frac{49}{100} \text{ iſt rad. qv. } \frac{7}{10} \text{ aus } \frac{y^2}{a^2 - a\,b + b^2} \text{ iſt rad. } \frac{y}{a-b}$$

(§. 483.)

Vortheil. 536. Aus groſſen Zahlen läſt ſich die Radix vermittelſt der Quadrat-Taffeln um ein gutes leichter finden, wenn man ſo gleich das nechſte kleinere Quadrat von den erſten drey Gliedern in Tabb. aufſuchet, deſſen Wurtzel von 3 Ziffern auf einmahl in Quotienten ſetzet, und alsdenn nach der Regula Extractionis (§. 533.) von No. 3 an de novo dupliret, als aus

iſt Rad.

91 | 67 | 67 | 95 | 04 (957 | 48
91 | 5.8 | 4.9 |

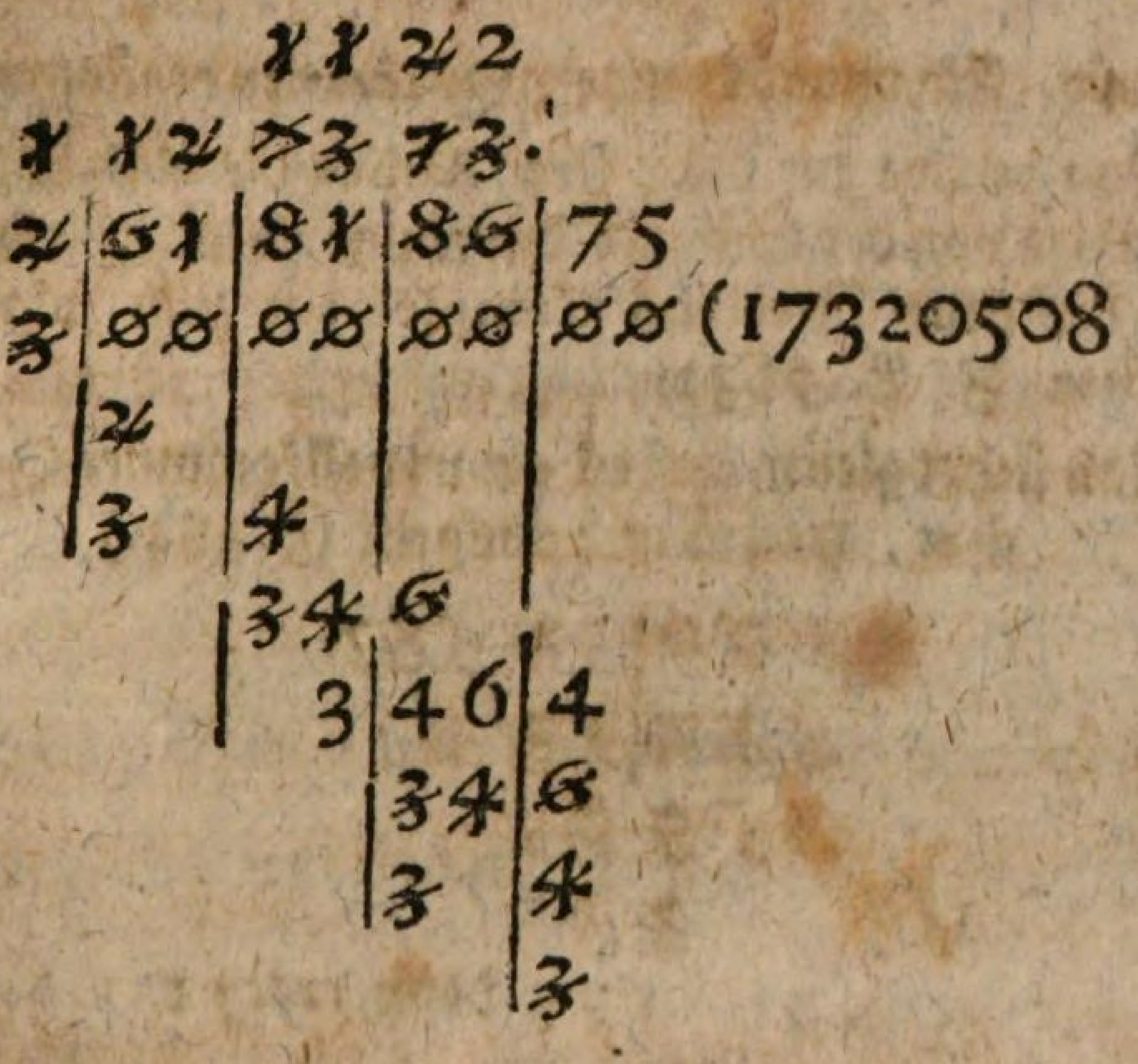
918
1914) 5.54396
17317
19148) 13

In Job. Ludolphi Tetragonometrie findet man dieſe Radicem alsbald durchs aufſchlagen.

Anmerck. 537. Aus welchen Zahlen oder Buchſtaben keine exacte Radix kan ausgezogen werden, die bemercket man nur mit einem R oder $\surd$ (ſo Signum Radicale genannt wird) als $\surd ab$ bedeutet die Quadrat-Wurtzel aus ab. $\sqrt[3]{ccd}$ zeiget, daß aus ccd die Cubic-Wurtzel zu nehmen ſey. $m\surd y$ will andeuten, daß man aus y radicem quadratam extrahiret, und ſie mit m multipliciret habe, und ſagt man y ſtehe unter, und m auſſer dem Zeichen.

538.

538. Wenn man aus 3 oder 300 *Rad. quadr.* ziemlich genau will heraus ziehen, kan man in Ermangelung groſſer Tabellen auch *Walliſii Compendium* gebrauchen. * Nehmlich man ſetzet unterſchiedliche paar Nullen hinan, und *extrahiret* nach dem 532 §. endlich ſo man mit dem gröſten *Duplo* unter das letzte Glied gekommen, *dividiret* wieder mit den vorigen *Duplis* in die letzten *Dividuos*, ſo weit es will zu reichen, auf dieſe Art findet man √3 bey nahe = 1 7330508. Vortheil.



539. So nach geſchehener *Extraction* in gantzen Zahlen nicht alles aufgehet, ſo iſt die gegebene Zahl ein unvollkommen *Quadrat*, und kan niemahls eine *exacte Radix* daraus gezogen werden. Denn ſo $b < c$, ſetze man die völlige *Radix* wäre $= a\frac{b}{c}$, ſo wäre ihr *Quadrat* $= a^2 + 2\frac{ab}{c} + (\frac{b}{c} \cdot \frac{b}{c})$ (§. 479.) Ein Bruch aber mit einen Bruch *multiplicirt*, iſt iederzeit weniger, als Lehrſatz.

* *Vid. Walliſii Treatiſe of Algebra pag.* 29.

eine Unität (§. 96.) und bleibt alſo immerdar ein Bruch, (§. 12.) Folglich wird dieſes Quadrat mit dem Bruch niemahls einer gantzen Zahl gleich (§. 10.) und daher kan auch die völlige Radix nicht $a\frac{b}{c}$ oder eine gantze Zahl mit einem Bruch ſeyn. (§ 473.) Und dieſes iſt auch bey den Extractionen aus denen übrigen Potentzen alſo zu verſtehen.

44. Aufgabe.

44. Aufgabe.

540. Ein unvollkommen Quadrat zu ergäntzen.

Man addire zur doppelten Radice die Unität, und ſubtrahire von der Summe dasjenige, ſo überblieben, ſo giebt der neue Reſt das Complement zum folgenden Quadrat. Z. E. 7632.

Man ſiehet gleich, daß es ein unvollkommner Quadrat, weil es in 2 ausgeht (§. 484.)

```
     76 | 32 (87
     12 | 13
          56
16)        3
         175 dopp. rad. + 1
Hiervon 63 ſubtr. reſt. 112
                          add.
kommt das vollk. □ 7744, deſſen Wurtzel 88 iſt.
```

Beweiß.

Es ſey ein unvollkommen Quadrat $= a^2+b$, ſo iſt rad. $= a$ und reſtiret b, dieſes von $2a+1$ ſubtr. läſt $2a+1-b$ hierzu das unvollkommene Quadrat add. a^2+b giebt a^2+2a+1 vor das folgende Quadrat, deſſen Wurtzel $= a+1$ (§. 479.)

541. Auch ſiehet man hieraus, daß nach geſchehener Extraction nicht mehr, als höchſtens die doppelte Wurtzel kan übrig bleiben. Zuſatz.

542. So kan man auch das unvollkommene Quadrat $x^2 + ax$ ergäntzen, wenn man noch das Quadrat von $\frac{1}{2}a$, das iſt: $\frac{1}{4}aa$ darzu thut. Denn alſo iſt die völlige Radix davon $= x + \frac{1}{2}a$. (§. 479.) Zuſatz.

543. Auf gleiche Weiſe ergäntzet man auch das unvollkommene Quadrat $n^2 + 1n$, nehmlich eine Pronic-Zahl, (§. 477.) Wenn man noch das Quadrat von $\frac{1}{2}$, das iſt $\frac{1}{4}$ darzu thut, ſintemahl $\sqrt{n^2 + 1n + \frac{1}{4}} = n + \frac{1}{2}$ (§. 532.) Zuſatz.

544. Dahero kan man aus ieder Pronic-Zahl die Wurtzel gar leichtlich ziehen, wenn man $\frac{1}{4}$ addiret, rad. quadr. extrahiret, und letzlich von der gefundenen Radice noch $\frac{1}{2}$ ſubtrahiret, als aus 72 die Pronic-Wurtzel zu bekommen, addire man $\frac{1}{4}$, werden $\frac{289}{4}$ davon rad. quadr. $= \frac{17}{2}$ Reſt $\frac{16}{2} = 8$. Zuſatz.

545. Weil eine iede Trigonal-Zahl eine halbe Pronic-Zahl iſt, (§. 521. 517.) ſo darff man nur iede 3 Eck-Zahl dupliren, und daraus Radicem pronicam extrahiren, ſo giebt ſie die Trigonal-Wurtzel, oder welches gleichviel, Zuſatz.

die Anzahl ſo vieler Naturalium, als zu einer gegebenen Summe gehören.

Anmerck. 546. Daß die Quadrat-Zahlen und ihre Tabellen auch einigen Nutzen in der gemeinen Multiplication haben, zeiget Joh. Ludolphus, ehemahliger Prof. Mathes. in Erfurth * in folgender

45. Aufgabe.

45. Aufgabe. Die gröſſern Zahlen vermittelſt der Quadrat-Taffeln in einander zu multipliciren.

Man addire beyde Factores, halbire die Summe, und ſchreibe aus den Tabb. ſolcher Helffte Quadrat.

Hernach ſubtrahire man den kleinern Factorem von obiger halben Summa, und ſchreibe aus den Tabb. der Differentz Quadrat unter voriges.

Endlich ſubtrahire man dieſe zwey Quadrata von einander, ſo giebt der Reſt das geſuchte Product. Z. E. Man multiplicire

	72314		
mit	35246		
	107560		
2)	53780	□	2892288400
	18534	□	343509156
		Fac.	2548779244

* V. Joh. Ludolphi Tetragonometria pag. 48. ſeqv.

Be-

Beweiß.

Es ſeyen die 2 Factores a und b,

ſo iſt $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{a^2+2ab+b^2}{4}$ (§. 483.)

$\frac{a+b}{2} - \frac{2b}{2} = \frac{a-b}{2}$ deren Quadrat iſt $=$

$\frac{a^2-2ab+b^2}{4}$ dieſes von

obigen ſubtrahirt, läſt $\frac{4ab}{4} = ab.$

(§. 360.)

46. Aufgabe.

547. Zu finden, ob eine ungrade ſchwehrtheilige Zahl einige Factores hat, oder ob ſie eine Prim-Zahl iſt? 46. Aufgabe.

Hiervon iſt ſchon oben im 397 §. gedacht worden, und gehört dieſes Problema auch mit zur Nutzung der Quadrat-Taffeln:

Man ſubtrahire die vorgegebene Zahl, (ſo ſie nicht ſelbſt eine Quadrat-Zahl iſt,) von denen nechſtfolgenden gröſſern Quadraten, ſo lange biß der Reſt ein vollkommen Quadrat, ſo giebt des gröſſern Wurtzel + des kleinern Wurtzel den gröſſern Factorem, und des gröſſern Wurtzel -- des kleinern Wurtzel, den kleinern Factorem.

Iſt aber des gröſſern Wurtzel - des kleinern Wurtzel $= 1$, ſo iſt die vorgegebene Zahl eine Prim-Zahl. (§. 288.)

Z. E.

Z. E. Man ſehe, ob 1961 Factores hat?

das gröſſere □ = 2025 deſſen Rad. = 45 = 45

ſubtr. komt ein vollk. □. 64 deſſen Rad. = +8 und -8

Demnach ſind die Factores = 53 und 37

Desgleichen probire man die Zahl

	779
das nechſt gröſſere □	784
Diff.	5
das folgende:	841
Diff.	62
das folgende:	900 deſſen Rad. 30 = 30
kommt 1 vollkomen □	121 deſſen Rad. 11 = 11

Folglich ſind die Factores davon 41 und 19

Beweiß.

Es ſey die Summe der geſuchten Factorum $= 2x$
und ihre Differentz $= 2y$,
ſo iſt der gröſſere $= x + y$
und der kleinere $= x - y$ (§. 262.)

und ihr Factum $= x^2 - y^2$. (§. 235.)

Demnach iſt $x^2 - y^2 =$ der vorgegebenen Zahl. (§. 263.)

Subtrahiret man nun die gegebene Zahl von einem gröſſern Quadrat x^2, und iſt der Reſt ein kleiner Quadrat y^2, ſo geben beyder Wurtzeln $x+y$ und $x-y$ die beyden Factores wie zuvor.

548.

548. So man ſiehet, daß ſich eine Differentz in 2. 3. 7 oder 8 endigen wird, låſſet man ſolch gròſſer Quadrat ſo gleich hinweg, und nimmt das folgende, (§. 484.) Als weil im letzten Exempel 9 von 11, 2 reſtiret kan man das Quadrat 841 ſtracks übergehen, welches auch ein nöthiges Compendium in dieſer Operation iſt. Vortheil

549. Sonſten haben ſchon der Herr von Leibnitz und der Herr Brunet angemercket, daß alle Prim-Zahlen, (ſo über 5) wenn man 1 oder 5 davon ſubtrahiret, mit 6 diviſibel ſeyn, das iſt, die vorhergehende oder die darauf folgende grade Zahl muß kein ander Collect haben, als das mit 3 diviſibel iſt, (§. 396. 6.) Auch kan alſo das Collect einer Prim-Zahl niemahls mit 3 aufgehoben werden, und können ſich die Prim-Zahlen nur in 1, 3. 7. oder 9 endigen. (§. 396.) * Anmerck.

47. Aufgabe.

550. Aus einer gegebenen Zahl die Cubic-Wurtzel zu extrahiren. 47. Aufgabe.

1.) Fange man von der Rechten gegen die Lincke an, und entſcheide die vorgegebene Zahl, ſo weit es reichen will, zu drey und drey in Glieder.

2.) Vom erſten Gliede ſchreibe man die nechſte Wurtzel in Quotienten, und ſubtrahire von ſolchem Glied ihren Cubum.

3.) Den gefundenen Quotienten, desgleichen ſein Quadrat ſetze man Linckerhand bey Seite, triplire beyde, und ſchreibe zum Triplis der Ordnung wegen eine Unitåt.

4.) Setze man in Gedancken das gròſſere Triplum mit ſeiner letzten Ziffer unter die erſte Zahl des folgenden Glieds, und dividire damit in den ſo weit erreichten Dividuum, wie gewöhnlich, ſo kommt der neue Quot.

* Journal des Sçavans. 1678. pag. 380.

5.) Schrei-

5.) Schreibe man des neuen Quots-Gehalt, wie auch ſein Quadrat, und ſeinen Cubum von forne her unter die vorher geſetzte Tripla und Unität, multiplicire mit ieden was oben ſtehet, und ſubtrahire die drey Facta nach der Reihe, wie ſonſt.

6.) Sind mehr als zwey Glieder, ſo nehme man den gantzen Quotienten, und verfahre wieder damit, wie von No. 3 an gemeldet.

Wem er anſtehet, kan folgenden Gedächtnis-Reim davon behalten:

Entſcheidet 3 und 3. Vom erſten Gliede ſchreibt
Die nechſte Wurtzel. Merckt, was von dem Cubo bleibt,
Den Quot und ſein Quadrat ſetzt lincks, und ſie tripliret,
Zum Triplis ſchreibet Eins. Mit gröſſerm dividiret.
Des neuen Quots Gehalt, Quadrat und Würffel-Zahl
Setzt ab. Was drüber mehrt. Zieht ab'dis allzumahl.

Z. E. Einer hat 12167 würflichte Steine, will daraus einen groſſen Cubum formiren, wie viel müſſen auf eine Seite kommen? Fac. 23.

```
  12|167 (23.
  ,,|,,,
   4|52
   ,|,,
```

4	2		(3
12	6	1	
3	9	27	
36	54	27	

Nehmlich die nechſte Wurtzel aus 12, iſt 2, ihr Cubus 8 davon abgezogen, bleibt 4. Der Quot und ſein Quadrat (2 und 4) triplirt, bringen 12, 6 und hierzu ſchreibet man 1.

Mit

Mit dem gröſſern Triplo (12) dividirt man in 41, kommt der neue Quot 3. Deſſen Gehalt, Quadrat- und Cubic-Zahl (3. 9. 27) ſetzet man unter, und multiplicirt damit was drüber ſtehet, kömmmt 36, 54 und 27. Die Facta werden nach der Reihe abgezogen, 36 von 41 läſt 5, 54 von 56 läſt 2, und 27 von 27 geht auf.

Wäre nun noch ein Glied in der vorgegebenen Zahl übrig, ſo ſetzte man 23 und das Quadrat davon lincker Hand bey ſeite, und triplirte von neuem wie zuvor, u. ſ. w.

Beweiß.

$$a^3 \,|\, + 3aab + 3abb + b^3 \; (a+b$$

Der Quot und ſein Quadrat:

$$\begin{array}{llll} a^2 & a & & \\ \hline \text{Tripla: } 3a^2 & 3a & 1 & (3 \\ b & b^2 & b^3 & \\ \hline 3a^2b + & 3ab^2 + & b^3 & \end{array}$$

b^3 aufeinander folgende Potentzen von b.

Die drey Facta. (§. 490. 531.)

551. Aus groſſen Zahlen laſſen ſich durch Hülffe der Cubic-Taffeln (ſo biß 1000 gehen,) ſo gleich 3 Ziffern der Radicis auf einmahl finden, und mit dieſem gefundenen Quotienten procedire man wieder von No. 3 anfangende ꝛc. Anmerck.

552. Oder man kan auch des Herrn de Lagny Manier gebrauchen, * da nur die Wurtzel von zweyen Ziffern aufgeſchlagen, der nechſt wenigere Cubus abgezogen, und die Differentz zum Triplo dieſes Cubi addirt wird, ſo kömmt ein beſonderer Diviſor. Dann multipliciret man die geſetzten 2 Quots-Ziffern mit der Differentz, addiret Anmerck.

* V. Method. de Mr. de Lagny pour l'approximation des Racines Cubiques, Journ. des Sçav. 1691. p. 297. ſ.

zum

zum Facto ſo viel Nullen, als noch Glieder übrig, und dividiret dieſes mit dem vorhin gefundenen beſondern Diviſore, ſo kommen die übrigen Ziffern, die man zur Wurtzel noch muß hinan ſchreiben.

ist Rad. Cub.

Z. E. Aus 959|985|256|734|003 (98|647
Cub. Min. = 941|192|

Differ. 18793

2842369)
Der beſondere Diviſor.

150344
169137

1841714000 (647

667538647

13639222

5421085

226087

85973

29132

701

Zuſatz. 553. Von der Radice r iſt der Cubus $= r^3$ und von der Radice $r + 1$ iſt der Cubus $= r^3 + 3r^2 + 3r + 1$ (§. 490.) Daher iſt der folgende gröſſere Cubus allezeit um das 3 fache Quadrat, und die 3 fache Wurtzel + 1 gröſſer, als der vorhergehende. Folglich kan nach geſchehener Extraction aufs höchſte nicht mehr, als die 3 fache Pronic-Zahl der gefundenen Wurtzel überbleiben. (§ 477.)

554. Weil auch die vorige Differenz $= r^2 + 2r + 1 + 2r^2 + r$ und $r^2 + 2r + 1 = (r+1)^2$ (§. 479.) ſo differiren auch zwey auf einander folgende Cubi um das Quadrat des gröſſern,, um das doppelte Quadrat des kleinern,, und um die kleinere Wurtzel, demnach kan man vermittelſt der Quadrat-Taffeln die Cubic-Taffeln bloß addendo continuiren. Anmerck.

555. Es hat auch der Herr de la Hire obſerviret,* daß die Differenz zweyer Cuborum mit 6 dividirt, und der Reſt zu des kleinern Wurtzel addirt, die Wurtzel des gröſſern Cubi gebe, wenn ſie kleiner iſt, als 6 + des kleinern Wurtzel: Oder in dem man noch 6 oder ein Multiplum von 6 dazu thut, wenn ſie gröſſer iſt. Z. E. Wann 3375 ein vollkommener Cubus, ſubtrahiret man davon: Anmerck.

1000

bleibt 237(5(395

divid. mit 6) 53

Deſſen Rad. 10

+ 5 =

15

Als der Cubic-Wurtzel von 3375.

Hätte man nach Belieben, einen kleinern Cubum, als z. E. 512 von 3375 ſubtrahirt, und die Differenz 2863 mit 6 dividirt, reſtirete 1, dis zur kleinern Wurtzel 8 macht 9, iſt aber noch zu wenig, derowegen thut man noch 6 dazu, kommt auch 15. Den Beweiß und mehr dergleichen Propoſitiones findet man am angezogenen Ort, allwo auch angemercket wird, daß alle Cubic-Reſte nach der Diviſion mit 6 + einem Simplo oder Multiplo von 6 die Wurtzel des dividirten Cubi müſſen zum Vorſchein brin-

* Memoires de l' Academ. Royal. des Scienccs 1704. pag. 477.

gen. Denn es iſt eben ſo viel, als wenn man (von der Wurtzel o) den Cubum o aus der gegebenen Cubic-Zahl ſubtrahiret hätte.

48. Aufgabe.

556. Einen unvollkommenen Cubum zu ergäntzen.

Man triplire die gefundene Wurtzel, desgleichen ihr Quadrat, und ſubtrahire von deren Summe das gebliebene Reſiduum $\div$ 1, ſo giebt der Reſt das Complement zum folgenden Cubo, deſſen Radix nehmlich um 1 gröſſer iſt, als die extrahirte. Z. E. Aus dem unvollkommenen Cubo: 12453 iſt Rad. Cub. 23, und das Reſiduum 286. Das 3 fache Quadrat von 23 iſt 1587 und die 3 fache Wurtzel 69, thut zuſammen 1656, (oder kürtzer:

Die 3 fache Pronic-Zahl von 23 iſt	1656
hiervon das Reſid. - 1.	285
reſtiret das Complement:	1371
Hierzu die gegebene Zahl:	12453
giebt den völligen Cubum von 24 =	13824.

Beweiß.

Es ſey der unvollkommene Cubus $= a^3 + b$

ſo iſt die Rad. a und das Reſid. b. und die 3 fache Pronic-

Zahl der Wurtzel =	$3a^2 + 3a$
hiervon ſubtr.	$b - 1$
Reſt:	$3a^2 + 3a - b + 1$
Hierzu der unvollkommene Cub.	$a^3 + b$
kömmt:	$a^3 + 3a^2 + 3a + 1$
Deſſen Radix	$= a + 1$ (§. 490.)

49. Auf-

49. Aufgabe.

557. Die Wurtzeln aus denen höhern Potentzen zu extrahiren. 49. Aufgabe.

Man analyſire ihre Theile in eben der Ordnung wie oben in dem Beweiß der Cubiſchen Extraction §. 550. geſchehen, ſo wird man von ſich ſelbſten die auf einander folgende Reguln zu denen höhern Ausziehungen finden. Z. E. So man aus

$$a^4 | + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \ (a + b$$

Radicem Quadrato-Quadratam verlanget, ſo ſetze man die niedrigen Potentzen des erſten Theils der Wurtzel bey Seite, multiplicire ſie mit mit denen dazu gehörigen Zehlern oder Untzen, und henge wie der die Unität an. Dann dividire man mit dem erſten Multiplo, (als hier mit $4a^3$) und ſetze vom andern Theil der Wurtzel (b) alle aufeinander folgende Potentzen darunter, multiplicire was drüber ſtehet, und ziehe es nach einander ab. Z. E. Hier ſetze man

$$\begin{array}{cccc} a^3 & a^2 & a & \\ \hline 4a^3 + & 6a^2 + & 4a + & 1 \\ b & b^2 & b^3 & b^4 \\ \hline \end{array} \ (4,6,4$$

kömmt der gantze Abzug: $4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

Und alſo mit ſubſtituirten Ziffern auch in andern Poteſtäten.

558. Wo ſich der Exponente einer Poteſtät mit 2 oder 3 aufheben läſt, da kan man auch durch wiederhohlte Extraction der Quadrat- oder Cubic-Würtzel die höhere Radicem heraus bekommen, wie P. Lamy angemercket, * Sintemahl $b^4 = b^2 . b^2$. Desgleichen $n^8 = n^4 . n^4$ Vortheil.

* Vid. Bern. Lamy Elemens des Mathemat. Liv. II. Sect. III. c. 5.

und $n^{12} = n^6 . n^6$ oder $n^4 . n^4 . n^4$ (§. 235.) Alſo findet man die Quadr. Quadrat-Wurtzel aus 104976 durch 2 mahlige Extraction gar leichte:

```
       10|49|76 (3|24 (18.
       ,,|,,|,,   ,|,,
6)      1|25|1    2|6
        ,|,,|,    ,|,
64)       1
          ,
               2)
```

50. Aufgabe.

50. Aufgabe. 559. Aus der gegebenen Summe von einer Reihe Æquidifferentium, wie auch dem erſten Termino und der Differentz, den letzten Terminum zu finden.

1.) Subtrahire man die Differentz vom doppelten erſten, (oder dieſen von jener,) multiplicire das Reſiduum mit ſich ſelbſt, ſo kommt ein Quadrat.

2.) Multiplicire man mit der 8 fachen Differentz die Summe der Æquidifferentium, und addire hierzu voriges Quadrat.

3.) Aus dieſem Aggregato extrahire man Radicem Quadratam, ſubtrahire hiervon die Differentz, und halbire den Reſt, ſo giebt die Helffte den letzten Terminum.

Z. E. Es wird ein Brunnen gegraben viele Lachtern tieff, die erſte Lachter koſtet 12 Gr. die folgende allemahl 8 Gr. mehr, die gantze Tieffe aber koſtet zuſammen $32\frac{1}{2}$ Thl. wie hoch kömmt die letzte oder tieffeſte Lachter zu ſtehen? Fac. 108 Gr. oder $4\frac{1}{2}$ Thl.

Die

Die Differentz vom doppelten erſten Subtr. = 16

deren Quadrat = 256

$32\frac{1}{2}$ Thl. = 780 Gr. dieſe multipl. mit 64 = 49920

50176

Hieraus Rad. Quadr. = 224

.8 ſubtr.

Halb. 216

Fac. 108 Gr.

Beweiß.

Weil iede Summe aller æquidifferentium überhaupt =

$$\frac{n^2 d + 2np - nd}{2}$$ (§. 519. in fine.)

und der letzte Terminus iederzeit = $nd - 1d + p$ (§. 511.) ſo kan auch in genere bewieſen werden, daß durch vorige Operation allemahl ſolcher letzte heraus kömmt, denn wenn der erſte = p und die Differentz = d, ſo iſt das Quadrat von $d - 2p$ (oder welches eins) von $2p - d = d^2 - 4pd + 4p^2$ (§. 533.)

Das Factum aus der 8fachen Difference ($8d$) in die Summe iſt

$$= \frac{8n^2d^2 + 16npd - 8nd^2}{2} =$$

$$4n^2d^2 + 8npd - 4nd^2$$

Hierzu addire man das vorige Quadrat, kommt das Aggregat:

$$4n^2d^2 + 8npd - 4nd^2 + d^2 - 4pd + 4p^2.$$

Hieraus Radix Quadrata $= 2nd - d + 2p$ (§. 532.)
hiervon ſubtr. d

Reſtiret: $2nd - 2d + 2p$, davon
die Helffte genommen giebt: $nd - 1d + p$. nehmlich
den letzten Terminum.

51. Aufgabe.

51. Aufgabe. 560. Wenn aus einer Serie æquidifferentium der erſte, die Differentz, und die Summe bekannt, die Anzahl aller Terminorum zu finden.

1.) Erfinde man den letzten, nach voriger Augabe.

2.) Addire hierzu den erſten, und mit dem Aggregat dividire man in die Summe der gegebenen Reihe, ſo kömmt die halbe Anzahl aller Terminorum. Oder man dividire dem halben Aggregat, ſo kommt der gantze Numerus Terminorum.

Als ſo man wiſſen wolte, wie tieff voriger Brunnen geweſen, addiret man den letzten

	108
und erſten	12
kommt das Aggreg.	120

2) 60) 780 (Fac. 13. Lachtern.

Beweiß.

So man das Symbolum generale von allen dergleichen Summen, (§. 519. in fin.) nehmlich $(n^2d + 2np - nd) : 2$ mit dem allgemeinem halben Aggregat des erſten und letzten, nehmlich mit $(nd - d + 2p) : 2$ dividiret, kommt n, welches eben der Numerus aller Terminorum iſt.

561. Und hieraus flieſſet eine in Figürlichen Zahlen höchſt nöthige

52. Aufgabe.

Aus einer ſimplen Polygonal-Zahl, deren Winckel-Zahl und Inhalt gegeben, Radicem Polygonalem zu extrahiren.

1.) Man nehme die (Winckel-Zahl - 2) achtfach, multiplicire damit die Polygonal-Zahl, und addire hierzu das Quadrat (der Winckel-Zahl - 4.)

2.) Aus dem Aggregat extrahire man Radicem Quadratam, ſubtrahire hiervon die (Winckel-Zahl - 2) und halbire den Reſt, ſo kömmt der letzte Gnomon Polygonalis. (§. 559.)

3.) Hierzu addire man 1, und mit der Helffte dividire man in den gegebenen Polygonum, ſo kommt deſſen Seite.

Z. E. Aus 276 ſoll man die ſimple Hexagonal-Wurtzel ziehen.

276 (4
1104 (8
8832
4
88|36 (94
18) 7 1 4
3 90
2) 45.

Iſt alſo der letzte Gnomon Polygonalis = 45
1
46
2) 23) 276 (12 Radix Hexagonalis.
4

Beweiß.

Der letzte Gnomon jeder ſimplen Polygonal-Zahl P iſt $= \frac{\sqrt{8dP + (d-2)^2} - d}{2}$ §. 523. und 561.

So man nun vor d, (nehmlich vor die Differentz,) w-2, und vor d - 2, die Winckel-Zahl - 4 ſubſtituiret, (§. 522.) kömt gleicher Geſtalt der letzte Gnomon. Additet man zu dieſem den erſten, 1, und dividiret mit der halben Summe in den gegebenen Polygonum, ſo kommt die Anzahl aller Gnomonum oder Terminorum, (§. 560.) oder welches einerley das Latus Polygoni. (§. 521.)

53. Aufgabe.

53. Aufgabe. 562. Aus einer gegebenen Polygonal- Central-Zahl die Wurtzel oder Seite zu finden.

1.) Multiplicire man die Winckel-Zahl mit ſich ſelbſt, ſo kommt ein Quadrat.

2.) Mit der 8 fachen Winckel-Zahl multiplicire man die (gegebene Polygonal-Central-Zahl $\div$ 1) und addire voriges Quadrat.

3.) Aus dieſem Aggregat extrahire man Radicem Quadratam, ſubtrahire die Winckel-Zahl, und halbire den Reſt, ſo giebt die Helffte den letzten Perimetrum polygonalem.

4.) Hierzu addire man die Winckel-Zahl, und mit der halben Summe dividire man in (die gegebene Polyg. Central-Zahl - 1) ſo giebt der Quotus + 1 die verlangte Seite.

Z. E. Man ſoll aus der Pentag: Centr. Zahl 31 die Seite berechnen.

$5^2 = 25.$ | $40 \cdot 30 = 1200$ | $1200+25$ oder 1225 giebt die Quadrat-Wurtzel 35. | $35 - 5 = 30$ | 15. Perim. Polyg. $15+5 = 20.$ | 10) 30 (3 | | $3 + 1 = 4.$ vor die geſuchte Seite.

Der Beweiß folget aus dem 527. - 528 §. wie auch dem 559 und 560.

563.

563. Man kan auch ſo gleich den gefundenen Perimetrum polygonalem mit der Winckel-Zahl dividiren, und 1 addiren. (§. 529.) Zuſatz.

564. Ein Numerus altero latere longior iſt eine ablange Flächen-Zahl, deren eine Seite länger iſt als die andere. (§. 59.) Als 15 iſt dergleichen Flächen-Zahl, deren Seiten 3 und 5 ſind. Erklär.

54. Aufgabe.

565. Aus einer ablangen Flächen-Zahl die Seiten zu finden, wenn deren Differentz gegben. 54. Aufgabe.

Man addire das Quadrat der halben Differentz zur gegebenen Zahl, extrahire Radicem Quadratam, ſo giebt ſie + der halben Differentz die lange, und − der halben Differentz, die kurtze Seite. Z. E. Der ablangen Zahl 112 verlangte Seiten differiren um 6, wie lang iſt iede?

112 + 9 = 121, deren Radix 11 + 3 giebt die lange Seite 14,

und 11 - 3 die kurtze 8. Nehmlich 8.14 = 112.

Beweiß.

Es ſey die gegebene Zahl = n, die Summe der Seiten = $2x$ und die Differentz = $2d$,

ſo iſt $x + d$ die lange Seite.
und $x - d$ die kurtze. (§. 262.)

Folglich die Zahl $n = x^2 - d^2$,

Und daher das Quadrat $x^2 = n + d^2$ (§. 244.) Nimmt man nun die Quadrat-Wurtzel aus $n + d^2$, ſo kömmt die Seite des Quadrats x^2, nehmlich x (§. 242.) zu welcher die halbe Differentz addirt, die lange, und ſubtrahirt, die kurtze Seite giebt.

Hierauf folget die §. 469. erwehnte Tabula
Num. Figur.

Erklär. 566. Ein Gnomon Potentialis iſt die Differentz einer vorhergehender von der ihr folgenden Potentz.

Z. E. Bey den andern Potentzen iſt das Quadrat von $0 = 0$ von $1 = 1$ von $2 = 4$ von $3 = 9$, und alſo ſind die Gnomones Quadratorum: 1, 3, 5 ꝛc.

Zuſatz. 567. Die Gnomones Potentiales werden demnach überhaupt gefunden, wenn man die undeterminirte Potentz n^m von der ihr folgenden $(n + 1)^m$ ſubtrahiret. Weil aber die Unität nicht multipliciret, ſo iſt dieſe letzte, nehmlich $(n + 1)^m$ (nach dem 501 §.) =

$$n^m + \frac{m}{1} n^{m-1} + \frac{m}{1} \cdot \frac{m-1}{2} n^{m-2} + \frac{m}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-2}{3} n^{m-3}$$
$$\&c. + 1$$

Nimmt man nun die vorhergehende n^m von dieſer hinweg, ſo reſtiret der Gnomon Potentiarum univerſalis =

$$\frac{m}{1} n^{m-1} + \frac{m}{1} \cdot \frac{m-1}{2} n^{m-2} \;\&c.\;\&c. + 1.$$

Zuſatz. 568. Und daher ſind inſonderheit die Gnomones

$$\text{Quadratorum} = \frac{2}{1} n^{2-1} + 1 = 2 n^1 + 1$$

$$\text{Cuborum} = \frac{3}{1} n^2 + \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{2} n^1 + 1 = 3n^2 + 3n^1 + 1$$

Qr.

$$\text{Qv. Quadrat} = \frac{4}{1}n^3 + \frac{4.3}{1.2}n^2 + \frac{4.3.2}{1.2.3}n^1 + 1 =$$

$4n^3+6n^2+4n^1+1$ und ſo weiter, (§. 496.)

569. Alſo giebt ieder Gnomon zur vorhergehenden Zuſatz-Potentz addirt, die folgende, deren Wurtzel um 1 gröſſer iſt. (§. 255.) z. E. Wenn $n = 13$ und $n^2 = 169$, ſo iſt das folgende Quadrat um $2n+1$ oder 27 gröſſer, nehmlich das Quadrat von 14 iſt $= 169+27 = 196$. Wenn $n = 0$ iſt, ſo iſt der erſte Gnomon in allen Potentzen $= 1$, und deswegen iede Potentia Unitatis $= 1$.

570. So vor die anfänglichen Potentzen folgende Zuſatz-Sätze oder Reihen von 0 angefangen werden, und die letzte Local-Zahl n iſt, ſo iſt die Anzahl aller Gnomonum oder Terminorum $= n+1$, und ſtehen ſie in der Ordnung alſo:

I. Potentzen oder Naturales.

Local-Zahlen.	Gnomones.	Natur.
0	1	1
1	1	2
2	1	3
ſo nun 3	1	4
der letzte 4	1	5

$= n$ ſo iſt: $\int n^0 = 4 = (n+1)^1 - 1$

II. Potentzen oder Quadrata.

Loc. Zahlen	Membra Gnomonum			Gnomones	Quadr.
0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	3	4
2	2	2	1	5	9
3	3	3	1	7	16
4	4	4	1	9	25

ſo $n = 4$ ſind $2\int n^1 + \int n^0 = 24 = (n+1)^2 - 1$

III.

III. Potentzen oder Cubi.

Loc. Zahlen	Membr.	Gnomonum				Gnomonas	Cubi.
0	0	0	0	000	1	1	1
1	1	1	1	111	1	7	8
2	4	4	4	222	1	19	27
3	9	9	9	333	1	37	64
4	16	16	16	444	1	61	125 ꝛc.

ſo $n = 4$ ſind $3\int n^2 + 3\int n^1 + \int n^0 = 124 = (n+1)^3 - 1$

Und alſo auch immerfort mit denen übrigen Potentzen.

Nehmlich wenn man in vorhergehenden Reihen die Gnomones von forne her, oder gantz von oben herunter ſummiret, ſo kommt iedesmahl die ſo vielſte Potentz, als man in allen Gnomones oder Terminos genommen hat, z. E. wenn man den erſten und andern Gnomonem addirt, kommt die Potentia Binarii, ſo der Local-Zahl 1 gegen über ſtehet, addirt man die erſten drey, kommt die Potentia Ternarii, ſo der Local-Zahl 2 gegen über ſtehet ꝛc. Folglich geben $n+1$ Gnomones die Potentz von $(n+1)$ ſo der Local-Zahl n gegen über ſtehet.

Daferne man aber bey den letzten Gnomonibus anfängt, und ſummiret von unten hinauf nur ſo viel Gnomones, als die letzte Local-Zahl n andeutet, ſo iſt der Gnomon von der Nulle oder Zero, (nehmlich die Unität, oder die Unitäts-Potentz nicht dabey,) und daher iſt die Summatio n Gnomonum = ihrer Potentz von $(n+1) - 1$.

55. Aufgabe.

55. Aufgabe. 571. Die Potentzen der Naturalium zu ſummiren.

1.) Setze man die Summe der nach einander folgenden niedrigern Potentzen, wie auch der Unitäten, und ſo gar auch die Unität ſelbſten in einiger Weite von ein-

an-

ander, als ſo man z. E. die Cubos ſummiren will, ſchreibe man:

$$\int n^2 \quad \int n^1 \quad \int n^0 \quad 1$$

2.) Von der Rechten gegen die Lincke, und zwar bey der Unitäten-Summe fange man an, ſchreibe vor ſie die gehörigen Untzen, (hier des Cubi) nehmlich 1. 4. 6. 4) ſo weit ſie reichen wollen, und ſetze vor iede das Signum - kömmt

$$-6\int n^2 - 4\int n^1 - 1\int n^0 - 1$$

3.) Erhebe man (die gröſte Wurtzel † 1) auf die um einen Grad höhere Potentz, und ſetze ſie voran, dann giebt die gantze Expreſſion ſo viel Summen der vorgegebenen Potentzen (hier der Cuborum) als der letzt erhöheten Potentz Exponente Unitäten hat, kömmt:

$$(n+1)^4 - 6\int n^2 - 4\int n^1 - 1\int n^0 - 1 = 4\int n^3$$

Der Beweiß gründet ſich auf die durchgängig einerley Summationes der Gnomonum potentialium, als weil der Gnomon univerſalis der andern Potentz $= 2n + 1$ (§. 568.) n Gnomones aber, (nehmlich alle ſo denen natürlichen auf einander folgenden Local-Zahlen gegen überſtunden) waren mit ihrer Summe $= (n+1)^2 - 1$

Das iſt: $2\int n^1 + \int n^0$ waren $(n+1)^2 - 1$ (§. 570)

Folglich ſind $2\int n^1 + \int n^0 + 1 = (n+1)^2$ (§. 244.)

Und daher: $2\int n^1 = (n+1)^2 - \int n^0 - 1.$ (§. 254.)

Weiter war das Symbolum Gnomonis Cubici $=$

$$3n^2 + 3n + 1 \text{ (§. 568.)}$$

$(n+1)$

$(n+1)^3 - 1$ aber war $= 3\int n^2 + 3\int n^1 + 1\int n^0$. (§. 570.)

Dahero iſt: $(n+1)^3 = 3\int n^2 + 3\int n^1 + 1\int n^0 + 1$. (§. 244.)

Folglich: $(n+1)^3 - 3\int n^1 - 1\int n^0 - 1 = 3\int n^2$.

Ferner war der Gnom. univ. Qv. Quadraticus $=$

$$4n^3 + 6n^2 + 4n^1 + 1 \quad (§. 568.)$$

Und $(n+1)^4 - 1 = 4\int n^3 + 6\int n^2 + 4\int n^1 + 1\int n^0$ (§. 568. 570.)

Alſo $(n+1)^4 = 4\int n^3 + 6\int n^2 + 4\int n^1 + 1\int n^0 + 1$

Folglich $(n+1)^4 - 6\int n^2 - 4\int n^1 - 1\int n^0 - 1 = 4\int n^3$. u. ſ. w.

Zuſatz. 572. Demnach muß einer die niedrigern Potentzen ſummirt haben, der die Summationes der höhern will vornehmen, und iſt dis eben das vornehmſte Geheimnüß in der Doctrin der Zahlen (ja auch in andern Studiis wie P. Lamy angemercket *) daß man man dasjenige ſtückweiß oder nach und nach verrichtet, was man auf einmahl nicht überſehen kan.

Zuſatz. 573. So man nun die Valores der erſten und vorhergehenden Potentz-Summen bloß nach der undeterminirten Quantität n berechnet, und eine vor die andere ſubſtituiret, ſo kommen die Summationes

I. Der Unitäten, oder $\int n^0 = n$ (§. 570. I.)

II. Der Naturalium, oder erſten Potentzen, und zwar $2\int n^1 = (n+1)^2 - \int n^0 - 1 = n^2 + 2n + 1 - n - 1 =$ $n^2 + n$. folglich $\int n^1 = (n^2 + n) : 2$

* Vid. P. Lamy Elemens des Mathematiques, Lib. I. Sect. I. c. 5. pag. 19.

III.

III. Der Quadratorum oder andern PotenƷen, und zwar

$$3\int n^2 = (n+1)^3 - 3\int n^1 - 1\int n^0 - 1 = n^3+3n^2+3n+1$$

$$- \frac{(3n^2+3n)}{2} - n - 1 = (2n^3+6n^2+6n+2):2$$

$$- (3n^2+3n):2$$

folglich $\int n^2 =$

$$- (2n+2):2$$

$(2n^3+3n^2+n):6.$

$$= (2n^3+3n^2+n):2$$

IV. Der Cuborum oder dritten PotenƷen, und zwar

$$4\int n^3 = (n+1)^4 - 6\int n^2 - 4\int n^1 - 1\int n^0 - 1 =$$

$$(n^4+4n^3+6n^2+4n^1+1)$$

$$- (2n^3+3n^2+n)$$

$$- (2n^2+2n)$$

$$- (n+1)$$

kommen $4\int n^3 = n^4+2n^3+n^2$ folgl. $\int n^3 = (n^4+2n^3+n^2):4.$

V. Der Quadrato-Quadratorum, oder 4ten PotenƷen, und zwar

$$5\int n^4 = (n+1)^5 - 10\int n^3 - 10\int n^2 - 5\int n^1 - \int n^0 - 1 =$$

$(n+1)^5$ aber iſt $=$	$n^5+5n^4+10n^3+10n^2+5n+1 =$
	$(12n^5+60n^4+120n^3+120n^2+60n+12):12$
$-((10n^4+20n^3+10n^2):4)$	$= -(30n^4+60n^3+30n^2):12$
$-(20n^3+30n^2+10n):6)$	$= -- (40n^3+60n^2+20n):12$
$-(5n^2+5n):2$	$= -- (30n^2+30n):12$
$-(n+1)$	$= -- (12n+12):12$
	(§. 359.)
ſind demnach $5\int n^4 =$	$(12n^5+30n^4+20n^3 \quad -2n):12$
folglich $\int n^4$	$= (12n^5+30n^4+20n^3-2n):60$ (§. 372.)
das iſt $\int n^4$	$= (6n^5+15n^4+10n^3-n):30.$ (§. 360.)

IV.

IV. Der Quadrato-Cuborum oder 5ten Potentzen, und zwar

$$6\int n^5 = (n+1)^6 - 15\int n^4 - 20\int n^3 - 15\int n^2 - 6\int n^1 - 1\int n^0 - 1 =$$
$$n^6 + 6n^5 + 15n^4 + 20n^3 + 15n^2 + 6n + 1 =$$

$$(2n^6 + 12n^5 + 30n^4 + 40n^3 + 30n^2 + 12n + 2) : 2$$
$$- \quad (6n^5 + 15n^4 + 10n^3 \qquad - n,) : 2$$
$$- \quad (10n^4 + 20n^3 + 10n^2) \quad : 2$$
$$- \quad (10n^3 + 15n^2 + 5n) \quad : 2$$
$$- \quad (6n^2 + 6n) \quad : 2$$
ſind demnach - $(2n+2) : 2$

$$6\int n^5 = (2n^6 + 6n^5 + 5n^4 \quad - n^2) : 2, \text{ folglich}$$
$$\int n^5 = (2n^6 + 6n^5 + 5n^4 - n^2) : 12. \quad (\S.\ 372.)$$

Und alſo weiter kan man auch mit denen übrigen verfahren.

Exempel. 474. Z. E. So man das erſte Hundert von denen Quadrato-Cubis ſummiren wolte, kommen nach dieſer letzten Formul:

$$
\begin{array}{lr}
2.\ 100^6 = & 2000000000000 \\
6.\ n^5 = & 60000000000 \\
5.\ n^4 = & 500000000 \\
\hline
 & 2060500000000 \\
-\ n^2 = & 10000 \\
\hline
 & 2060499990000 \\
\hline
4) & 515124997500 \\
\hline
3) & 171708332500 = \int 100^5
\end{array}
$$

Anmerck. 575. Uberhaupt darff man auch nur die Summation der undeterminirten Potentzen demonſtriren, und findet man davon nicht allein in Herrn Hof-Rath Wolffs Elem. Math. Univ. * ſondern auch noch eine bequehme Metho-

* Vid. Herrn Hoff-Rath Wolfii Elem. Math. Univerſæ p. 299.

de,

de, ſo der Herr Prof. Richter angewieſen, * und ſie über dieſes noch auf die übrigen Series Figuratas appliciret hat.

576. Indem die andern Series æquidifferentes, (da nehmlich der erſte Terminus mehr als 1, und die folgenden immerfort um den erſten wachſen,) nichts anders, als vielfache Series Naturalium ſeyn, ſo kan man nur die gefundene einfache Summe nachgehends mit der Potentz des erſten multipliciren, dann kömmt die Summe von denen Potentzen der vielfachen Seriei. Zuſatz.

Als ſo von 3, 6, 9, 12, 15 ꝛc. die Quadrata 9, 36, 81, 144, 225, ꝛc.

Iſt ihre Summe (§. 573. III.) $= (2.125 + 3.25 + 5) : 6).9 = 495$ ꝛc.

Denn ſo der

erſte $= e$, ſind von $e1,\ e2,\ e3,\ e4,\ e5$

die Quadrata $= ee1,\ ee4,\ ee9,\ ee.16\ ee.25$ ꝛc.

oder iede Potentz $= e^n 1,\ e^n 2^n, e^n 3_n, e^n.4^n,\ e^n.5_n$ ꝛc.

Folglich da e^n beſtändig einerley, iſt iede gefundene ſimple Summe multiplicirt mit $e^n =$ der geſuchten vielfachen Summe.

577. Wenn man eine Polygonal-Zahl ſo vielmahl auf einander ſetzt, als ihrer Seiten eine Unitäten hat, entſtehet eine Säulen- oder Columnar-Zahl. Z. E. ſo man die Heptagonal-Zahl 55, mit ihrer Seite 5 multipliciret, kommt die Siebeneckigte Columnar-Zahl 275. Erklär.

578. Demnach iſt ihr Symbolum $= ((w-2)n^3 - (w-4)n^2)) : 2$ (§. 523.) Nehmlich man multiplicirt den Cubum der begehrten Seite mit der Winckel-Zahl - 2. Desgleichen dero Quadrat mit der Winckel-Zahl - 4, Zuſatz.

* Vid. Act. Erud. Suppl. Tom. IX. Sect. VIII. p. 339.

ſubtrahiret dieſes Product vom jenem, und halbiret den Reſt.

579. Ein Numerus Pyramidalis iſt derjenige, ſo aus der Addition der Polygonal-Zahlen erwächſet. Z. E. 1.3.6.10 ſind Trigonal Zahlen, davon ſind 1.4.10.20 dreyeckigte Pyramidales. u. ſ. w.

580. Da nun jeder Polygonus $= ((w-2)n^2 - (w-4)n)):2$ (§. 523.) So iſt jede Pyramidal-Zahl $= ((w-2)\int n^2 - (w-4)\int n^1)):2 =$

$$\left((w-2).\frac{(2n^3+3n^2+n)}{6} - (w-4).\frac{(3n^2+3n)}{6}\right):2$$

(§. 573. III. II.)

$$= \frac{(2wn^3 + 3wn^2 + wn - 4n^3 - 6n^2 - 2n - 3wn^2 - 3wn + 12n^2 + 12n)}{} : (6:2)$$

$$= (2wn^3 - 2wn - 4n^3 + 6n^2 + 10n) : (6:2$$

$$= (wn^3 - wn - 2n^3 + 3n^2 + 5n) : 6 \text{ (§. 372. d.)}$$

$$= ((w-2)n^3 + 3n^2 - (w-5)n)) : 6 \text{ oder auch}$$

$$= ((w-2)n) + 3)).n^2 - (w-5)n) : 6$$

Zuſatz. 581. Dahero kan man nach einer gegebenen Seite, (z. E. 8) und der Winckel-Zahl (hier 6.) gar leicht eine Pyramidal-Zahl berechnen, als hier iſt die Hexagonal-Pyramidal-Zahl $= (4.8+3) = 35|.64 = 2240|-8 = 2232|:6 = 372.$

Erklär. 582. So man eine Polygonal-Zahl mit (ihrer Seite - 1) multipliciret, und eben dergleichen Pyramidal-Zahl darzu thut, entſtehet eine Thurmförmliche, oder Pyrgoidal-Zahl.

Zuſatz. 583. Folglich läſſet man ein Glied an der Columnar-Zahl fehlen, wenn man dergleichen Pyramidal-Zahl will darauf ſetzen, als die Pentagonal-Pyrgoidal-Zahl von der Seite 5, iſt $= 35.4 = 140|+75$ (§. 581.) $= 215.$

584. So man die gantze Columnar-Zahl behalten will, ſetzet man dergleichen Pyramidal-Zahl darauf, deren Seite um 1 weniger iſt, als der Columnar-Zahl. Zuſatz.

585. Die Pyramido-Pyramidal-Zahlen, Pyramidales ſecundi entſtehen, wenn wir die erſten Pyramidal-Zahlen von forne her addiren, als die vorigen dreyeckigten Pyramidal-Zahlen: 1, 4, 10, 20 addirt, geben die Triangulares Pyramidales ſecundos: 1. 5. 15. 35 ꝛc. Erklär.

586. Demnach darff man nur das Symbolum der Pyramidal-Zahlen $((w-2)n^3 + 3n^2 - (w-5)n)):6$ ſummiren, ſo giebt $((w-2)\int n^3 + 3\int n^2 - (w-5)\int n^1)):6.$ die generale Expreſſion aller Pyramidalium Secundorum * und ſo weiter. Zuſatz.

587. Der Nutzen der Figürlichen Zahlen iſt weit ausſchweiffend (§. 60.) und braucht man ſie nicht allein in der Berechnung allerhand Spiele, deren mögliche Zuſammenſetzung oder Veränderungen man will einſehen, ſondern auch in vielen Compoſitionen und Diviſionen derer Dinge überhaupt, daher ſie in der Bau-Kunſt zu zierlichen Fußböden, und in der Gärtnerey zu angenehmen Figuren und Setzung der Bäume offtmahls ſehr gute Gelegenheit geben. Anmerck.

Von denen Seiten der unvollkommenen Potentzen, oder denen Irrational-Gröſſen.

588. Latera ſurda, oder Quantitates ſurdæ heiſſen die Wurtzeln, ſo aus denen unvollkommenen Potentzen gezogen werden. Als √18 bedeutet Radicem Quadratam aus dem unvollkommenen Quadrat 18. Erklär.

589. Da nun aus einer Poteſtate imperfecta die Wurtzel weder in Gantzen, noch Gantzen nebſt Bruch genau Zuſatz.

* Mehr davon beſehe man in Herrn Hof-Rath Wolfii Elem. Analyſeos pag. 303.

heraus kömmt, (§. 539.) ſo laſſen ſich die Latera ſurda auch nicht einmahl per Approximationem exacte mit Zahlen ausdrucken, iedoch kan man ſo nahe kommen, daß ſo viel weniger daran fehlt, als man ſich viel will Mühe geben, und wird man unten im Capite Æquationum ſehen, wie z. E. die Cubic-Wurtzel aus 2 beynahe 1 259921

$$\text{oder } 1\frac{259921}{1000000},$$

welches vornehmlich in der Praxi ſchon genug iſt.

Satz. 590. Man exprimiret dahero die Latera ſurda mit einem Radical-Zeichen ($\sqrt{\ }$) ſo ſchlecht weg eine Quadrat-Wurtzel, oben aber mit einer 3 gekrönet, eine Cubic- mit einer 4, eine Quadrato-Quadrat-Wurtzel ꝛc. anzeiget, welche kleine Ziffern über dem Zeichen die Radical-Exponenten heiſſen, und muß man ſich über dem bloſſen Signo $\sqrt{\ }$ iederzeit noch 2 concipiren.

Alſo zeiget $\sqrt[3]{6}$ die Cubic-Wurtzel aus 6 an. $\sqrt[n]{a}$ ſtellet eine undetermirte Wurtzel aus a vor. $2\sqrt{7}$ bedeutet 2 Radices aus dem Quadrat 7. und ſagt man, daß der Zehler (2) auſſer dem Zeichen, die unvollkommene Potentz aber (hier 7) unter dem Zeichen ſtehe. (§. 537.)

Anmerck. 591. Zuweilen muß man der Gleichförmigkeit wegen die Seiten der vollkommenen Potentzen auch mit dergleichen Zeichen exprimiren, als $\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{mm} = m$ $\sqrt[n]{a^n} = a$. $\sqrt[n]{e^n a^n} = ea$. $\sqrt[n]{(a^2b)^n} = a^2b$. Und dieſes ſind nur Latera ſubſtituta, eben ſo, wie offtmahls in Brüchen 3 Gantze durch den Affter-Bruch $\frac{12}{4}$ ausgedrucket werden.

Lehrſatz. 592. Indem die Potentzen aus der continuirlichen Multiplication einer Zahl in ſich ſelbſt ent-

entſtehen, (§. 473.) und einerley Buchſtaben in Multipliciren nur die Addition der Exponenten erfordern, (§. 435. 3.) ſo kan man auch $\sqrt{a}$ mit $a^{\frac{1}{2}}$ und $\sqrt[3]{b}$ mit $b^{\frac{1}{3}}$, desgleichen $\sqrt[3]{n^2}$ mit $n^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt[m]{a}$ mit $a^{1:m}$, überhaupt $\sqrt[m]{a^n}$ mit $a^{n:m}$ exprimiren.

Denn $a^{\frac{1}{2}} . a^{\frac{1}{2}}$ iſt $= a^{\frac{2}{2}}$ nehmlich dem unvollkommenen Quadrat a^1 oder a. $a^{\frac{1}{3}} . a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ $(= \sqrt[3]{a^2})$ und $a^{\frac{2}{3}}\, a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3}{3}} = a^1 =$ dem unvollkommenen Cubo a. Nehmlich ſo a einem vollkommenen Cubo z. E. 8 gleich wäre, ſo wäre $a^{1:3} = 2 \| a^{1:3} . a^{1:3} = 4 = a^{2:3} = 64^{1:3} = 4$ rc. Eben alſo iſt $n^{\frac{3}{4}} . n^{\frac{3}{4}} = n^{\frac{6}{4}}, n^{\frac{6}{4}} . n^{\frac{3}{4}} = n^{\frac{9}{4}}$ und $n^{\frac{9}{4}} . n^{\frac{3}{4}} = n^{12:4} =$ dem unvollkommenen Biquadrato n^3. und ſo weiter.

593. Dieſer beſondern Manier dergleichen Potentzen und ihre Wurtzeln zu bezeichnen, bedienten ſich zuerſt Leibnitius und Newton, und wird wegen ihrer nunmehrigen Bequehmlichkeit der alten Radical-Bezeichnung gar ſehr vorgezogen. * Anmerck.

594. Da man nun zweyerley Brüche unter einerley Benennung bringen kan, (§. 358.) ſo laſſen ſich auch zwey oder mehr Quantitates Irrationales auf einerley Zuſatz.

* Vid. Walliſii Treatiſe of Algebra Cap. XCI. pag. 330. Ingleichen Herrn Hof-Rath Wolfii Elem. Analyſeos pag. 257. §. 51.

Bezeichnung bringen, wenn man ihre Bruchs-Exponenten auf den allgemeinen Nenner reduciret, als

$$a^{1:2} \text{ und } n^{1:3} = a^{3:6} \text{ und } n^{2:6} = \sqrt[6]{a^3} \text{ und } \sqrt[6]{n^2}.$$

$$\sqrt{7} \text{ und } \sqrt[3]{2} = 7^{1:2} \text{ und } 2^{1:3} = 7^{3:6} \text{ und } 2^{2:6} \sqrt[6]{7^3} \text{ und } \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{343} \text{ und } \sqrt[6]{4}.$$

Ein Exempel in aufgänglichen Zahlen kan davon ſeyn:

$$3+2 = \sqrt{9} + \sqrt[3]{8}. = 9^{1:2} + 8^{1:2} = 9^{3:6} + 8^{2:6} = \sqrt[6]{9^3} + \sqrt[6]{8^2} = \sqrt[6]{729} + \sqrt[6]{64} = 3+2$$

(§. 475.)

Zuſatz. 595. Daher dann die Regul zu dieſer Reduction nicht ſchwehr fället: Nehmlich man multiplicire die Radical-Exponenten in einander. Ferner erhebe man iede Quantität unter dem Radical-Signo auf diejenige Potenz, die der andere Radical-Exponente anzeiget: Endlich bezeichne man iede mit dem Signo des vorigen Facti.

$$\text{Z. E. } \sqrt[3]{4} \text{ und } \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{4^4} \text{ und } \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{256} \text{ und } \sqrt[12]{125}.$$

$$\sqrt[2]{4} \text{ und } \sqrt[3]{27} = \sqrt[6]{64} \text{ und } \sqrt[6]{729} = 2 \text{ und } 3.$$

(§. 475.)

Anmerck. 596. Der Kürtze wegen erfindet man ſo gleich den Dividuum Minimum (§. 339. 340.) ſo kommen die verwandelten Brüche ſtracks in kleinſten Terminis, und folglich auch die zu extrahirenden Wurtzeln im niedrigſten Grade.

Als

Als: $\sqrt[6]{8}$ und $\sqrt[4]{5}$ oder $8^{1:6}$ und $5^{1:4}$ $= 8^{2:12}$ und $5^{3:12} =$ $\sqrt[12]{8^2}$ and $\sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{64}$ und $\sqrt[12]{125}$.

597. Schlechterdings addirt man die Irrationales mit Rationalen und Irrationalen vermittelſt des Signi $+$, als $\sqrt{b}$ und a giebt die Summe $a + \sqrt{b}$. $\sqrt[3]{n}$ und $\sqrt[3]{x}$ iſt $= \sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{x}$. Dergleichen Summen dann Binomia heiſſen, und ſagt man, das erſte habe einen Rational-Theil, (a), und einen Irrational-Theil, ($\sqrt{b}$) das andere aber zwey Surdiſche oder Irrational-Theile $\sqrt[3]{n}$ und $\sqrt[3]{x}$. Urſprung und Erklärung des Binomii.

598. Eben auf dieſe Art ziehet man ſie auch von einander ab, als ſo von a die $\sqrt{b}$, oder von $\sqrt[3]{n}$ die $\sqrt[3]{x}$ ſoll ſubtrahirt werden, ſchreibet man $a - \sqrt{b}$ oder $\sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{x}$, und heiſt man dieſes Apotome oder Reſiduum. des Reſidui.

599. Soll man $\sqrt{ab}$ mit n multipliciren, ſo geſchiehet es durchs nebenanſetzen, (§. 76.) und iſt das Factum $= n\sqrt{ab}$. Alſo $(n + r)$ multiplicirt mit $\sqrt{y} = (n + r)\sqrt{y}$. oder $\sqrt{5}$ multiplicirt mit $7 = 7\sqrt{5}$ desgleichen $\sqrt{2}$ multiplicirt mit $\sqrt{3}$ iſt $= (\sqrt{2})(\sqrt{3})$. oder $\sqrt{2}\sqrt{3}$. Anmerck.

600. Eine Irrationalis $\sqrt{n}$ oder $1\sqrt{n}$ dividirt mit a giebt $\frac{\sqrt{n}}{a}$ oder $\frac{1}{a}\sqrt{n}$. $\sqrt{11}$ dividirt mit $3 = \frac{\sqrt{11}}{3}$ oder $\frac{1}{3}\sqrt{11}$. Anmerck.

$((ax\sqrt[n]{(c-dy)}):x = a\sqrt[n]{(c-dy)}$ desgleichen $(em\sqrt{x}):e$
$= m\sqrt{x}.$

Lehrſatz. 601. Wenn ſich zwey gleichnahmige Potentzen eben ſo verhalten wie zwey andere gleichnahmige Potentzen, ſo verhalten ſich auch der erſten ihre Radices gegen einander, wie der andern ihre Radices, als wenn

a^n gegen $e^n a^n$ wie b^n gegen $e^n b^n$

ſo iſt auch a gegen ea wie b gegen eb. (§. 591. 271.)

Zuſatz. 602. Derohalben bekommt man das Product zweyer Radicum, ſo man aus dem Product ihrer Potentzen dieſelbe Radicem extrahiret, als das Product der zwey Wurtzeln b und eb kommt heraus, ſo man ihre Potentzen b^n und $e^n b^n$ multiplicirt, und aus dem Product $b^n e^n b^n$ die $\sqrt[n]{}$ extrahiret, nehmlich beb. (§. 591.)

Z. E. Wenn 1 gegen 4 wie 9 gegen 36
ſo iſt $\sqrt{1}$ gegen $\sqrt{4}$ wie $\sqrt{9}$ gegen $\sqrt{36}$
oder 1 gegen 2 wie 3 gegen 6.
Multipliciret man nun 36 mit 9 kommt 324.
Dann iſt $\sqrt{324}$ oder $18 = 3.6$

Zuſatz. 603. Und hierinne fundirt ſich die Multiplication der Irrationalium, nehmlich man multiplicirt die Quantitäten unter dem Radical-Zeichen mit einander, und ſetzet dem Product ſolch Zeichen wieder vor, als $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$, oder in aufgänglichen Zahlen: $\sqrt{4}.\sqrt{9} = \sqrt{36}$, das iſt: $2.3 = 6$.

Uberhaupt: $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. Denn weiln
1 gegen a wie b gegen ab, und
$\sqrt[n]{1}$ gegen $\sqrt[n]{a}$ wie $\sqrt[n]{b}$ gegen $\sqrt[n]{ab}$, iſt

die Unität gegen den Multiplicanten, wie der Multiplicandus gegen das gehörige Product. (§. 97.)

604. Demnach iſt z. E. $\sqrt{aabc} = \sqrt{aa}.\sqrt{bc} = a\sqrt{bc}$ (§. 591. und 599.) und kan man hierdurch eine Irrational-Gröſſe auf eine eines Theils rationale Expreſſion reduciren, wenn man ſiehet, daß ſie mit einem Quadrato, Cubo, Biquadrato &c. diviſibel iſt. Zuſatz.

Als $\sqrt{45} = \sqrt{9}.\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$. Desgleichen $\sqrt[3]{32}$

$$= \sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}\ \text{ꝛc.}$$

605. Daferne nun die Quantitäten unter dem Signo einerley werden, ſo nennet man dergleichen Irrationales mit einem beſondern Wort Communicantes, oder auch Commenſurabiles. Erklär.

Als $2\sqrt{5}$ und $3\sqrt{5}$ ſind Communicantes, und ſind unter einerley Nenner (nehmlich $\sqrt{5}$) gebracht, folglich kan man ſie nunmehro auch addiren. (§. 85.)

606. Das Quadrat von zweyen Irrationalibus $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ iſt $= a + b + 2\sqrt{ab}$ (§. 479.) Denn $\sqrt{a}.\sqrt{a} = \sqrt{aa} = a$ und $\sqrt{b}.\sqrt{b} = \sqrt{bb} = b$ (§. 603.) und $1\sqrt{ab} + 1\sqrt{ab} = 2\sqrt{ab}$. (§. 605.) Lehrſatz.

607. Die Summe, (oder auch die Differentz) zweyer Zahlen wird erkannt, ſo man aus dem gegebenen Quadrato Summæ, (oder auch Differentiæ,) Radicem extrahiret. Als $\sqrt{(a^2 \pm 2ab + b^2)} = a \pm b$ (§. 500. und 532.) und alſo auch mit andern Poteſtäten. Anmerck.

608. Will man erkundigen, ob zwey Irrational-Gröſſen communicantes ſeyn, ſo hebe man beyde Quantitäten unter dem Zeichen ſo lange mit einer dritten auf, biß die Quoti dergleichen Potentiæ perfectæ werden, dann ſetzet man ieder Wurtzel vor ,, und den gemeinen Diviſorem Anmerck.

unter das Zeichen, und ſind die zugleich auch mit reducirt, z. E. Wenn $\sqrt{54}$ und $\sqrt{150}$ ſollen angehen, hebe man mit 6 auf, kom̃en 9 und 25, deren Wurtzeln 3 und 5, geben $3\sqrt{6}$ und $5\sqrt{6}$.

Alſo auch $\sqrt[3]{24}$ und $\sqrt[3]{81}$ aufgehoben

mit 3) 8 27

Deren Wurtzeln 2 und 3

geben $2\sqrt[3]{3}$ und $3\sqrt[3]{3}$. ꝛc.

Uberhaupt: Wenn $\sqrt[n]{a^n b}$ und $\sqrt[n]{c^n b}$ mit einer dritten Quantität (b) aufgehoben werden,

kommen a^n und c^n,

deren Wurtzeln a und c mit der

$\sqrt[n]{b}$ multipl. geben: $a\sqrt[n]{b}$ und $c\sqrt[n]{b}$.

(§. 599. und 604.)

Zuſatz. 609. Wodurch ſolch Aufheben, (und zwar mit allen Diviſoribus) nicht zwey dergleichen Potentiæ perfectæ heraus dividirt werden, da iſt auch keine Communication zu erhalten.

Anmerck. 610. Oder man erfähret auch, ob zwey Irrationales commenſurabel ſeyn, wenn man eine Quantität unter dem Signo auf die um einen Grad niedrigere Potentz eleviret, und ſie mit der andern Quantität, (ſo nehmlich unterm andern Signo,) multipliciret, dann muß aus dem Facto eine völlige Radix des gemeinen Signi können gezogen werden, wann beyde Communicantes ſeyn. Denn $\sqrt{a^2b}$ und $\sqrt{c^2b}$ geben aus der erſten Potentz $(a^2b)^1 . (c^2b)$ ein Quadrat $a^2b^2c^2$, deſſen aufgängliche Wurtzel $= abc$.

Fer-

Ferner geben $\sqrt[3]{a^3b}$ und $\sqrt[3]{c^3b}$ aus der Potentz $(a^3b)^2.c^3b$, Nehmlich aus $a^6b^2.c^3b$, das iſt aus $a^6b^3c^3$ eine völlige Cubic-Wurtzel a^2bc. Desgleichen $\sqrt[4]{a^4b}$ und $\sqrt[4]{c^4b}$ aus der dritten Potentz $(a^4b)^3.c^4b$, nehmlich aus $(a^{12}b^3).(c^4b)$ das iſt, aus $a^{12}b^4c^4$ eine exacte Quadrato Quadrat-Wurtzel a^3bc, und ſo immerfort, alſo wenn der Radical-Exponente $= n$, ſo iſt die erſte Quantität unter dem Signo auf die Potentz des Exponenten $n-1$ zu erheben, und mit der andern Quantität zu multipliciren. Z. E. Von $\sqrt{45}$ und $\sqrt{80}$ iſt $(45)^1.80 = 3600$, deren Radix $= 60$. Von $\sqrt[3]{24}$ und $\sqrt[3]{81}$ iſt $24^2.81 = 46656$ davon Rad. Cub. 36. Und demnach ſind vorhergehende Surdi communicantes.

56. Aufgabe.

611. Die Surdiſchen Gröſſen zu addiren. 56. Aufgabe.

Wo ſie verſchiedene Radical-Zeichen haben, bringe man ſie vorher auf einerley, nach dem 595. §. Dann erkundige man nach einem von vorhergehenden beyden Paragraphis ihre Communication, und ſo ſich eine findet, reducire man ſie auf einerley Benennung und addire die Zehler; Wo nicht, ſo hänge man ſie nur mit dem Signo + zuſammen. Als es ſeyen zu addiren:

	(3		
$\sqrt{12}$	12 1:2	4	$2\sqrt{3}$ (§. 608.)
und $\sqrt{108}$	108 1:2	kommen	
		36	und $6\sqrt{3}$

oder Summa: $8\sqrt{3} = \sqrt{64.3}$ $= \sqrt{192}$.

So

So ſind auch

	(4		
$\sqrt[3]{256}$ oder	$256^{1:3}$	64	$4\sqrt[3]{4}$	$4.(4^{1:3})$
$\sqrt[3]{864}$	$864^{1:3}$	216	$6\sqrt[3]{4}$ oder $6.(4^{1:3})$

in Summa: $10.(4^{1:3})$

$= (1000.4)^{1:3}$

$= 4000^{1:3}$. Extrahiret man nun aus 4000, oder 4000000000 ꝛc. die Cubic-Wurtzel, ſo bekommt man die Summe durch Näherung. (§. 589.)

Man addire

	(6	
$\sqrt{24a^2}$	$4a^2$	$2a\sqrt{6}$
und $\sqrt{6a^2}$	$1a^2$	$a\sqrt{6}$

Summa: $3a\sqrt{6}$ Desgleichen

	(3	
$\frac{\sqrt{3a^2}}{\sqrt{d^2b}}$ und $\frac{\sqrt{12a^2}}{\sqrt{d^2b}}$	$1a^2$	$a\sqrt{3}$
	$4a^2$	$2a\sqrt{3}$

Summa: $\frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{d^2b}}$.

Von $\sqrt{13}$ und $\sqrt{10}$ iſt die Summa $\sqrt{13}+\sqrt{10}$.

Anmerck. 612. Wo 2 und mehr Communicantes zu addiren, die mit denen Signis + und - vielfältig abwechſeln, da verfahre man nach der 13. Aufgabe. §. 224. z. E.

Ein Binomium $9+\sqrt{11}$ oder $\sqrt{15}+2$
Und Reſiduum $9-\sqrt{11}$ und $\sqrt{15}-2$

geben 18 und hier $2\sqrt{15}$, nehmlich das Duplum der gröſſern (§. 260.)

57. Aufgabe.

613. Die Surdiſchen Zahlen zu ſubtrahiren. 57. Aufgabe.

Hier bringet man ſie (wo es möglich) gleicher Geſtalt auf einerley Benennung, und ſubtrahiret die Zehler. (§. 92.) Wo es aber nicht angehet, connectiret man ſie bloß mit dem Signo —.

Von $\sqrt{50}$ oder von $50^{1:2}$ das iſt von $5.(2^{1:2})$
Subtr. $\sqrt{18}$ ſubtr. $18^{1:2}$ ſubr. $3.(2^{1:2})$

Reſt: $2.(2^{1:2})$

$$= (4.2)^{1:2} = 8^{1:2}$$

(3

Von $375^{1:3}$ | 125 von $5.(3^{1:3})$
Subtr. $81^{1:3}$ | 27 ſubtr. $3.(3^{1:3})$

Reſt: $2.(3^{1:3})$

(c

Aus $\frac{(4a^2b^2c)^{1:2}}{(de^2)^{1:2}}$ ſubtrahire man $\frac{(64c)^{1:2}}{(de^2)^{1:2}}$ | $\frac{4a^2b^2}{64}$

Dahero von $(2ab).c^{1:2}$ Subr. $8.c^{1:2}$,

Reſt: $\frac{(2ab-8).c^{1:2}}{(de^2)^{1:2}}$ (§. 370.)

Von $\sqrt{7}$ und $\sqrt{5}$ iſt die Differentz $\sqrt{7} - \sqrt{5}$, oder $7^{1:2} - 5^{1:2}$

614. Ein Reſiduum von ſeinem Binomio ſubtrahirt, läſſet das Duplum desjenigen, ſo das Signum + vor ſich ſtehen hatte.

Als

Als von $2+\sqrt{3}$ oder von $\sqrt{13}+2$
Subtr. $2-\sqrt{3}$ Subtr. $\sqrt{13}-2$

Reſt: $2\sqrt{3}$ Reſt: 4

Nehmlich das Duplum der kleinern. (§. 261.)

Anmerck. 615. Weil $7^{1:2} + 5^{1:2} = ((7+5+(2.(35^{1:2}))^{1:2}$ (§. 606. 607.) ſo hat man noch eine Manier die Quadrat-Surdiſchen Gröſſen zu addiren und zu ſubtrahiren, nehmlich wenn man zur Summe der beyden unvollkommenen Quadraten die doppelte Radicem aus ihrem Facto addirt oder ſubtrahiret, und endlich aus dem Aggregato oder Reſiduo Radicem extrahiret.

$$\text{Z.E. } \sqrt{18}+\sqrt{8} = (26+2\sqrt{144})^{1:2} = \sqrt{\overline{26+24}} = \sqrt{50} = \sqrt{25.2} = 5\sqrt{2}.$$

Uberhaupt $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = (a+b \pm 2\sqrt{ab})^{1:2}$

Vortheil. 616. Hieraus entſtehet ein Vortheil, denn da man ſonſten in der Additione und Subtractione Quantitatum aſymmetrarum die Wurtzel per Approximationem zwey mahl erfinden muß, braucht man ſie hier nur einmahl auszuziehen.

58. Aufgabe.

58. Aufgabe. 617. Die Irrationales zu multipliciren.

Man multipliciret die Quantitäten unter dem Signo mit einander, und ſetzet dem Facto eben das Radical-Zeichen wieder vor. (§. 603.)

$$\sqrt{27}.\sqrt{12} = \sqrt{324} = 18. \;||\; \sqrt{ab}.\sqrt{cb} = \sqrt{acbb} = b\sqrt{ac}.$$

Anmerck. 618. Wenn die Factores communicantes ſeyn, extrahire man aus dem Quadrato Quantitatis ſub Signo

die

die Wurtzel ſolches Signi, und ſetze ihr das Factum der Zehler vor.

$$\text{Denn } (a\sqrt[n]{b}).(c\sqrt[n]{b}) = ac.(b^{2:n})$$

619. Bey dergleichen Quadrat - Surdis ſtehet die Wurtzel ſchon da, und kommt daher allemahl eine Rational-Zahl heraus. Zuſatz.

$$\text{Z. E. } 2\sqrt{5}.3\sqrt{5} = 2.3.5 = 30$$

$$\text{Nehmlich } a\sqrt{b}.c\sqrt{b} = acb$$

Bey den Cubiſchen muß man aus dem Quadrat der ſurdiſchen Zahl Radicem Cubicam,

Bey denen Quad. Quadratiſchen, aus dem Quadrat der ſurdiſchen Zahl Radicem Quadrato-Quadratam, oder (weil $2:4 = 1:2$) nur aus ihr Rad. Quadratam extrahiren, ꝛc.

620. Alſo auch $2\sqrt{3}.5\sqrt{7} = 10\sqrt{21}$. Nehmlich $a\sqrt{b}.c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$.(§. 110.) Zuſatz.

621. Wo verſchiedene Radical - Zeichen ſind, muß man ſie erſt nach den 595. §. auf einerley reduciren: Als $\sqrt{5}.\sqrt{cub}:7$ das iſt $5^{1:2}$ multipl. mit $7^{1:3} = 5^{3:6}.7^{2:6}$ Anmerck.

$$= 125^{1:6}$$
$$(7.7)^{1:6}$$
$$\overline{875}$$
$$\overline{\text{Fac. } 6125^{1:6}}$$

622. Wo componirte Irrationales zu multipliciren, bediene man ſich der Reguln, ſo §. 235 gegeben, reducire erſtlich die Factores, hernach in Factis partialibus ſo viel angehet, und addire zuletzt wie gewöhnlich. Anmerck.

Z. E.

Z. E. Man multiplicire $12+\sqrt{125}$ mit $6+\sqrt{20}$

$12+5\sqrt{5}$	Desgleichen $5+\sqrt{24}$
$6-2\sqrt{5}$	mit: $\sqrt{2}+\sqrt{3}$
$72+30\sqrt{5}$	$+\sqrt{75}+\sqrt{72}$
$-50-24\sqrt{5}$	$\sqrt{50}+\sqrt{48}$
Fac. $22+6\sqrt{5}$.	Facit. $\sqrt{242}+\sqrt{243}$

623. Alſo iſt $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = a+b+\sqrt{4ab}$, und $(a+\sqrt{b})^3 = a^3+3ab+(3a^2+b)\sqrt{b}$ &c.

Zuſatz. 624. Folgende Binomia mit ihren Reſiduis multiplicirt, geben eine Rational-Zahl, als

$3+\sqrt{5}$	$5+2\sqrt{3}$
$3-\sqrt{5}$	$5-2\sqrt{3}$
$-3\sqrt{5}-5$	$25+10\sqrt{3}$
$9-3\sqrt{5}$	$-12-10\sqrt{3}$
$9-5=4$	Fac. 13.

59. Aufgabe.

59. Aufgabe. 625. Die Irrationales zu dividiren.

Indem die Diviſion wieder aus einander nimmt, was die Multiplication zuſammen geſetzet, ſo darff man nur die Quantitäten unter dem Signo in einander dividiren, und ihr Radical-Zeichen ihnen wieder vorſetzen, als:

$\sqrt{324}:\sqrt{27} = \sqrt{12}$ | $b\sqrt{ae}$ oder $\sqrt{aebb}:\sqrt{ab} = \sqrt{eb}$.

$\sqrt{32}:4$ das iſt $\sqrt{32}:\sqrt{16} = \sqrt{2} = \frac{1}{4}\sqrt{32}$.

$\sqrt[3]{45}:\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{5}$ || $\sqrt[n]{ab}:\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a}$. (§. 130.)

$ad\sqrt{bc}:a\sqrt{b} = d\sqrt{c}$. und $acb:a\sqrt{b}$, das iſt: $\sqrt{aaccbb}:\sqrt{aab} = \sqrt{ccb} = c\sqrt{b}$

626.

626. Wenn man den Diviſorem, (ſo er ein Binomium mit ſeinem Reſiduo, und vice verſa,) mit ſeinem Contrario, und eben hiermit auch den Dividendum multipliciret, ſo ſind dieſe Facta ſo vielmahl in einander enthaltene als der Diviſor im Dividendo. (§. 269) Nun aber kömmt erſten Theils aus ſolcher Multiplicatione contraria iederzeit eine Rational Zahl heraus, (§. 624.) Derowegen darff man nur mit ſolcher Rational-Zahl alle Theile des Dividendi dividiren, (§. 292.) ſo iſt die Diviſion der componirten Irrationalium um ein groſſes erleichtert, z. E. Man dividire $22+\sqrt{180}$ mit $6-\sqrt{20}$, Fac. $12+\sqrt{125}$. Anmerck.

Diviſor	$6-2\sqrt{5}$	Dividendus	$22+6\sqrt{5}$
Contrarium	$6+2\sqrt{5}$	Contr. Diviſ.	$6+2\sqrt{5}$
	$36-12\sqrt{5}$		$132+36\sqrt{5}$
	$-20+12\sqrt{5}$		$+60+44\sqrt{5}$
Fac.	16.		$192+80\sqrt{5}$

$$16)\overline{}$$

kömmt der Quotus $= 12+5\sqrt{5} = 12+\sqrt{125}$.

Uberhaupt, ſo die Rational-Zahl $= r$, und der Dividendus mit dem Contrario multiplicirt $= ac+c\sqrt{b}+a\sqrt{d}+\sqrt{bd}$ ſo iſt der Quotus

$$= \frac{ac}{r}+\frac{c}{r}\sqrt{b}+\frac{a}{r}\sqrt{d}+\frac{t}{r}\sqrt{bd},$$

Als ſo man ſoll $4+\sqrt{5}$ mit $3-\sqrt{3}$ dividiren, ſtehet es alſo:

Diviſ.	$3-\sqrt{3}$	Divid.	$4+\sqrt{5}$
Contr.	$3+\sqrt{3}$		$3+\sqrt{3}$
	$9-3=6$	Fac.	$(12+3\sqrt{5}+4\sqrt{3}+\sqrt{15}):6$

Daher iſt der Quot

$$= 2+\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{2}{3}\sqrt{3}+\frac{1}{6}\sqrt{15}.$$

Mit dem Diviſore $a\sqrt{b} - \sqrt{dbf}$, dividire man den Dividendum:

$$adb + a\sqrt{(fgbb)} - db\sqrt{df} - f\sqrt{(dbgb)} \,|\, d\sqrt{b} + \sqrt{fgb}$$

$$ad\sqrt{bb} + a\sqrt{(fgbb)} - d\sqrt{dbfb} - \sqrt{dbffgb} \quad \text{Quotus.}$$

oder — oder — oder

$$adb \qquad - db\sqrt{df} \quad - f\sqrt{(dbgb)}$$

Anmerck. 627. Ein mehrers hiervon, desgleichen wie aus den Irrationalibus Radix Quadrata und Cubica zu extrahiren, wird unten im Capite Æquationum vorkommen.

II. Capitel.

Von der Reductione Numerorum.

§. 628.

Erklär. Die Reduction überhaupt lehret, wie man eine Zahl von einer gewiſſen Art oder Benennung in eine gleichgültige von einer andern Art oder Benennung verwandeln ſoll. Z. E. 4 Sp. Duc. auf Thl. reducirt, thun juſt 11 Thl. inſonderheit aber zeiget ſie, wie gleiche Zahlen mit beybehaltener Gleichheit dennoch können vergröſſert oder verkleinert werden.

Anmerck. 629. Welchergeſtalt man die genannten Theile der Gantzen in Gantze, und vice verſa, die unterſchiedene Benennung der Brüche auf einerley, ja iede ihre Benennung auf eine andere gegebene bringen ſoll, ꝛc. iſt unter dem Nahmen der ſimplen Reduction im erſten Theil §. 183. ſeqv. 358. 359. ſeq. und vielen andern Orten ſchon angewieſen. Wird demnach nur noch das nöthigſte von der zuſammen geſetzten Reduction hier beyzubringen ſeyn, wozu denn vornehmlich die Verwandlung 1.) Der gleichgeſchätzten Zahlen. 2.) Der gemeinen Zahlen in Decimales. 3.) Der Müntzen, Maaſe und Gewichte in einander, gehören möchten.

1. Von

1. Von denen Veränderungen der gleichgeſchätzten Gröſſen.

630. Der Grund davon beruhet zwar auf dem gemeinſten und bekannteſten Ausſpruch: *Æqualia æqualibus addita, vel demta, multiplicata, vel diviſa, faciunt æqualia*, alleine die Application deſſelben iſt um ſo viel ſonderbahrer; Denn eben hieraus formiret man die Arithmetiſche Balance, welche in beyden Schaalen immerzu gleiches erfordert, woferne die Zunge nicht ſoll unrichtig weiſen. Grund der Reduction.

631. Es werden aber die gleichen Gröſſen mehrentheils ſo lange verändert, biß davon eine unbekannte, x, y, oder z, deren Gehalt man vornehmlich verlanget, auf einer Seite alleine bleibt, und geſchiehet dieſes theils durch Anmerck.

632. α.) Die Addition, wenn das fehlende wieder hinzu gethan wird. Als bey denen Æqualibus $15 - 3 = 9 + 3$ und $x - a = n$ addire man beyderſeits 3, oder a, kommen $15 = 9 + 6$ und $x = n + a$ (§. 244.)

633. β.) Die Subtraction, ſo man das hinzugethane wieder hinweg nimmt, als bey $12 + 8 = 9 + 11$ und $3y + b = 2y + a$ ſubtrahire man beyderſeits 8 oder $2y + b$, kommt eine andere Gleichung, darinnen $12 = 1 + 11$ und $y = a - b$ (§. 254.)

634. Dahero läſſet ſich iede Quantität von einer Seite wegſchaffen, wenn man ſie mit dem contrairen Zeichen auf die andere Seite bringt, und wird dieſe Verſetzung vom Vieta und Ozanam Antitheſis genennet. Anmerck.

635. γ.) Die Multiplication, wenn die verlangte Gröſſe in einem oder etlichen Brüchen gegeben, oder mit andern Gröſſen dividirt iſt, als wenn

$$\frac{2}{3}\text{ Thl.} = 16.\text{ Gr. Und } \frac{x}{n} = a + b$$

ſo multiplicire man beyderſeits mit 3 oder n, kömmt 2 Thl. = 48 Gr. Und $x = na + nb$. (§. 263. 371. d.) Wenn $x + d = (aa - bb) : n$ ſo iſt $nx + nd = aa - bb$, oder $nx = aa - bb - nd$ (§. 633.)

Desgleichen wenn $\frac{1}{4}x^3 + ax^2 - \frac{bccx}{a} = ab^2$, multiplicire man mit dem Facto der beyden Nenner, nehmlich mit $4a$ kommt:

$$ax^3 + 4aax^2 + 4bccx = 4a^2b^2.$$

Und ſolcherley Art die Brüche wegzubringen, heiſt man ſonſten auch Iſomeriam.

636. Hieher gehört auch die Befreyung gleicher Gröſſen von einer Irrational-Expreſſion oder Aſymmetrie.

Z. E. Wenn $\sqrt{ax} = c + d$, multiplicire man die Æqualia beyderſeits quadratiſch, kommt

$$ax = c^2 + 2cd + d^2. \quad (\text{§. } 479.)$$

Wenn $\sqrt[3]{(a^2b + c^2d)} = x - n$, dann iſt der Cubus

$$a^2b + c^2d = x^3 - 3x^2n + 3xn^2 - n^3 \quad (\text{§. } 490.)$$

Wenn $x^2 - \sqrt{bbcx} = ab$, ſo iſt $x^2 - ab = \sqrt{bbcx}$ (§. 634.)

Und $x^4 - 2abx^2 + a^2b^2 = b^2cx$ (§. 479.)

637. δ.) Die Diviſion, theils wenn die verlangte Gröſſe mit andern einfachen oder zuſammen geſetzten multiplicirt iſt, als ſo 3 Sp. Thl. = 4 Thl. dividire man beyde Membra mit 3, dann iſt 1 Spec. Thl. = $1\frac{1}{3}$ Thl.

Wenn $7x = 63$ und $9y^2 = 36$, dividire man beyderſeits mit 7 oder 9, kommt $x = 9$. Und $y^2 = 4$. (§. 284.)

Wenn

Wenn $mx = a+b$ ſo iſt $x = (a+b):m$, Alſo auch wenn $ny^2 + ay = cb - de$, Und $ax^2 - bx^2 = mn$ dividire man jene Gleichung mit n, und dieſe mit $a-b$, kömmt $y^2 + \frac{ay}{n} = (cb-de):n$ Und $x^2 = \frac{mn}{a-b}$

(§. 240.)

Solche Herunterbringung der verlangten Gröſſe auf den Unitäts-Zehler, nennte man ſonſten mit einem Wort: Paraboliſmum. Anmerck.

638. Theils, wenn man die gantze Gleichung auf einen niedrigern Grad bringen kan, als ſo

$x^4 + 2ax^3 = b^2x^2$ dividirt man allerſeits mit x^2) kommt: $x^2 + 2ax = bb$. Desgleichen ſo

$x^2 + 4ax - 12a^2 = 0$ Divividire man beyderſeits mit $x-2a$) kömt $x + 6a = 0$ (§. 240.)

Und dieſe Reduction hieß man ehemahls Hypobibaſmum. *

639. Theils, wenn die verlangte Gröſſe nicht ſelbſt, ſondern eine oder etliche ihrer Potentzen auf einer Seite zum Vorſchein kommen, denn da extrahiret man nur auf beyden Seiten ihre Wurtzel, (welche Extraction eben auch eine Art der Diviſion iſt, worinnen nehmlich der Diviſor aus des Quots erſter, oder auch einer ſeiner höhern Potentzen beſtehet, z. E.

Wenn $x^3 = abc$, ſo iſt $x = \sqrt[3]{abc}$.
Wenn $x^4 + 2ax^3 + aax^2 = b^2c^2$, ſo iſt $x^2 + ax = bc$.

* Von dergleichen Benennungen beſehe man Ozanams Nouveaux Elemens d'Algebra pag. 147. ſeq.

Wenn $x^3 + 1\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = n^3$, ſo iſt

$$x + \frac{1}{2} = n.$$

640. Theils, wenn man ſiehet, daß nach geſchehener Extraction ein bekannter Reſt bleibet, als wenn $x^2+2ax = cb$, und man aus dem erſten æquali Radicem extrahiret, reſtiret $-aa$ (§. 532.) Derowegen addire man auf beyden Seiten aa, kommt $x^2+2ax+aa = cb+aa$, davon die Wurtzel beyderſeits ausgezogen, giebt $x+a = \sqrt{(cb+aa)}$ und folglich $x = \sqrt{(cb+aa)}-a$ (§. 633.)

Desgleichen wenn $x^3+6ax^2+12aax = ab^2$, und nach Cubiſcher Extraction $-8a^3$ reſtiret, (§. 550.) ſo addire man dieſen Reſt beyderſeits, kommt $x+2a = \sqrt[3]{(ab^2+8a^3)}$ Und durch Verſetzung $x = \sqrt[3]{(ab^2+8a^3)}-2a$.

Exempel. 641. Zuweilen braucht man meiſt alle Reguln zu einer Reduction, z. E. wenn

$a+\sqrt{(bxx-2cx+d^3)} = n$, ſo iſt

Vr

$\sqrt{(bxx-2cx+d^3)} = n-a$ (§. 632.)

Vr

$bx^2-2cx+d^3 = n^2-2an+a^2$ (§. 636.)

r

$bx^2-2cx+d^3 = rn^2-2ran+ra^2$ (§. 635.)

$bx^2-2cx = rn^2-2ran+ra^2-d^3$ (§. 632.)

$x^2-2cx = (rn^2-2ran+ra^2-d^3):b$ (§. 637.)

b

$x^2.$

$$x^2 - \frac{2cx}{b} + \frac{c^2}{b^2} = ((rn^2 + 2ran + ra^2 - d^3):b)) + \frac{c^2}{b^2}$$

(§. 640.)

$$x - \frac{c}{b} = V((rn^2 + 2ran + ra^2 - d^3):b) + \frac{c^2}{b^2}))$$

(§. 639.)

$$x = V((rn^2 + 2ran + ra^2 - d^3):b) + \frac{c^2}{b^2})) + \frac{c}{b}$$

Oder weil eine Radix negativa eben ſo gut ein Quadratum affirmativum bringt, als eine affirmativa. (§. 533.)

$$x = -V((rn^2 + 2ran + ra^2 - d^3):b) + \frac{c^2}{b^2})) + \frac{c}{b}$$

642. Wie man endlich zwey und mehr Gleichungen Anmerck.
in eine bringen, und daraus den Gehalt der geſuchten Gröſſe finden ſoll, wird ſich unten in dem IV. Capitel von Æquationibus ausführlicher zeigen laſſen.

2. Von der Veränderung der gemeinen Zahlen in Decimales.

643. Die Decimal-Zahlen ſind nichts anders als Erklär.
Brüche, deren Zehler nur angedeutet, die Nenner aber, (wie bey den ganzen Zahlen) aus den Stellen verſtanden werden.

Als 6, 37 bedeutet, daß $\frac{3}{10}$ und $\frac{7}{100}$, oder welches einerley, $\frac{30}{100}$ und $\frac{7}{100}$ das iſt: $\frac{37}{100}$ noch zu ihren 6 Ganzen hinzu gethan worden.

Nehmlich in dem erſten Ort nach dem Scheide-Haacken, Punct oder Commate verſtehet man Zehn-Theile,

 im

im andern Ort Hundert-Theile ꝛc. (§. 9.) und ſtehet es auch frey, ob man die erſten Primen, die andern Secunden, die dritten Tertien, u. ſ. w. nennen will.

Anmerck. 644. Um zu erkennen, welche Decimal-Brüche gleichnahmig ſeyn, wie auch auf einmahl zu ſehen, was die kleinſte Austheilung einer langen Decimal-Zahl betrage, ſetzet man an ihr Ende einen halben Mond, und in dieſen die Ordnungs-Zahl der kleinſten zehnfachen Abtheilung, ſo deswegen die Kenn-Ziffer, oder characteriſtica genannt wird, als im vorigen Exempel ſetzet man 637 (2 allwo 2 die Kenn-Ziffer und hier Secunden bedeutet, nehmlich 6 Gantze und 37 Secunden, oder Hundert-Theile.

Zuſatz. 645. Demnach haben die Gantzen zu ihrer Kenn-Ziffer (0 die Primen oder 10 Theil, (1, die Secunden oder 100 Theil, (2, die Tertien oder 1000 Theil (3 ꝛc. Nehmlich die Kenn-Ziffer hat iederzeit ſo viel Unitäten, als der vertheilte Bruchs-Nenner Nullen, z. E. die tauſendmahl tauſend Theile, (partes millioneſimæ) haben zu ihrer Kenn-Ziffer (6.

Eintheil. 646. Gleichwie aber die Zahlen in Anſehung ihrer Stellung dreyerley ſeyn, nehmlich Längen-Flächen- und Cörper-Zahlen, (§. 468.) Alſo giebt es auch dreyerley Primen, dreyerley Secunden ꝛc.

Erklär. 647. Eine Längen-Prime iſt $\frac{1}{10}$ von einer ieden determinirten Länge, und wird inſonderheit $\frac{1}{10}$ von einer Ruthe ein Decimal-Schuch, $\frac{1}{10}$ von einem Schuch ein Decimal-Zoll, und $\frac{1}{10}$ von dieſem Zoll ein Decimal-Gran genennet, als 27, 135 (3 bedeutet 27 Ruthen, 1 Schuch, 3 Zoll, und 5 Gran, oder zuſammen 27135 Gran.

Die gewöhnliche Ruthe iſt $7\frac{1}{2}$ Leipziger Ellen und 2 Zoll lang.

648. Eine Quadrat-Fläche iſt ein gleichſeitig recht- Erklär.
wincklicht Vier-Eck, ſo einerley determinirte Länge zu ieder Seite hat. Inſonderheit iſt eine Quadrat-Ruthe dergleichen Vier-Eck, das eine Ruthe lang und breit iſt; Ein Quadrat-Schuch, der einen Schuch lang und breit, und ein Quadrat-Zoll, der einen Zoll lang und breit iſt ꝛc.

649. Wenn nun eine Quadrat-Ruthe auf einer Sei- Zuſatz.
te mit 10 Quadrat-Schuhen beſetzet, und ieder pro Unitate genommen wird, ſo kan man mit 10 ſolchen Reihen, (das iſt 100 Quadrat-Schuhen) die gantze Quadrat-Ruthe ausfüllen, wie denn eben auf dieſe Art die Seite eines Quadrat-Schuches mit 10 Quadrat-Zollen, und folglich ſeine gantze Fläche mit 100 Quadrat-Zollen kan beſetzet werden, u. ſ. w. (§. 468.)

650. Demnach iſt eine Quadrat-Prime ein ablanges Erklär.
Vier-Eck, ſo eine Ruthe oder 10 Schuch lang, und nur einen Schuch breit iſt, wird ſonſten auch eine Riemen-Ruthe genannt. Eine Quadrat-Secunde iſt ein Quadrat-Schuch. Eine Quadrat-Tertie, ein Riemen-Schuch, (ſo nehmlich einen Schuch lang und nur einen Zoll breit iſt.) Eine Quadrat-Quarte iſt ein Quadrat-Zoll, eine Quadrat-Quinte iſt ein Riemen-Zoll, (ſo einen Zoll lang, aber nur einen Gran breit iſt,) eine Quadrat-Sexte iſt ein Quadrat-Gran ꝛc. *

* Hiervon ſchreibt Jo. Laurenbergius in ſ. Gromatica Cap. 6. §. 4. Pertica ſi extendatur in latum, usque dum Quadrati faciem expleat, ſuperficiem inde enatam, quaquaverſus æqualem, Plæſium, πλάισιον, vocamus, cujus Area Plethrum centum pedes conſtratos comprehendit. Latus autem unum Plæſii, in denos pedes exporrectum, Petalum ſeu Tabula, λοπὶς recte appellabitur. Porro Pes Geometricus uti per denas partes componitur, ita in totidem etiam diſſolvitur, ſingulæque denæ Pollicem efficiunt: & hac ratione Pes quadratus centum cluditur Pollicibus. Palmula autem ſeu ἱμάντιον, eſt pedis quadrati decima Portio in gracilitatem ſpeciemque

Z. E. 13425796 (6 ſpricht man nach Flächen-Maaß alſo aus: 13 Quadrat-Ruthen, 4 Riem-Ruthen, 2 Quadrat-Schuch, 5 Riemen-Schuch, 7 Quadrat-Zoll, 9 Riemen-Zoll, und 6 Quadrat-Gran.

Anmerck. 651. Weil aber 100 Quadrat-Schuch eine Quadrat-Ruthe, und 100 Quadrat-Zoll einen Quadrat-Schuch machen (§. 649.) u. ſ. w. ſo ſprechen die neuern Geometræ das Flächen-Maaß gerne zu Paaren aus, und behalten hiemit nur die auf einander folgenden Nahmen des Länges-Maaſes: Als vorige Zahl giebt im Superficial-Maaß, 13 Quadrat-Ruthen, 42 Quadrat-Schuch, 57 Quadrat-Zoll und 96 Quadrat-Gran, oder zuſammen 13 Millionen 425 tauſend und 796 Quadrat-Gran.

Erklär. 652. Ein würflichter Cörper iſt ein gleichſeitiger von 6 Quadraten zuſammen geſetzter Würffel, der nach einerley determinirten Maaß eben ſo lang, als breit und dicke iſt. Inſonderheit iſt eine Cubic-Ruthe dergleichen Würffel, der eine Ruthe lang, breit und dicke iſt. Ein Cubic-Schuch, der einen Schuch, und ein Cubic-Zoll, der einen Zoll lang, breit und dicke iſt, ꝛc.

Anmerck. 653. Daferne nun eine Cubic-Ruthe auf ihrer viereckigten Grund-Fläche mit 100 Cubic-Schuhen beſetzt, und jeder pro Unitate genommen wird, ſo kan man mit 10 ſolchen Schichten, (das iſt mit 1000 Cubic-Schuhen) die gantze Cubic-Ruthe ausfüllen, (§. 468.) Und eben auf ſolche Manier kan man die Grund-Fläche eines Cubic-Schuchs mit 100 Cubic-Zollen beſetzen, und folglich aus 1000 Cubic-Zollen den gantzen Cubic-Schuch componiren, und ſo weiter.

corrigiæ extenſa. At vero accuratiora etiam magisque exigua ſegmenta adhibet Artificum curioſitas, unumque pollicem quadratum in Lacinias ſeu Lamellas decem, & hæc rurſus in dena Sitaria dividit; Sic ut Pollex Quadratus ſitaria centum contineat.

654.

654. Demnach iſt eine Cubi-Prime eine vier-eckigte Schicht, ſo eine Ruthe lang und breit, aber nur einen Schuch dicke iſt, wird von einigen auch eine Schacht- oder Schicht-Ruthe genennet. Eine Cubic-Secunde iſt ein länglichter Balcken, ſo eine Ruthe lang, aber nur einen Schuch breit und dick iſt. Eine Cubic-Tertie iſt ein Cubic-Schuch. Eine Cubic-Quarte iſt ein Schacht-Schuh, der einen Schuch lang und breit, aber nur einen Zoll dicke iſt. Eine Cubic-Quinte iſt ein kleiner Balcken, ſo einen Schuch lang, aber nur einen Zoll breit und dick iſt. Eine Cubic-Sexte iſt ein Cubic-Zoll, und eben auf die Art kan man mit denen übrigen kleinern Maaſen verfahren. Z. E. 24, 371 829 (6 betragen nach Cörper-Maaß: 24 Cubic-Ruthen, 3 Schacht-Ruthen, 7 Balcken-Ruthen, 1 Cubic Schuch, 8 Schacht-Schuch, 2 Balcken-Schuch, und 9 Cubic-Zoll. * Zuſatz.

655. Indem aber 1000 Cubic-Schuch eine Cubic-Ruthe, und 1000 Cubic-Zoll einen Cubic-Schuch ꝛc. ausmachen, (§. 653.) ſo ſpricht man heut zu Tage das Cörper-Maaß gerne zu drey und drey Zahlen aus, und behält dabey nur die Nahmen des Langes-Maaſes, als vorige Zahl giebt im Cörper-Maaß 24 Cubic-Ruthen, Zuſatz.

* Laurenbergius l. c. pag. 18. Decem pedes Cubici in directum digeſti, longiuſculum conſtituunt corpus, ſeu parallelepipedon priſma, quod Aſſer, ſeu δοκίς vocabitur, quia trabis ſeu tranſtilli imitatur figuram. Decem autem horum Aſſerum, ſeu cubici pedes centum in quadrum ſtrati, Scutulam, πλίνθον efficiunt. Cujusmodi figuram habent lateres cocti, ſeu tegulæ pavimento ſternendo adhiberi ſolitæ. Ulterius, ex decem ſcutulis κατ' ἐφάρμοσιν compoſitis, Pertica Cubica generatur, numerans in ſua ſoliditate Aſſeres centum, ſeu Cubos mille. Porro Pes cubicus in millenas Teſſellas ſcinditur, quarum denæ ſingulæ Trabecularum nomine venire poſſunt, & ςώμικες appellari. Quodſi decem Trabeculæ coaſſatione laterali compingantur, Plinthium ſeu Laterculum producunt, cujus craſſities unam, longitudo ac latitudo denas, totaque amplitudo centum complectitur Teſſellas.

371 Cubic-Schuch, und 829 Cubic-Zoll, oder zuſammen 24 Millionen 371 tauſend 829 Cubic-Zoll.

Anmerck. 656. Es läſſet ſich zwar aus der Natur der ausmeßlichen Gröſſe von ſelbſten erachten, ob es Längen- Flächen- oder Cörper-Maaß seyn müſſe, iedoch iſt es nicht unbequehm, wenn man die Kenn-Ziffer des Längen-Maaſes mit einer ſchlechten Lunula, des Flächen-Maaſes, mit einer Lunula darüber 2, und des Cörper-Maaſes mit einer Lunula, darüber 3 ſtehet, diſtinguiret. Denn alsdenn laſſen ſich die Decimal-Zahlen gar kenntlich ſchreiben und ausſprechen. Z. E. 19,2965 (4 ſind 19 Ruthen, 2 Schuch, 9 Zoll, 6 Gran und 5 Scrupel, oder 192965 Scrupel.

$173,2468 \overset{2}{(4}$ ſind 173 Quadrat-Ruthen, 24 Quadrat-Schuch, 68 Quadrat-Zoll, oder 1732468 Quadrat-Zoll.

$8,394156 \overset{3}{(6}$ ſind 8 Cubic-Ruthen, 394 Cubic-Schuch, 156 Cubic-Zoll, oder 8 394 156 Cubic-Zoll.

Alſo ſind 3.0052 (4 $= 3 \frac{52}{10000}$ oder 3 Ruthen, 5 Gran, 2 Scrupel.

$15,000012 \overset{2}{(6} = 15, \frac{12}{1000000}$ oder 15 Quadrat-Ruthen und 12 Quadrat-Gran.

$7,000008 \overset{3}{(6} = 7 \frac{8}{1000000}$ oder 7 Cubic-Ruthen und 8 Cubic-Zoll.

Oder es iſt auch gar bequehmlich mit dem Herrn Prof. Haſio die pedes und digitos vermittelſt kleiner Buchſtaben als exponentes Dignitatum oben anzuhengen, z. E.

z. E. 5432^{d} bedeutet 5432 Zoll, 1256^{qd} ſind 1256 Quadrat-Zoll, 1624^{cd} 284 ſind 1624 Cubic-Zoll, und 284 Cubic-Gran, u. ſ. w. *

60. Aufgabe.

657. Eine jede Zahl in eine verlangte Decimal-Zahl zu verwandeln. 60. Aufgabe.

1.) Sind es gantze Zahlen, und ſollen auf Primen, Secunden, Tertien ꝛc. das iſt auf 10 Theil, 100 Theil, 1000 Theil ꝛc. reducirt werden, ſo ſetze man ſo viel Nullen hinan, als es die Kenn-Ziffer nach ihren Unitäten erfordert, als 5 Thl. auf Tertien oder tauſend Theil des Thl. thun 5 000 Thl. 12 Quadrat-Ruthen in Quadrat-Sexten thun 12.000000. (§. 645.)

2.) Sind es Brüche, ſo verfahre man nach der 30 Aufgabe §. 367. Als $7\frac{3}{8}$ (z. E. 7 Thl. 9 Gr.) auf 1000 Theile geſetzet, ſind erſt 7.000, hernach ſind $\frac{3}{8} = (\frac{3000}{8}) : 1000 = 375$, folglich $7\frac{3}{8} = 7.375$. Auch giebt $\frac{1}{400}$ auf 10000 Theile reſolvirt 0025. Gleichergeſtalt thun 213 (1 auf Scrupel reducirt 213000(4.

3.) Sind es ſurdiſche Zahlen, ſo extrahire man aus ihnen die Wurtzel per approximationem, wie oben (§. 538.) allbereit gemeldet worden, z. E. $\sqrt{2}$ in Deci-

* Vid. Herrn Prof. Haſii Pithometriæ ſ. Doliorum Menſuræ Theoria Nova Algebræ ope eruta & perfecta Vitemb. 1723.

mal-

mal-Quinten iſt = 1. 41421, bey nahe. Wie denn von dergleichen Extractionen und ihren Vortheilen in folgenden §. 667. ſeq. mit mehren ſoll gehandelt werden.

Zuſatz. 658. Alſo kan man auch umgekehrt die Decimal-Brüche auf andere, gemeine und ihre Gantze reduciren, wenn man die angeſetzten Nullen wieder abſchneidet,

z. E. 21. 3000 (4 auf Primen, geben 21. 3 (1
12. 000000 ²(6 oder Quadrat-Sexten geben 12 Quadrat-Ruthen.

Desgleichen geben 3750 oder $\frac{3750}{10000}$ durchs Aufheben:

(10	(5	(5	(5
$\frac{3750}{10000}$	$\frac{375}{1000}$	$\frac{75}{200}$	$\frac{15}{40}$

Wiederum $\frac{3}{8}$ u. ſ. w. (§. 360.)

61. Aufgabe.

61. Aufgabe. 659. Die Decimal-Zahlen zu addiren.

Man ſetze gleiche unter gleiche, addire wie gewöhnlich, und ſetze hinter die Summe die gröſte Kenn-Ziffer.

Oder man fülle die leeren Plätze mit Nullen aus, ſo bekommen alle addendi einerley Kenn-Ziffer, (§. 657.) welche man zuletzt auch hinter das Aggregat ſchreibet.

Z. E.	3,4521 (4	Oder:	15.0048 ²(4
	17.67		3.2400
	4.5		5.0000
	6 94		0.7200
Summa	325621 (4		23.9648 ²(4

660.

660. Vermittelſt ſolcher Decimal-Expreſſionen laſſen ſich nicht allein allerhand Brüche, ſondern auch ſurdiſche Zahlen, (daraus man nach dem 538 §. wie auch dem folgenden 667. die Wurtzel durch Näherung gezogen,) gar füglich addiren, welches ſonſten nach gemeiner Art nicht ſo leicht angienge, als man addire Anmerck.

$19\frac{1}{3}$	=	19.33333(5
$11\frac{1}{2}$	=	11.5
$\frac{7}{25}$	=	00.28
$V2$	=	1.41421
$V(3-V2)$	=	1.25928
Summa:		33.78682(5 beynahe.

62. Aufgabe.

661. Die Decimales von einander zu ſubtrahiren. 62. Aufgabe.

Wie gewöhnlich ſubtrahire man gleiches vom gleichen, und ſetze an den Reſt die gröſte Kenn-Ziffer: Als von

	53.725(3	Oder:	$74.5100\overset{2}{(}4$
Subtr.	28.16		36 0000
Reſt:	25.565(3	Reſt:	$38\,5100\overset{2}{(}4$

Auf gleiche weiſe kan man auch Gantze und Brüche, und ſurdiſche Zahlen, nachdem man ſie in Decimal-Expreſſiones verwandelt, ſo viel zur Praxi nöthig, gar bequehmlich von einander ſubtrahiren.

63. Aufgabe.

662. Die Decimal-Zahlen mit einander zu multipliciren. 63. Aufgabe.

Man

Man ſetze die Factores neben einander, und multiplicire ſie wie in der gemeinen Multiplication, hinter das Product aber ſchreibe man die Summe der Kenn-Ziffern, ſo beyde Factores hatten. Z. E.

234 (0		086 (3	
	86 (2		25 (1
1404		430	
1872		172	
201,24 (2		2150 (4	

Beweiß.

Die Decimal-Zahlen ſind Brüche, und wenn Ganze dabey, ſind ſie Affter-Brüche, (Fractiones impropriæ) §. 643. Derowegen muß man ſo wohl die Zehler, als Nenner in einander multipliciren. (§. 371.) Die Nenner aber haben ſo viel Nullen, als die Kenn-Ziffern Unitäten, (§. 645.) Dahero darff man nur aus dem Haupt-Facto ſo viel Stellen abſchneiden, als die Summe der Kenn-Ziffern anzeiget.

Uberhaupt, wenn $d = 10$ $d^2 = 100$ $d^3 = 1000$ &c.

ſo giebt $\frac{a}{d^3}$ multiplicirt mit $\frac{c}{d^2}$ im Product $\frac{ac}{d^5}$ und

$$\frac{a}{d^m} \cdot \frac{c}{d^n} = \frac{ac}{d^{m+n}}$$ (§. 371. und 235. 3.)

Zuſatz. 663. Demnach muß die Kenn-Ziffer einer Decimal-Quadrat-Zahl allezeit ein numerus par ſeyn, (§. 248.) Als ſo $a(n$ multiplicirt wird mit $a(n$ iſt das Factum $aa(2n$. Diejenige eines Cubi muß mit 3 und eines Quadrato-Quadrati mit 4 diviſibel ſeyn ꝛc. Folglich muß man zum Quadrat-Zahlen die Nullen paarweiß, zum Cubis 3 und 3, zum Biquadratis 4 und 4 auf einmahl hinan ſetzen, wenn man ſie auf einen höhern Grad bringen will.

664. Oeffters braucht man nicht alle Decimal-Brüche, ſondern nur etliche. Als 32.415 mit 6.732 multiplicirt, giebt über die Gantzen auch noch Decimal-Sexten; So iemand aber nur die Secunden davon haben wolte, der bediene ſich Oughtreds Compendii: * Anmerck.

Nehmlich man ſetze den umgekehrten Multiplicatorem (hier, weil man nur Secunden verlanget,) unter die zweyte Bruchs-Ziffer des Multiplicandi, multiplicire mit ieder Ziffer des Multiplicatoris ſo viel vom Multiplicando als ſie erreichet, iedoch rechne man bey iedem Anfang ſo viel dazu, als man ſonſten vorhero hätte im Sinne behalten müſſen, und ſetze alle Facta partialia grade unter einander, ſo erſpahret man nicht nur ein ziemliches in der Multiplication, ſondern auch in der Addition:

Als:	Mühſam ſtünde es alſo:	
32.415	32,415	
23.76	6,732	
19449	6	4830
2269	97	245
97	2269	05
6	19449	0
Facit: 218.21	21821	7780

Der Beweiß gründet ſich auf den ſchieffen Unterſatz in der Multiplication, von welchem die unbrauchbarn letzten Ziffern ohnedem allezeit abgeſchnitten werden, wenn man mit 1000, 10000 ꝛc. hinein dividiret. (§. 151.)

64. Aufgabe.

64. Aufgabe.

665. Die Decimales in einander zu dividiren.

* Dergleichen und mehrere Exempel davon beſehe man in Oughtreds Clavi Mathematicæ denuo limata, pag. 8. ſeq. wie ſich denn dieſes Vortheils Benj. Urſinus in ſ. Trigonometrie pag. 167. ſeqq. mit gutem Nutzen bedienet hat.

Die Anſetzung des Dividendi und Diviſoris, wie auch die Operation geſchiehet wie ſonſt, nur daß man ihre Kenn=Ziffern mit dazu ſetzet. Denn beyder Differentz giebt die Kenn=Ziffer des Quoti. Als:

Divid. 1464402(5|3.21(2
9586 Quotus.
45
Diviſ. 4562 (3

1150(4|2,5(1 13686
86(3 53 9124
4 4562

1464402

Beweiß.

So man mit $\frac{a}{d^3}$ in $\frac{ab}{d^5}$ dividiret, kommt $\frac{b}{d^2}$. Oder überhaupt, wenn man mit $\frac{a}{d^n}$ in $\frac{ab}{d^{m+n}}$ dividiret, kommt $\frac{b}{d^m}$ (§. 372. e. und 240. 2.)

Woraus gar deutlich zu ſehen, daß die Kenn=Ziffer des Diviſoris von des Dividendi ſeiner zu ſubtrahiren, wenn man die characteriſticam Quoti haben will.

Anmerck. 666. Daferne nach der Diviſion nicht alles aufgehet, und der Quot etwas genauer verlangt wird, ſo erhebe man den Dividendum mit einigen Nullen auf ſo viel Grad weiter, als man den Quotum näher begehrt (§. 657.) und procedire wie zuvor. Oder man ge-brau-

brauche Walliſii Compendium, * da er den Diviſorem nach geendigter Diviſion noch immerzu unter dem Reſiduo fortſetzet, und wenigſtens mit ſeinen anfänglichen Ziffern fernerweit darein dividiret, wodurch man alſo den Quotum ohne viel Mühe um etliche Decimal-Brüche ſchärffer bekommt, obſchon deſſen allerletzte Ziffer ungewiß bleibet: Als 2846498 (o mit 81225 (o

```
        416
       3595
      34701
      46842
     0972500
    41084322
   284649800 (35.0446(4
    81225555
     812222
      8122
       81
        8122
         812
```

Nehmlich, weil man zum Dividendo zwey Nullen geſetzet, (oder ihn auf den andern Grad, das iſt: 100 Theile erhoben hat,) und nach geendigter Diviſion den Diviſorem von forne her, ſo weit er nehmlich gereichet hat, noch 2 mahl untergeſchrieben, iſt es ſo viel, als hätte man noch 2 Nullen am Dividendo angehenget, und deshalber muß man im Quotienten 4 abſchneiden.

* Vid Walliſii Treatiſe of Algebra. Chap. VIII. of Decimal-Fractions pag. 26. Und ſchreibet Oughtred in ſ. Clavi p. 14 davon: Pulcherrima hæc eſt Diviſionis contractio, & maximi uſus in Computationibus Aſtronomicis.

65. Aufgabe.

65. Aufgabe.

667. Aus einer Decimal-Zahl die begehrte Wurtzel zu ziehen.

So es nöthig, erhebe man ſie auf ſo viel Grad weiter, als man die Wurtzel näher begehret, iedoch allezeit ſo weit, daß ihre Kenn-Ziffer mit dem Exponenten der gegebenen Potentz divisibel werde, (§. 663.) Alsdann extrahire man die Wurtzel, wie oben (im 532, 538, 550. 557. §.) angewieſen worden. Endlich die characteriſticam Radicis zu bekommen, dividire man die Kenn-Ziffer der erhobenen Decimal-Zahl mit dem Exponenten von ſolcherley Potentz.

Z. E. So man aus 300 Quadrat-Ruthen, oder einem ſo genannten Acker Feld, die Wurtzel oder Seite ſeines Quadrats erfinden wolte, erhebe man ihn auf 30000 Quadrat-Schuhe (§. 657.) ſo giebt die Wurtzel nach Längen-Maaß 17.3 Quadrat-Schuhe, und noch was drüber. (§. 532.)

Will man ſie genauer haben, ſo erhebe die 300. □ Ruthen auf Quadrat-Gran, daß iſt auf (300.000000(6) Quadrat-Sexten. (§. 650.) ſo giebt ſolch Quadrat nach gehöriger Extraction, oder nach Ludolphi Tetragonometrie, vor die geſuchte Seite 17.320 (3 Gran, oder Längen-Tertien.

Vortheil.

668. Indem aber durch die Hinanſetzung ſo vieler Nullen die Extraction (ſonderlich der höhern Wurtzeln) immer ſchwehrer und verdrießlicher wird, ſo bediene man ſich des Herrn Halley Methode, * als wordurch die Wurtzeln ohne weiteres Extrahiren ſo ſcharff gefunden, als ſie verlanget werden, und mag dieſe aus folgenden zwey Exempeln gar leicht zu erlernen ſtehen:

* In Tranſact. Anglican. No. 210. pag. 136.

I. Man

I. Man ſetze die Quadrat-Wurtzel auf 300.00 ſey $= 173 + y$ ſo multiplicire man ſie quadratiſch, kommt

$$29929 + 346y + y^2 = 300.00 \quad (\text{§. } 263.)$$
$$ 299\ 29 \quad \text{ſubtr.}$$

Und $346y + y^2 = 71$ (§. 633.)

Weil aber das Quadrat eines Bruchs iederzeit weniger als eine Unität giebt (§. 96.) ſo kan man das Quadrat y^2 ohne mercklichen Fehler hinweg laſſen, und ſind dahero

$$346y = 71$$

folglich $y = \frac{71}{346}$ (§. 637.) $= \frac{205}{1000}$ (§. 657.)

Derowegen iſt $(300.00\,00\,00\,00)^{1:2} = 17.3205.$ (§. 667.)

Will man damit noch nicht zufrieden ſeyn, ſo ſetze man die Radix ſey $= 173205 + y$, dann iſt

$$29999972025 + 346410y + y^2 = 30000000000$$

Und $346410y = 27975$ (nach vorhergehenden)

folglich $y = \frac{27975}{346410}$ (§. 637.)

$= \frac{80756}{1000000}$ (§. 657.)

Demnach iſt die Quadrat-Wurtzel aus 300. Quadrat-Ruthen

$= 17.3205080756$ (10 Oder auch

$\sqrt{3} = 1.73205080756.$ ſo genau genug iſt.

II. Es ſey $\sqrt[3]{2}$ in Decimal-Zahlen zu determiniren, ſo extrahire man aus 2000000 Decimal-Sexten die Cubic-Wurtzel, dann giebt ſie 125 Decimal-Secunden. (§. 667.) Weil aber nicht alles aufgehet, ſetze man, es ſey die genauere Wurtzel = $125 + y$, ſo wird ſie cubiſch multiplicirt, (nach § 491.)

$$1953125 + 46875y + 373y^2 + y^3 = 2000000$$
$$\text{Subtr. } 1953125$$

$$\text{Und } 373y^2 + 46875y = 46875$$

Wenn man nehmlich den Bruchs-Cubum y^3 wegläſſet, indem er nichts merckliches ausmachet, wie im vorhergehenden bey dergleichen Bruchs-Quadrate ſchon erinnert worden.

Demnach iſt $y^2 + 125y = 125$ (§. 637.) Und weil aus $y^2 + 125y$ nach geſchehener Extraction des Quadrat von halb 125, nehmlich 3906.25 noch fehlet, (§. 640.) ſo addire man es beyderſeits dazu, kömmt

$$y^2 + 125y + 390625 = 4031.25 \quad (\S. 632.)$$

Erhebet man 4031.25 auf Octaven, kommen

$$y^2 + 125y + 390625 = 4031.25000000$$

$$\text{und iſt } y + 62.5 = 634921 \quad (\S. 639. 640.)$$
$$\text{nach } \S. 633 \text{ ſubtr. } 62.5;$$

folglich kömmt $y = .9921$, alſo daß die Cubic-Wurtzel aus 2 = 1 259921, ſo ſchon zulänglich.

Practiſche Nutzen der Decimal-Zahlen.

669. Es hat ſchon Herr Ed. Wels gezeiget, daß die Verwandlung der benannten in Decimal-Zahlen von einem guten Nutzen ſey, * und damit ich zu ihrer practiſchen Application auch etwas noch möchte beytragen, ſo habe in folgender Tabelle die Groſchen und Pfennige auf 10 000 000, oder zehn Millionen-Theile des Reichs-Thalers reduirt:

* Vid. Ed. Welſii Elem. Arithm. pag. 119. ſeq.

Gr.

Gr.	Pf.	Part. Decm.	Gr.	Pf.	Part. Decim.	Gr.	Pf	Part. Decim.
0	1	.0034722	2	9	.1145833	5	5	.2256944
0	2	.0069444	2	10	.1180555	5	6	.2291666
0	3	.0104166	2	11	.1215277	5	7	.2326388
0	4	.0138889	3	0	.1250000	5	8	.2361111
0	5	.0173611	3	1	.1284722	5	9	.2395833
0	6	.0208333	3	2	.1319444	5	10	.2430555
0	7	.0243055	3	3	.1354166	5	11	.2465278
0	8	.0277778	3	4	.1388888	6	0	.2500000
0	9	.0312500	3	5	.1423610	6	1	.2534722
0	10	.0347222	3	6	.1458333	6	2	.2569444
0	11	.0381944	3	7	.1493055	6	3	.2604166
1	0	.0416666	3	8	.1527777	6	4	.2638888
1	1	.0451388	3	9	.1562500	6	5	.2673610
1	2	.0486110	3	10	.1597222	6	6	.2708332
1	3	.0520832	3	11	.1631944	6	7	.2743054
1	4	.0555555	4	0	.1666666	6	8	.2777777
1	5	.0590277	4	1	.1701388	6	9	.2812500
1	6	.0625000	4	2	.1736111	6	10	.2847222
1	7	.0659722	4	3	.1770833	6	11	.2881944
1	8	.0694444	4	4	.1805556	7	0	.2916666
1	9	.0729166	4	5	.1840278	7	1	.2951388
1	10	.0763888	4	6	.1875000	7	2	.2986110
1	11	.0798610	4	7	.1909722	7	3	.3020832
2	0	.0833333	4	8	.1944444	7	4	.3055555
2	1	.0868055	4	9	.1979166	7	5	.3090277
2	2	.0902778	4	10	.2013888	7	6	.3125000
2	3	.0937500	4	11	.2048611	7	7	.3159721
2	4	.0972222	5	0	.2083333	7	8	.3194444
2	5	.1006944	5	1	.2118055	7	9	.3229166
2	6	.1041666	5	2	.2152777	7	10	.3263888
2	7	.1076388	5	3	.2187500	7	11	.3298610
2	8	.1111111	5	4	.2222222	8	0	.3333333

Gr.	Pf.	Part. Decim.	Gr.	Pf.	Part. Decim.	Gr.	Pf.	Part. Decim.
8	1	.3368055	10	9	.4479166	13	5	.5590277
8	2	.3402777	10	10	.4513888	13	6	.5625000
8	3	.3447499	10	11	.4548611	13	7	.5659722
8	4	.3472221	11	0	.4583333	13	8	.5694444
8	5	.3506943	11	1	.4618055	13	9	.5729165
8	6	.3541666	11	2	.4652778	13	10	.5763888
8	7	.3576388	11	3	.4687500	13	11	.5798611
8	8	.3611111	11	4	.4722222	14	0	.5833333
8	9	.3645833	11	5	.4756944	14	1	.5868055
8	10	.3680556	11	6	.4791666	14	2	.5902777
8	11	.3715278	11	7	.4826388	14	3	.5937500
9	0	.3750000	11	8	.4861110	14	4	.5972222
9	1	.3784722	11	9	.4895832	14	5	.6006944
9	2	.3819444	11	10	.4930556	14	6	.6041666
9	3	.3854166	11	11	.4965278	14	7	.6076388
9	4	.3888888	12	0	.5000000	14	8	.6111111
9	5	.3923610	12	1	.5034722	14	9	.6145833
9	6	.3958332	12	2	.5069444	14	10	.6180555
9	7	.3993054	12	3	.5104166	14	11	.6215277
9	8	.4027777	12	4	.5138888	15	0	.6250000
9	9	.4062499	12	5	.5173611	15	1	.6284722
9	10	.4097222	12	6	.5208333	15	2	.6319444
9	11	.4131944	12	7	.5243055	15	3	.6354165
10	0	.4166666	12	8	.5277777	15	4	.6388888
10	1	.4201388	12	9	.5312499	15	5	.6423610
10	2	.4236111	12	10	.5347221	15	6	.6458332
10	3	.4270833	12	11	.5381944	15	7	.6493055
10	4	.4305555	13	0	.5416666	15	8	.6527777
10	5	.4340277	13	1	.5451388	15	9	.6562500
10	6	.4375000	13	2	.5486111	15	10	.6597222
10	7	.4409722	13	3	.5520833	15	11	.6631944
10	8	.4444444	13	4	.5555555	16	0	.6666667

Gr.	Pf.	Part. Decim.	Gr.	Pf.	Part. Decim.	Gr.	Pf.	Part. Decim.
16	1	.6701389	18	9	.7812500	21	5	.8923610
16	2	.6736111	18	10	.7847222	21	6	.8958332
16	3	.6770833	18	11	.7881944	21	7	.8993054
16	4	.6805555	19	0	.7916666	21	8	.9027777
16	5	.6840277	19	1	.7951388	21	9	.9062500
16	6	.6874999	19	2	.7986110	21	10	.9097222
16	7	.6909722	19	3	.8020832	21	11	.9131944
16	8	.6944444	19	4	.8055555	22	0	.9166667
16	9	.6979166	19	5	.8090277	22	1	.9201389
16	10	.7013888	19	6	.8124999	22	2	.9236111
16	11	.7048610	19	7	.8159721	22	3	.9270833
17	0	.7083333	19	8	.8194444	22	4	.9305555
17	1	.7118055	19	9	.8229166	22	5	.9340277
17	2	.7152777	19	10	.8263888	22	6	.9375000
17	3	.7187499	19	11	.8298610	22	7	.9408722
17	4	.7222222	20	0	.8333333	22	8	.9444444
17	5	.7256944	20	1	.8368055	22	9	.9479166
17	6	.7291666	20	2	.8402777	22	10	.9513888
17	7	.7326388	20	3	.8437499	22	11	.9548611
17	8	.7361111	20	4	.8472222	23	0	.9583333
17	9	.7395833	20	5	.8506944	23	1	.9618055
17	10	.7430555	20	6	.8541666	23	2	.9652777
17	11	.7465277	20	7	.8576388	23	3	.9687499
18	0	.7500000	20	8	.8611111	23	4	.9722222
18	1	.7534722	20	9	.8645833	23	5	.9756944
18	2	.7569444	20	10	.8680555	23	6	.9791666
18	3	.7604166	20	11	.8715277	23	7	.9826388
18	4	.7638888	21	0	.8750000	23	8	.9861111
18	5	.7673600	21	1	.8784722	23	9	.9895833
18	6	.7708332	21	2	.8819444	23	10	.9930556
18	7	.7743054	21	3	.8854166	23	11	.9965278
18	8	.7777778	21	4	.8888888	24	0	10000000

Gebrauch voriger Tabellen. 670. Der Gebrauch hiervon iſt ſo wohl in der Multiplication als Diviſion der benahmten Zahlen gar leichte. Denn da darff man nur die Gr. und Pf. aus der Tabelle zu denen Thl. hinan ſchreiben, vom Facit die Thl. mit 7 Ziffern wieder abſchneiden, und die abgeſchnittenen in der Tabelle aufſuchen, ſo ſtehen die Gr. und Pf. gegen über. Z. E. Man multiplicire 4 Thl. 17 Gr. 11 Pf. mit 37.

Das iſt, ſo man 17 Gr. 11 Pf. aus der Tabelle in Decimal-Theilen nimmt, und an die 4 Thl. ſchreibet, kommt:

```
     4.7465277
     ---------  (37
    332256939
   142395831
   ----------
Facit : 175.6215249.
```

Nehmlich 175 Thl. 14 Gr. 11 Pf.

Auf gleiche weiſe läſſet ſichs auch gar bequehmlich dividiren: Als 175 Thl. 14 Gr. 11 Pf. in 37 Theile getheilet, das iſt, ſo man ſtatt der 14 Gr. 11 Pf. ihren Decimal-Bruch nimmt, und an die 175 Thl. hinan ſchreibt, kömmt:

```
     1756215277 (4.7465277
      577490888
  37) 26564477    Fac. 4 Thl. 17 Gr. 11 Pf.
       1211222
```

Anmerck. 671. Wie man im folgenden bald ſehen wird, beſtehen die Proportion-Reguln meiſt im multipliciren und dividiren. Daher wird dieſer Decimal-Anſatz ratione der Thl. Gr. und Pf. auch darinne können genutzet werden. Und alſo könnte man auch andere Müntz- Maaß- und Gewichts-Sorten auf dergleichen Art reſolvi-

ſolviren, wo es beliebig wäre, wie dann der P. Franciſcus Noël in ſeinen Mathematiſch-Phyſicaliſchen Obſervationibus in India und China c. 7. pag. 104. mit angemercket, daß die Sineſer ſo wohl ihre Maaſe, als Gewichte auch nach der Decimal-Abtheilung eingerichtet.

3. Von der Verwandlung der Müntzen, Maaſe, und Gewichte.

66. Aufgabe.

66. Aufgabe.

674. Die gröſſern in die kleinern zu verwandeln.

1.) Erfahre man aus dem Valore, aus der Gegeneinander-Meſſung, oder Abwägung, (oder auch aus denen Tabell. §. 684. ſeq.) wie viel gleiche Theile der kleinern, die gröſſere mehr iſt, als die kleinere. Z. E. 1 Thl. iſt um $\frac{1}{2}$ Käyſer-Gulden mehr denn 1. Käyſer-Gulden, 1 Sp. Duc. iſt um $\frac{7}{4}$ Thl. mehr denn 1 Thl.

2.) Mit dieſen Theilen multiplicire man die gegebene Anzahl der Gröſſern, und addire das Factum, ſo kommt die geſuchte Anzahl der kleinern.

Z. E. Man reducire 1234 Thl. auf Käyſ. Gulden
$\frac{1}{2}$ 617 ($\frac{1}{2}$

Fac. 1851 Käyſ. Gulden.

Man verändere 312 Spec. Ducaten in Rthl.
78 $\frac{7}{4}$
546

Fac. 858 Rthl.

Wenn nach Caſſini Obſervation * der Pariſer-Schuch 16 gleiche Theile hat, ſo hält der Römiſche Architectoni-

* Eiſenſchmid de Pond. & Menſuris pag. 94.

ſche

ſche Palmus dergleichen Theile 11. Dahero iſt ein Königl. Pariſer Schuch $= $ dem Röm. Palmo $+ \frac{5}{11}$ ſolches Röm. Palmi. (§. 255.) Nun verwandle man z. E. 232 Pariſer Schuch in Röm. Palmos.

$$\begin{array}{ll} 211 & 5 \\ {}^{\prime\prime} & \overline{} \\ 105.5 & 11 \\ \hline \end{array}$$

Fac. $337\frac{5}{11}$ Röm. Palmos.

Wenn das Amſterdammer oder Pariſer Pfund 20 gleiche Theile hat, ſo hält das Leipziger Pfund dergleichen Theile 19. * Dahero iſt z. E. das Amſterdammer Pf. $=$ 1 Leipziger $+ \frac{1}{19}$ Leipziger Pf. (§. 255.) Wie viel thun demnach 154 Amſterd. Pf. Leipziger Pf?

$$\begin{array}{ll} 154 & \\ 8\frac{2}{19} & (\frac{1}{19} \\ \hline \end{array}$$

Fac. $162\frac{2}{19}$ Leipziger Pfund.

Beweiß.

Es ſeyen die gröſſere Sorte $= G$, ihre gleichen Theile $= b$
die kleinere Sorte $= k$, und eben ſolcherley ihre Theile $= c$

Desgleichen ſey $b - c = d$ nehmlich der Differenz in ſolchen gleichen Theilen, ſo iſt $G = k + \frac{dk}{c}$ (§. 255.) Geſetzt nun die Anzahl der gegebenen gröſſern Sorte

* Cl. Combe dans le Negoce rendu facile pag. 449.

es

ſey $= a$, und die Anzahl der verlangten kleinern $= x$ ſo iſt $aG = xk$, und $ak + \frac{adk}{c} = xk$ (§. 263.)

Folglich iſt $a + \frac{ad}{c} = x$ (§. 637.)

67. Aufgabe.

675. **Die kleinern Müntzen, Maaſe und Gewichte auf dergleichen gröſſere zu reduciren.** 67. Aufgabe.

1.) Erfahre man, (wie im vorigen,) wie viel Theile der gröſſeren, die kleinere Sorte weniger iſt, als die gröſſere.

2.) Mit dieſen Theilen multiplicire man die gegebene Anzahl der kleinern, und ſubtrahire das Factum, ſo kömmt die geſuchte Anzahl der gröſſern.

Z. E. Man verwandle 184 Meiß. fl. in Rthl. Weil ein Meißn. fl. $= 1$ Rthl. $- \frac{1}{8}$ Rthl. ſo dividire man mit 8, und ſubtrahire den Quotum:

	184
8)	23
Fac.	161 Rthl.

Denn 184 multiplicirt mit $\frac{1}{8} = \frac{184}{8} = 23.$

(§. 352.)

Man reducire 236. Pariſer Schuch auf Venetianiſche Schuch.

Not. So der Pariſer Schuch 72 gleiche Theile hat, ſo hält der Venetianiſche 77 dergleichen Theile, dahero iſt

$$1.\text{Pariſ. Schuch} = 1.\text{Ven. Schuch} - \frac{5}{77}\text{Ven. Schuch.}$$

Man multiplicire dieſe Gleichung beyderſeits mit 236, kommen

$$236\ \text{Pariſer Schuch} = 236\ \text{Venetianiſche Schuch} - \frac{1180}{77}\ \text{Venetianiſche Schuch}$$

$$\text{welche (in Gantzen)} = 15\frac{25}{77}\ \text{Ven. Schuch, dieſe ſubtr.}$$

$$\text{Fac.}\quad 220\frac{52}{77}\ \text{Ven. Schuch.}$$

Wenn ein Leipziger Pfund 102 gleiche Theile hat, ſo hält ein Hamburger Pfund dergleichen 105 Theile, * wie viel machen demnach 348 Leipziger Pfund an Hamburger Gewicht?

$$1.\text{Leipziger Pf.} = 1.\text{Hamb. Pf.} - \frac{3}{105}\ \text{Hamb. Pf.}$$

Man multiplicire mit 348 kommen

$$348.\text{Leipz. Pf.} = 348.\text{Hamb. Pf.} - \frac{1044}{105}\ \text{Hamb. Pf.}$$

$$-\frac{1044}{105} = \quad -9\frac{99}{105}$$

$$\text{Fac.}\ 338\frac{6}{105}$$

Beweiß.

Es ſey die kleinere Sorte $= k$, und ihre gleiche Theile $= t$ die gröſſere $= Gl$, und eben ſolcherley ihre Theile $= 6$

* Claire-Combe loc. cit.

Auch

Auch ſey $b - c = d$, nehmlich beyder Theile Differentz.

$$\text{So iſt } 1k = 1G - \frac{d}{b}G \text{ (§. 256)}$$

Dieſe Gleichung multiplicire man beyderſeits mit der gegebenen Anzahl der kleinern Theile $= a$, kommen

$$ak = aG - \frac{ad}{b}G \text{ (§. 263.)}$$

676. Es werden zwar dergleichen Reductiones insgemein durch die Proportion-Regul verrichtet, und ſollen im folgenden Capite auch einige Exempel davon gegeben werden. Allein wenn die Difference aus einem eintzeln oder ſonſt leichten Bruch beſtehet, iſt dieſe Manier viel bequehmer, und hat man dabey noch den Vortheil, daß zugleich der Abgang in der Gröſſern, und der Uberſchuß in der kleinern Sorte mit zum Vorſchein kömmt. Anmerck.

677. Die Gleichung, wornach eine gewiſſe Anzahl kleinerer Sorten der gefundenen Anzahl gröſſerer Sorten, und vice verſa, gleich geſchätzet wird, pflegt man ſonſten auch das Pary zu nennen, ſonderlich wenn es in kleinſten Zahlen exprimiret iſt. Anmerck. und Erklär.

68. Aufgabe.

678. Aus dem gegebenen Gehalt zweyer Müntzen, Maaſe, oder Gewichte das Pary zu finden.

Man multiplicire die vorhin gefundene Gleichung mit des Differentz-Bruchs Nenner, ſo kommen auf beyden Seiten lauter gleiche Gantze. (§. 371. d. und 635.)

Z. E. Wenn 1 Thl. = 1 Meißn. fl. + $\frac{1}{7}$ M. fl. multipl. man mit 7) komen 7 Thl. = 7 M. fl. + 1 M. fl.

Nehmlich 7 Thl. = 8 Meiß. fl.

Wenn

Wenn 1 Thl. = 24 Gr. und 1 Sp. Duc. = 66 Gr.
ſo dividire man beyderſeits mit 6, kommt
1 Thl. = 4 und 1. Spec. Duc. = 11.
(Orthsthalern) (§. 270.)
Dahero iſt

$$1 \text{ Thl.} = 1 \text{ Spec. Duc.} - \frac{7}{11} \text{ Spec. Duc.}$$

(§. 256.) dieſe mit 11 multiplicirt.

geben 11 Thl. = 11 Spec. Duc. - 7 Sp. Duc.

das iſt 11. Thl. = 4 Spec. Duc.

Vortheil. 679. Dahero ſtehet das Pary allezeit mit dem Gehalt verkehrt, deswegen man dann den Gehalt nur darf umkehren, ſo giebt ſolche Verwechſelung das Pary, als:

1 Käyſ. Gulden iſt gegen 1 Thl. wie 16 gegen 24

oder wie 2 gegen 3 dahero

thun 3 Keyſ. Gulden juſt 2 Thl.

69. Aufgabe.

69. Aufgabe. 680. Wenn der Gehalt von einer Sorte nicht ſo gleich auf die verlangte, ſondern vorher auf einige Zwiſchen-Sorten verglichen iſt, dennoch die letzten Sorten auf die erſte zu reduciren.

1.) Man multiplicire die Zahlen in der erſten Reihe (nehmlich darinnen ſich die geſuchte Sorte befindet) alle in einander, und was heraus kommt, multiplicire man noch mit der gegebenen Anzahl der letzten Sorte.

2.) Multiplicire man auch die Zahlen in der andern Reihe alle in einander, (nehmlich worunter die gegebene Sorte ſteht,) und dividire mit dieſem Product in das vor-

vorhergehende, dann giebt der Quotus die Anzahl der erſten Sorte, ſo der gegebenen Anzahl von der letzten Sorte gleich iſt. Z. E.

16. Röm. Architect. Palmi ſind = 11. Pariſer Schuch
77. Pariſer Schuch = 72. Venet. Schuch
135. Venet. Schuch = 154. Engliſche Schuch
139. Engliſche Schuch = 150. Leipziger Schuch

Wie viel thun demnach 236. Leipziger Schuch Römiſche Palmos?

Man multiplicire 16 mit 77, das Factum mit 135, und dieſes Factum mit 139, kommen 23118480.

Dieſes letzte Factum multiplicire man mit 236 kömmt im Haupt-Product: 5455961280.

Ferner multiplicire man 11 mit 72, was kömmt mit 154. und ſolch Factum mit 150, ſo kömmt das andere Product 1829520.

Mit dieſem andern Product dividire man das Haupt-Product, ſo kommen im Quoto $298\frac{12}{55}$ Römiſch-Architectoniſche Palmi, ſo denen gegebenen 236 Leipziger Schuhen gleich.

Beweiß.

Wenn $aP = bQ$
$cQ = dR$
$eR = fS$
und $gS = hT$, ſo iſt zu beweiſen, daß die Sorte T auf die Sorte P reducirt, nehmlich, wenn die gegebene Anzahl $= n$, daß $nT = \frac{acegnP}{bdfh}$.

Weil $aP = bQ$, ſo iſt $\frac{aP}{b} = Q$ (§. 637.)

Aa und

und $\frac{acP}{b} = cQ = dR$ (§. 263.)

Desgleichen iſt $\frac{acP}{bd} = R$ und $\frac{aceP}{bd} = fS$.

Ferner $\frac{aceP}{bdf} = S$ und $\frac{acegP}{bdf} = gS = hT$.

Endlich $\frac{acegP}{bdfh} = 1T$.

Dieſe letzte Gleichung multiplicire man beyderſeits mit der gegebenen Anzahl von T, nehmlich mit n,

kommen $\frac{acegnP}{bdfh} = nT$. (§. 263.)

Anmerck. 681. Wolte man eine gegebene Anzahl von der Sorte P auf T reſolviren, ſo iſt $\frac{bdfhnT}{aceg} = nP$. Nehmlich man darff ſich nur einbilden, als hätte man den Anſatz derer Gehalte, oder die Pary verkehrt angeſchrieben.

Vortheil. 682. Indem die Verſetzung der efficientium das Factum nicht ändert (§. 273.) auch da der Gehalt des Pary nicht verändert wird, wenn man ihn beyderſeits mit einer dritten Zahl aufhebt. (§. 270.) ſo erſpahrt man viel Mühe, wenn man die Sätze zu beyden Theilen ſo lange aufhebt, als es müglich, und zuletzt nur die überbliebenen aufgehobene Zahlen in einander multiplicirt.

Als

Als im vorigen

8:16. Röm. Palmi = 11. Par. Schuch
' '' ''

7:77. Par. Schuch = 8:72. Ven. Schuch
' '' '''

9:27:135. Ven. Sch. = 11:77:154. Engl. Sch.
' '' ''' '' '''

139. Engl. Sch. = 10:30:150. Leipz. Sch.
236 '' '''

834 | 110.
417
278

32804 ($298\frac{24}{110}$ (2 | $\frac{12}{55}$ Architect. Palmi.
'' ''
110) 1092
'''
11
''

683. Dieſe Aufgabe iſt von groſſem Nutzen, und bedienet man ſich ihrer nicht allein in der zuſammen geſetzten Müntz-Maaß- und Gewichts-Vergleichung, ſondern es gebrauchen ſie auch die Kauff-Leute, wenn ſie ſo gleich wiſſen wollen, über welche Handels-Plätze ſie nach gegebenem Wechſel-Cours ihre Gelder vortheilhaffter rouliren laſſen. Von den Frantzöſiſchen Arithmeticis wird ſie la Regle Conjointe oder auch la Regle des Arbitrages genennet. * Anmerck.

684. I. Tabelle der vornehmſten Schuhe auf den Königlichen Pariſer-Schuch reduciret. Nehmlich ſo der Pariſer Schuch 1440 gleiche Theile hat, (das iſt 12 Zoll, ieder Zoll 12 Linien, und iede Linie 10 particulas) ſo hält dieſer Theile

* Man beſehe hiervon Cl. Combe Nouvelle & Univerſelle Pratique d'Arithmetique pag. 298. ſeq.

Der Rheinländiſche - -	1391 + 3:10
Der Londenſche - -	1350
Der Schwediſche - -	1320
Der Däniſche - - -	1403 + 2:5
Der Dantziger - -	1271 + 1:2
Der Cracauer - -	1580
Der Wieniſche - -	1420
Der Conſtantinopolitaniſche - -	1320
Der Venetianiſche - -	1540
Der Bononiſche - -	1682 + 2:5
Der Babyloniſche - -	1633
Der alte Römiſche, Statilii im Belvedere	1311
Coſſutii in Hort. Matth. - -	1315
Der Griechiſche - -	1380
Der alte Hebräiſche - -	1590
Die Spaniſche Ell: Vara de Caſtilia - -	3676
Der Liſſaboner - -	1387
Der Straßburger - -	1282 + 3:4
Der Nürnberger - -	1347
Der gemeine Leipziger - -	1251
Der Leipziger Bau-Schuch - - -	1253.

Dieſe ſind mehrentheils nach Auzouti, Picardi, Caſſini, Bernardi, und Eiſenſchmidii Obſervationen angeſetzet.

685. II. Tabelle von einigen Ellen, Schuhen und Palmis, wie ſie der Käyſerl. Architectus Bibiena in ſeiner Civil-Bau-Kunſt angeſetzet, * und mit des berühmten Mechanici Joſephi Maccarii Tariffen übereinkommen, auf den Königl. Pariſer Schuch zu 1000 Theilen, und deren angehengte Brüche gerechnet:

* Vid. Architettura civile preparata ſù la Geometria di Ferd. Galli Bibiena; fol. 25. ſeq.

Nehm-

Nehmlich davon hält

Die Mäyländiſche Elle - -	1953†1:8
Die Ferrariſche, zu Tüchern, - - - (und die Röm. Architect.) - -	2060
Diejenige zu Seiden: - -	1936
Modeneſiſche Elle: - -	1936
1. Elle in Siena - -	1852†1:2
1. Elle in Lucca - -	1815†35:36
1. Elle in Florentz - -	1791†2:3
1. Elle in Parma - -	1754†1:6
1. Elle in Mantua - -	1436

Dergleichen Elle heiſt eigentlich Braccio.

Der Turiniſche Schuch - -	1579†1:6
Der Schuch in Pavia - -	1444†4:9
Der Mäyländiſche - -	1222†2:9
Der Bologneſiſche - -	1170†5:6
Der Lioniſche - -	1052†17:54
Der Königl. Pariſer - -	1000
Der Dännemärckiſche - -	974†13:18
Der Leidenſche - -	966†2:3
Der Griechiſche im Campidoglio -	943†1:18
Der Londen. deren 3 eine Engl. Gerte thun	938†5:144
Der Röm. (Coſſutii) in Hort. Matth. -	913†7:36
Der Babyloniſche, oder halbe Cubitus Sacer -	1134
Der Genueſiſche Palmus - -	768
Der Röm. Palmus in Campidoglio -	686†11:24
Der alte Römiſche - -	924
Der Röm. (Statilii) in Belvedere - -	910†5:12
Der Römiſche Campidoglio - -	907†7:24
Der Brüſſelſche - -	846†2:3
Der Palmus in Napoli - -	806†43:72
Der Spaniſche Palmus - -	654.

686. III. Tabelle von denen vornehmſten Pfunden in Europa, deren Anzahl einander durchaus gleich, aus Cl. Combe Negoce rendu facile pag. 448.

Pf.

100. in Amſterdam und Pariß.
105. Antwerpen
108. Alicante
$22\frac{1}{2}$. Rottes d'Aleppo
125. Archangel
125. Avignon
112. Audenarde
103. Augsburg
149. Ancona
103. Bremen
95. Bergen und Norwegen
111. Bern
125. Breslau
83. Catti di Battavia
98. Basle
169. Bergamo
100. Beſançon
100. Bourdeaux
151. Boulogne
104. Bourg
106. Bruges
101. Coppenhagen
125. Coningsberg
104. Cölln
106. Cadis
88. Rottes de Conſtant.
112. de Courtray
113. Dantzig
114. Dixmude
105. Spanien
116. Lion
99. Rochelle
109. Londen klein Gewicht
97. Londen. groß Gewicht.
105. Leipzig
145. Livorno
105. Luck
105. Lübec
114. L'Isle
123. Marſeille
168. Meyland
175. Mantua
164. Meſſina
151. Modena
120. Montpellier
105. Mons
105. Middelburg
169. Naples
98. Nürnberg
114. Portugal
100. Paris
96. Ruen
122. Riga
151. Raconis
117. Stockholm
101. Stettin
106. Sevilien
$26\frac{1}{3}$. Rottes de Seyde
62. Rott. de Sicile
80. Pics de Siam
158. Saragoſſa

98. Franckfurth	100. Strasburg
152. Florentz	118. Thoulouſe
89. Geneve	161. Tortoſe
150. Genua	151. Turin
112. Gent	113. Tournay
105. Geldern	166. Venedig
102. Hamburg	158. Valentia
	114. Ypern.

III. Capitel.

Von der Proportione Numerorum.

§. 685.

Von denjenigen Gröſſen ſagt man, daß ſie auf eine gemeinhabende Art beſchaffen (oder homogeniſch) ſeyn, davon der kleinſte Theil der einen nach vielmahliger Zuſammenſetzung, der andern Gröſſe kan gleich, oder auch gröſſer, als dieſelbe werden. * Erklär.

686. Wenn man den Gehalt einer Gröſſe bloß aus dem Gehalt einer andern homogeniſchen Gröſſe determiniret, ſo wird dieſe Gegeneinanderhaltung eine Verhältniß oder Ration genennet. Erklär.

Z. E. Der Senarius (6.) iſt zweymahl ſo groß, als der Ternarius (3.) 25. Jahr ſind $\frac{1}{4}$ von einem Seculo, oder 100 Jahren.

687. Alſo haben 6 Zoll und 4 Meilen auch eine Ration untereinander, denn jener Theile multiplicirt, können 4 und mehr Meilen ausmachen. Hingegen haben 2 Pfund mit 6 Jahren keine Ration. Denn ich mag 2 Loth oder 2 Pfund ſo vielmahl nehmen, als ich will, bringe ich keine 6 oder mehr Jahr heraus, das iſt, wie man ſonſt Anmerck.

* Euclid. V. Lib. V. it. I. Lib. X.

ſpricht: Heterogeneorum non datur Ratio. Z. E. Die Linien haben mit den Flächen, und dieſe mit denen Cörpern keine Verhältniß. Jedoch iſt dieſes nicht auf die Algebraiſchen Potentzen zu ziehen, als welche nehmlich alle, reſpectu ihrer gemeinſchafftlich angenommenen einerley Einheit von einer eintzigen Dimenſion zu ſeyn, gehalten werden. * Wie denn ein algebraiſch Quadrat a^2 etliche mahl, nehmlich a mahl genommen, ſeinem Cubo a^3 gleich wird. Und da die Quantitates privativæ gleichwohl reales ſind, (§. 216. 217.) ſo können auch dieſe mit denen poſitivis eine Verhältniß haben, und pflegt man von einem, der 800 Thl. ſchuldig iſt, und nur 200 hat, gar offt zu ſagen, daß ſeine Schuld viermahl ſo groß ſey, als ſein Vermögen. Hingegen hat z. E. 9 gegen 0 keine Ration, denn vielmahl 0 iſt = 0, und kan kein Multiplum von 0 den Novenarium übertreffen.

Zuſatz. 688. Auf ſolche Art gehören zu einer Ration allemahl 2 Termini, davon der erſte, ſo gegen einen andern gehalten wird, und vorher da iſt, Antecedens, der andere aber, gegen welchen man den vorhergehenden hält, Conſequens rationis benahmet wird.

Zuſatz. 689. Und ſo miſſet man mit dem Conſequente, oder auch mit deſſen Theilen das Antecedens aus. Z. E. Eine Linie von 15 Ellen iſt gegen eine von 3 Ellen fünfffach ſo groß. Denn mit dieſer kan man jene juſt 5 mahl ausmeſſen. Alſo auch 20 gegen 6 iſt $3\frac{1}{3}$ mahl ſo groß. Desgleichen ſo 8 gegen 12 gehalten wird, iſt 8 nur $\frac{2}{3}$ mahl ſo groß als 12. Denn ſo ich den dritten Theil (4) aus 12 nehme, ſo reichet er juſt 2 mahl in 8 hin. Und eben von dieſer Ausmeſſung iſt ſolcherley Verhältniß Ratio κατ' ἐξοχὴν, oder auch Geometrica genennet worden.

* Vid. Herrn Prof. Haſii Diſſert. de Nihilo Mathemat. pag. 4. und 17.

690. Nehmlich zum Unterſcheid der Arithmetiſchen Verhältniß, da man bey Vergleichung zweyer Zahlen nicht auf ihren offtmahligen Gehalt, ſondern nur auf ihre Differentz ſiehet, als ſo man ſagt: 9 iſt um 5 gröſſer, als 4, oder 4 iſt um 5 weniger als 9, iſt es bloß ratio Arithmetica, oder mit Weigelio zu reden, * Ratio differentialis, von deren Gegeneinanderhaltung ſchon oben §. 504. ſeqv. gehandelt worden. Anmerck.

691. Da nun die Ausmeſſung einer Zahl durch eine andere dividendo geſchiehet, (§. 128. 129.) ſo muß man das Antecedens mit dem Conſequente dividiren, (§. 689.) davon denn der herauskommende Quot, Exponens Rationis, (der Exponente, Anzeiger, oder Angeber,) und ſolche Verhältniß von Weigelio ** Ratio Quotiformis betitult worden. Z. E. 15 gegen 3 iſt 5 fach. Denn 15 dividirt mit 3 giebt den Exponenten 5. Alſo auch 4 gegen 36 iſt der 9te Theil. Denn $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$, und iſt dahero der Exponente 1 : 9 (§. 349. 355.) Anmerck.

Uberhaupt von der Ration a gegen x iſt der Exponens $a : x$, es mag nun x gröſſer oder kleiner ſeyn, als a.

Von ena gegen enb iſt der Anzeiger $ena : enb = a : b$. (§. 360.)

692. Da auch in Brüchen die genommenen Einheiten, oder der Gehalt des Zehlers bloß nach denen gleichförmigen Einheiten, oder dem Gehalt des Nenners determiniret wird, (§. 344.) ſo ſind die Brüche auch nichts anders, als Rationes. (§. 686.) Anmerck.

693. Eine Ration heiſt gröſſer als die andere, wenn ihr Exponente gröſſer iſt, als der andern. Z. E. 6 gegen 2 iſt gröſſer, als 10 gegen 5. Denn jener Exponente iſt 3, und dieſer nur 2. 4 gegen 20 iſt gröſſer als 3 gegen 24. Denn $1:5 > 1:8$. Dergleichen Rationes heiſſen inæquales, diverſæ, oder auch diſſimiles. Erklär.

* Erh. Weig. in Idea Matheſ. univerſæ p. 18. §. 9.

** Loc. cit. pag. 18. §. 10.

Erklär. 694. Wenn ein gröſſers gegen ein kleiners gehalten wird, das iſt, wenn das Antecedens gröſſer iſt, als das Conſequens, ſo heiſt es Ratio majoris Inæqualitatis, (eine ungleich gröſſere Verhältniß,) ſo aber das kleinere gegen ein gröſſers betrachtet wird, oder, wo das Antecedens kleiner, als das Conſequens, da iſt es Ratio minoris Inæqualitatis, (eine ungleich=kleinere Verhältniß) und ſo ſie einander gleich ſeyn, ſagt man, ſie ſeyn in Ratione æquali.

Wenn $a > b$, giebt a gegen b die erſte ungleiche, b gegen a. die andere ungleiche, und a gegen a die dritte, oder gleiche Verhältniß.

Erklär. 695. Die Zahl, welche andeutet, wie offt man den einen Terminum nehmen ſoll, daß er dem andern gleich werde, heiſt der Nahmen, oder der Nenner, (Denominator) ſolcher Ration. Und wird gefunden, wenn man den gröſſern mit dem kleinern dividiret, als in der Ration 6 gegen 3, iſt der Nahme der Verhältniß 2, und in der Ratio 4 gegen 20, iſt der Denominator 5.

Uberhaupt, wenn $a > y$, iſt der Nahme der Verhältniß $a:y$, ſo $a < y$, iſt er $y:a$. Dahero iſt in der Ratione majoris inæqualitatis, Exponens und Denominator einerley. (§. 691.)

Zuſatz. 696. Wenn von $a > y$ der Nahme der Verhältniß $a:y = n$, ſo iſt $yn = a$. (§. 635.) und $y = a:n$. (§. 637.) Desgleichen, ſo von $a < y$ der Denominator $y:a = n$ ſo iſt $y = an$. (§. 635.)

Zuſatz. 697. Daher kan man aus dem gegebenen Antecedente und Denominatore alſo gleich das Conſequens bekommen, wenn man in der ungleich=gröſſern Verhältniß das Antecedens mit dem Denominatore dividirt, und in der ungleich=kleinern das Antecedens mit dem Denominatore multiplicirt.

Z. E. So im erſten Fall das Antecedens 42 und der Nahmen 6, ſo iſt das Conſequens 7. Und ſo im andern Fall das Antecedens 8, und der Denominator $1\frac{1}{2}$, ſo iſt das Conſequens 12.

698. Wenn aus der Ration $a > x$ oder $a < x$, der Exponente $\frac{a}{x} = n$, (§. 691.) es mag nun n eine ganze, gebrochene, oder ſurdiſche Zahl ſeyn, ſo iſt in allen Fällen $xn = a$ und $x = a:n$. (§. 635. 637.) Anmerck.

699. Derowegen da $x . \frac{a}{x} = a . 1$, iſt a gegen x, wie $\frac{a}{x}$ gegen 1. (§. 271.) Nehmlich in jeder Ration iſt das Antecedens gegen ſein Conſequens, wie der Exponente gegen 1. Und wo der Exponente 1 iſt, da iſt das Antec = ſeinem Conſequenti, oder Ratio Æqualis. Zuſatz.

700. Folglich darff man nur in allen Rationen, (ſie mögen ungleich gröſſer oder kleiner ſeyn) das Antecedens mit dem Exponenten dividiren, ſo kömmt allezeit das Conſequens. Zuſatz.

Z. E. Wenn der erſte Terminus 20, und der Exponente $3\frac{1}{3}$ oder 10:3, ſo iſt der andere hierzu gehörige Terminus = 6. Denn $\frac{20}{1}$ dividirt mit $\frac{10}{3}$ ſind = 60:10 (§. 372.) = 6:1 = 6. (§. 360.) So das Antecedens 4 und der Exponente $\frac{2}{9}$ ſo iſt das Conſequens $\frac{4}{1}:\frac{2}{9}$ = 36:2 = 18.

701. Gleichergeſtalt, wenn aus einer Verhältniß das Conſequens mit dem Exponenten gegeben, ſo findet ſich alsbald das Antecedens, wenn man das Conſequens mit dem Exponenten multiplicirt, als ſo aus einer Ration das Conſequens 10 und der Anzeiger $2\frac{3}{5}$, dann iſt das Antecedens 26. §. 698. Zuſatz.

702.

Erklär. 702. Aehnliche Verhältniſſe, (Rationes ſimiles) nennet man diejenige, deren Exponenten, oder auch ordentlich-gefundene Denominatores einander gleich ſind.

Z. E. 6 gegen 2, und 15 gegen 5, ſind ähnliche Rationes, weil ſie beyde einerley Exponenten (3) haben. Alſo ſind 4 und 9, desgleichen 12 und 27 Rationes ſimiles, den $\frac{9}{4} = \frac{12}{27}$ (§. 349. 355.) Oder $2\frac{1}{4}$ iſt beyderſeits der Nahme der Verhältniß. Hingegen iſt 6 gegen 3 nicht wie 7 gegen 14. Denn das Nomen Rationis (2) iſt nicht ordentlich gefunden worden, ſondern 6 iſt gegen 3, wie die letzte umgekehrte Ration, nehmlich 14 gegen 7.

Erklär. 703. So man zwey oder mehr ähnliche Verhältniſſe zuſammen nimmt, und gegen einander hält, entſtehet eine Proportion, (oder wie etliche lieber ſprechen, eine Proportionalität.) und daher iſt ſie nichts anders, als eine Ubereinſtimmung gleichmäßiger Verhältniſſe (Identitas oder Similitudo Rationum, oder auch Analogia.)

Z. E. 4 gegen 2, desgleichen 10 gegen 5, giebt eine Proportion, denn beydes ſind ähnliche Rationes, nehmlich doppelt-groſſe. Und ſagt man, 4 verhält ſich gegen 2, wie ſich 10 verhält gegen 5. Oder 2 iſt ſo offt enthalten in 4, als 5 enthalten iſt in 10. Desgleichen, die Tetras begreifft ſo vielmahl den Binarium, als die Decas den Quinarium.

Zuſatz. 704. Demnach muß eine Proportion aufs wenigſte 4 Terminos haben, nehmlich das erſte Antecedens und das erſte Conſequens, hernach das andere Antecedens und das andere Conſequens, und wo nur 3 Termini in einer Proportion ſtehen, da wird der mittelſte zweymahl gerechnet, als ſo 2, 6, 18 proportionirt ſeyn, iſt 2 gegen 6, wie 6 gegen 18.

Erklär. 705. Insgemein bezeichnet man eine Proportion mit vier Puncten, (: :) und zwar, wenn zwiſchen allen nachbar-

barlichen, (oder nebeneinander ſtehenden) Terminis einerley Exponente iſt, mit ∺, als ∺ 2. 6. 18. oder ∺ 2, 4, 8, 16, geben eine durchgängige, (continuam) Proportionem. Hingegen bezeichnet man ſie nur mit vier bloſſen Puncten, wenn der Exponente zwiſchen dem erſten und andern, und zwiſchen dem dritten und vierdten nur einerley iſt. Als 12 . 4 :: 15 . 5 ſtehen in einer unterbrochenen (diſcreta) Proportione.

706. Es iſt aber ſchicklicher, ſothane Expreſſiones ſo gleich als eine Æquation aus der Identitate exponentium zu formiren, und mit den neuern Autoribus zu ſchreiben: 12 : 4 = 15 : 5, Anmerck.

$$\text{Oder } \frac{12}{4} = \frac{15}{5}.$$

Uberhaupt, ſo *a* gegen *b* wie *c* gegen *d*, ſetzet man kurtz *a:b* = *c:d*, ſintemahln die Signa ſcientifica, denen non-ſcientificis billig vorzuziehen. *

707. Wo mehr, als 4 Termini in Proportione continua ſtehen, nennet man dergleichen Reihe eine (geometriſche) Progreſſion, als ∺ 2. 6. 18. 54. 162. 486 ꝛc. Erklär.

708. Die continue - æquidifferentes, (§. 504. 505.) heiſſen zwar die meiſten eine Arithmetiſche Progreſſion, und nennen ſie continue - Arithmetice proportionales, ſed minus proprie, wie vorher belobter Herr Autor allbereit angemercket in Elem. Math. univer. p. 82. Arithm. §. 293. Es iſt aber von ſolcherley Art Zahlen, und ihren vornehmſten Eigenſchafften §. 504. ſeqv. desgleichen in der 37. 38. 39. 50 und 51. Aufgabe das nöthigſte ſchon bey gebracht. Anmerck.

* Vid. Herrn Hof-Rath Wolfii Element. Math. Univ. pag. 49. §. 143.

70. Aufgabe.

70. Aufgabe. 709. **Wenn zu einer gegebenen Ration, das Antecedens einer ähnlichen andern Ration benennet wird, das dazu gehörige Conſequens zu finden, oder zu 3 gegebenen Zahlen die vierdte Proportional-Zahl zu berechnen.**

Man dividire das benannte Antecedens mit dem Exponenten der gegebenen Ration, ſo kommt das geſuchte Conſequens. (§. 700.)

Z. E. Wenn zur Ration 6 gegen 2 das Antecedens 51, (einer andern ähnlichen Ration) gegeben, ſo dividire man 51 mit 3, kommt das verlangte Conſequens 17.

Desgleichen ſo zu denen 3 gegebenen Terminis 4, 12, 75, der vierdte proportionirte ſoll gefunden werden, ſetze man

I	II	III
4	12	75

$\frac{1}{3}$ Fac. 225. IV.

Überhaupt, ſo zu a und b das andere Antecedens c gegeben, ſo iſt das andere Conſequens ſolcherley ähnlicher Ration

$$= \frac{c}{1} : \frac{a}{b} = \frac{bc}{a} \quad (\S. 372.)$$

Zuſatz. 710. Auf dieſe Art iſt das andere Conſequens (oder der IV. Terminus,) allemahl gleich dem Quotienten, ſo heraus kommt, wenn man das Factum des gegebenen andern und dritten mit dem erſten dividiret.

Zuſatz. 711. Oder da man auch aus dem Denominatore und dem Antecedente einer Ration, ſo gleich ihr Conſequens finden kan, multiplicire man in einer ungleich kleinern Ver-

Verhältniß das gegebene Antecedens mit dem Denominatore, und in der ungleich-gröſſern dividire man damit ſolch Antecedens, z. E.

4 geben 26, was geben 78
—— $6\frac{1}{2}$
468
39
——
Fac. 507

Desgleichen 42, thun 14 was thun 37
3) ——
Fac. 12 † 1:3

712. Weil das andere Conſequens $= \frac{bc}{a}$ (§. 709.) $= b : \frac{a}{c}$ (§. 372. β.) ſo kan man auch den erſten mit dem dritten, und mit dem Quot den andern dividiren, als 7 giebt 31, was giebt 63 Zuſatz.
—— (9
Fac. 279. (§. 372. β. γ.)

713. Demnach hat man vier differente Wege, das andre Conſequens oder den 4ten Terminum heraus zu bringen, ſo zwar alle richtig, iedoch in allen Fällen nicht gleich kurtz ſind, nehmlich man kan entweder Zuſatz.

I. Den dritten mit dem Exponenten dividiren. (§. 709.)

II. Oder ſo der Exponente ein mühſamer Bruch, und der Denominator eine leichtere Zahl, ſelbigen damit multipliciren oder dividiren. (§. 711.)

III. Oder ſo auch der Nahme der Verhältniß ſchwehr lautet, den andern mit dem Quot aus dem erſten und dritten dividiren. (§. 712.)

IV. Und da auch dieſer Quot ſchwehr fallen ſolte, kan man den andern mit dem dritten multipliciren, und das Factum mit dem erſten dividiren. (§. 710.)

Wel-

Welcher letztern Art man ſich deswegen am meiſten bedienet, weil die Bruchs-Rechnung dadurch am eheſten und ſicherſten vermieden wird.

Anmerck. 714. Dieſe Aufgabe wird ſonſten Regula de Tri oder de tribus Numeris, und wegen ihres weit ausſchweiffenden Nutzens Regula Aurea genennet, welche in nichts anders beſtehet, als daß man nach einer gegebenen Ration und einer dritten Zahl, die noch fehlende vierdte findet, welche mit der dritten eine der vorigen ähnliche Ration machet.

Anmerck. 715. Ehe und bevor man aber dieſe und andere daraus herſtammende Reguln völlig dürffte abhandeln, wird noch nöthig ſeyn, einige unentbehrliche Eigenſchafften der Ration und Proportion beſonders zu erklähren.

Eintheilung der Rationen. 716. Nehmlich es hält eine gröſſere Zahl eine kleinere nur auf fünfferley Weiſe in ſich:

I. Entweder einmahl und einen eintzigen Theil der kleinern drüber, als 4 gegen 3. Und wird ſolche Gegeneinanderhaltung von dem überbleibenden Theil, (oder der übertreffenden Unität) Ratio Superparticularis, die übertheilige Verhältniß genennet, im lateiniſchen durch das Wörtlein ſesqui, und die Ordnungs-Zahl des kleinern Termini ausgeſprochen, z. E. vorige Ration 4:3 heiſt ſesquitertia. In der Muſic iſt ein Thon gegen ſeinem folgenden, wie 9 gegen 8, das iſt: in ratione ſesquioctava.

II. Oder einmahl und mehr Theile der kleinern drüber, als 5 gegen 3, ſo von denen mehrern übrig bleibenden Theilen Ratio ſuperpartiens, oder die übertheilende Verhältniß benennet iſt, und wird von den Lateinern durch das Wörtlein ſuper, mit dem Nomine Adverbiali der übrigen Theile, und der Ordnungs-Zahl des kleinern Termini exprimiret. Z. E. Die Schwehre des Olei Vitrioli gegen der Schwehre von eben ſo viel Spiritu

Vini iſt in Ratione ſupertripartiente quartas (ſc. partes) nehmlich wie 7 gegen 4.

III. Oder mehrmahl gantz genau, und nichts drüber, als 15 gegen 3. Und wird Ratio Multiplex, die vielfache Verhältniß genannt, inſonderheit von dem herauskommenden Exponenten 2, 3, 4, 5 ꝛc. Dupla, Tripla, Quadrupla, Quintupla &c.

Z. E. 18 Loth Kupffer in der Lufft gewogen, wägen im Waſſer nur 16. Loth. Iſt demnach die Schwehre in der Lufft gegen die Abnahme im Waſſer in Ratione noncupla, nehmlich wie 9 gegen 1.

IV. Oder mehrmahl und noch einen eintzigen Theil der kleinern drüber, als 7 gegen 3. Es wird ihr Nahme aus der vorigen und der erſten zuſammen geſetzet, und heiſt Ratio Multiplex ſuperparticularis, eine vielfache übertheilige Verhältniß. Z. E. Nach Archimede iſt zwiſchen dem Umfang und Durch-Meſſer eines Circuls Ratio tripla ſesquiſeptima, das iſt, die Peripherie verhält ſich zum Diametro wie 22 gegen 7.

V. Mehrmahl und etliche oder mehrere Theile der kleinern drüber, als 11 gegen 3. Deren Nahme aus der dritten und andern Art zuſammen geſetzet, und Ratio Multiplex ſuperpartiens, die vielfache übertheilende Verhältniß genennet wird. Z. E. Das Zinn iſt gegen ſein Gewicht, ſo es im Waſſer verlieret, in Ratione ſeptupla ſuperbipartiente quintas, oder wie 37 gegen 5, nehmlich 37 Pfund wägen im Waſſer nur 32. Pfund.

717. Dahero wenn *m*, *n*, *r*, unterſchiedene gantze Zahlen, (nehmlich iede gröſſer als 1, (§. 11.)) und $n > r$ primi inter ſe ſeyn, ſo kommen die Symbola Rationum Univerſalia, und iſt Zuſatz.

1.) $n:n-1$ Ratio Superparticularis.
2.) $n+r:n$ Ratio Superpartiens.
3.) $mr:r$, das iſt $m:1$ Ratio Multiplex.
4.) $mr+1:r$. Multiplex Superparticularis.
5.) $mn+r:n$. Multiplex Superpartiens. (§. 290.)

Anmerck. 718. Woferne aber der kleine Terminus voranſtehet, und es Ratio minoris Inæqualitatis iſt, ſo pflegt man nur das Wörtlein ſub voranzuſetzen, als 3 gegen 4 iſt Ratio ſubſesquitertia $= n-1:n$ oder $n:n+1$. Desgleichen 3:5 iſt Ratio ſubſuperbipartiens tertias, $= n:n+r$, und ſo weiter.

Anmerck. 719. Bey der erſten Art der Verhältniß, das iſt, ſo die erſten 2 Termini in der Regul de Tri Rationem ſuperparticularem machen, giebt es ein Compendium, nehmlich wenn man den dritten Terminum mit dem erſten dividirt, und den Quotum (in der ungleich-gröſſern) ſubtrahirt, oder, (in der ungleich-kleinern Verhältniß) addiret z. E.

Franckf. Pf. Lond. Pf. groß Gewicht.

98 thun 97 was thun 2156 Franckf. Pfund?
22

2134 Lond. Pf. (§. 686.)

37 Ellen machen an einem andern Ort 38, Ellen, was thun daſelbſt 689 Ellen?

31

7

18:23

Fac. $707:\frac{23}{37}$.

Be-

Beweiß.

So man inferiret: n giebt $n \pm 1$ was giebt t?

Fac. $\frac{nt \pm t}{n} = t \pm \frac{t}{n}$. (§. 710.)

720. Wenn der überbleibenden Theile in der Ratione ſuperpartiente nicht gar zu viel ſind, hat man auch einen Vortheil, ſo man mit dem erſten in den dritten dividirt, den Quotum mit der Anzahl der überbleibenden Theile multiplicirt, und das Factum vom dritten ſubtrahirt. Als: Anmerck.

$$489 \text{ geben } 487 \text{ was geben } \overset{23}{1471}.$$

$$\frac{\frac{3:4}{6:8}}{} \quad (2$$

$$\text{Fac. } 1464\frac{481}{489}$$

Beweiß.

So man die allgemeine Expreſſion ſolcher Verhältniß wie gewöhnlich anſetzet, und (nach §. 713. 4.) verfähret:

$n+r$ giebt n, was giebt t? Fac. $\frac{nt}{n+r}$ vor den vierdten.

Dergleichen aber kommt auch heraus, wenn man $\frac{t}{n+r}$ mit r multipliciret, und $\frac{rt}{n+r}$ von t, oder welches gleich viel, von $\frac{nt+rt}{n+r}$ ſubtrahiret, denn alſo reſtiret $\frac{nt}{n+r}$ vor den vierdten, wie zuvor.

721. In ſolcher ungleich kleinern Verhältniß verfähret man eben alſo, nur daß das Factum zum dritten zuletzt addiret wird, Anmerck.

Als: 542 — 547 — 1134

$$\frac{2 : 50}{10 : 250} \quad (5$$

$$\text{Fac. } 1144 : \frac{250}{542}$$

Beweiß.

$$n — n+r — t? \quad \text{Fac.} \ \frac{nt+rt}{n} = t + \left(\frac{t \cdot r}{n}\right)$$

Anmerck. 722. In der Ratione Multiplici und ſubmultiplici dividiret, oder multipliciret man den dritten mit dem Denominatore der erſten Ration. (§. 711.) Z. E.

An 35 profitiret man 7 was an 219?

$$5) \overline{\quad\quad}$$

$$\text{Facit. } 43\frac{4}{5}$$

23 geben 138 was 475

$$\frac{\quad 475 \quad}{\text{Fac. } 2850} \quad (6$$

Nehmlich:

$$mr : r = t : (t : m) \text{ und } r : mr = t : mt.$$

(§. 706. 355.)

Anmerck. 723. Auf gleiche Weiſe kan man vermittelſt dieſerley Algebraiſchen Ausdrückungen auch in den übrigen Verhältniſſen noch hier und da einen Vortheil finden, welcher in der Ausübung gar ſehr abkürtzet, und iſt nichts dran gelegen, wir mögen nun ſolche Abbreviation die Welſche oder eine andere Practicam nennen.

Eintheilung der Exempel in der Regul de Tri.

724. Indem die Unität weder multiplicirt noch dividirt, (§. 119. 131.) ſo hat man nach dem (713. §. N: IV.) in der Ratione mul- und ſubmultiplici bloß alleine mit dem Nahmen der Verhältniß den dritten zu dividiren, oder zu multipliciren, auch weil der erſte zum dritten, wie

wie der andere zum vierdten/ (§. 272.) ſo giebt es in der Regul de Tri hauptſächlich dreyerley Gattungen Exempel, nehmlich wir ſchlieſſen entweder

I. Von der Eigenſchafft oder Beſchaffenheit eines eintzelen Dinges auf die Beſchaffenheit vieler Dinge, als:

1 Stück erfordert 6 Tage, was 15 Stück?
Fac. 90 Tage.

Das iſt, in homogeniſchen Rationen:

1 Stück : 15 Stück = 6 Tagen : 90 Tagen.

II. Oder man argumentiret von der Eigenſchafft vieler Dinge auf die Eigenſchafft eines eintzelen Dinges, als:

8 Cent. koſten 72 Thl. was 1 Cent. Fac. 9 Thl.
Das iſt: 8 Cent. : 1 Cent. = 72 Thl. : 9 Thl.

III. Oder man ſchlieſſet von der Beſchaffenheit vieler Dinge, auf die Beſchaffenheit anderer vieler Dinge, als:

4 Ellen kommen 13 Thl. was 17 Ellen?

Fac. $\frac{221}{4} = 55\frac{1}{4}$ Thl.

Das iſt: 4 Ellen : 17 Ellen = 13 Thl : 55 $\frac{1}{4}$ Thl.

725. Und deswegen heiſt man gemeiniglich die erſte Gattung Multiplications „ die andere Divisions „ und die dritte Proportions „ Exempla, deren Operation ſo wohl in bloſſen, als benahmten Zahlen durch oben angewieſene Vortheile im multipliciren und dividiren (§. 408. und vielen folgenden,) gar ſehr erleichtert und abgekürtzet wird. Vortheile darinnen.

726. In übrigen laſſen ſich zwar die benahmten Zahlen auch bißweilen gegen einander aufheben, aber es iſt nicht eines ieden Werck, ſolches ſo gleich abzuſehen, z. E. Anmerck.

Pf. Lo.		Thl. Gr.		Pf. Lo.
17: 12 koſten		94 -,, 10	was kommen	13: 1?
	2)			
		47 : 5		
	4)	11 : 19 3		
	2)	5 21 : $7\frac{1}{2}$		
		5 21 $7\frac{1}{2}$		
Fac.		70: 19: 6		

Nehmlich von 17 Pf. 12 Lo. iſt die Helffte 8 Pf. 22 Lo.
Davon das Viertel 2 : $5\frac{1}{2}$
Hiervon die Helffte 1 : $2\frac{3}{4}$
noch einmahl 1 : $2\frac{3}{4}$

Summa: 13 Pf. 1 Lo.

Da nun die Preiſſe der Vielheit der Waare proportioniret ſeyn, ſo koſtet die Helffte von 17 Pf. 12 Lo. auch nur halb ſo viel, als 94 Thl. 10 Gr. ꝛc.

Sonſt kan man auch ſetzen: Thl. Gr.

556 Loth geben 417 Loth was 94 -,, 10
4 ——— ,, 3 23 : 14 : 6

Fac. 70 : 19 : 6
(§. 719.)

Nehmlich aus meiner Anatomia Numerorum ſiehet man ſo gleich, daß die erſte Ration mit 139 auf die primos inter ſe, das iſt, auf 4 und 3. reducibel ſey.

Ein Exempel von allen 3 Arten zugleich.

727. Indem die dritte Gattung aus Multiplications-,, und Diviſions - Exempeln zugleich beſtehet, kan folgende Operation alle 3 Arten auf einmahl illuſtriren. Nehmlich a) wenn ein Stück 54 Thl. 11 Gr. 7 Pf. koſtete, kähmen 29 Stück 1579 : 23 : 11. b) Wenn 13. Stück 1579 Thl. 23 Gr. 11. Pf. betragen, kähme 1 Stück 121 Thl. 12 Gr. 11 Pf.

c) End-

c) Endlich da 13 Stück 54: 11: 7 koſten, kommen 29 Stück 121 Thl. 12 Gr. 11 Pf. (§. 713. IV.)

```
13 St. 54: 11: 7: was 29 St.
                    ————  (6
                     174 (9
        8  6        ————
       .2  1        1566
       .1              9: 16
                       2: 10
                       1:  5
                         14: 6
                          2  5
                 ———— ————————
                 1579:| 23: 11
                 ////  |
                  216  |
                  //   |
                ———————| 121 Thl.
                  167  |
                  ///  |
                   31  |
                   /   | 12 Gr.
                   1   |
                ———————|
                  143  |
                  ///  | 11 Pf.
                   1   |
                   /
```

Der Proceſs flieſſet aus der oben angewieſenen vortheilhafften Multiplication §. 427. und bequemen Diviſion (12. Aufgabe) wie auch §. 410.

728. Wolte man dergleichen Rechnung nach der Decimal-Expreſſion anſetzen, ſo ſuche man aus vorigen Tabellen (§. 669.) 11 Gr. 7 Pf. und ſetze die gegen-über ſtehenden Decimal-Theile: 4826388. an die 54 Thl, kommen: Anmerck.

13—〃544826388—〃29

4903437492
1089652776

15799965252 (121|5381942
13) 2164022536 (§. 670.)
1121311

Vom Quoto ſchneide man 7 Ziffern ab, ſuche den Abſchnitt in Tabb. ſo kommt gleichergeſtalt voriges Facit: 121 Thl. 12 Gr. 11 Pf.

Anmerck. 729. Und nunmehro kan man die Müntz-Maaß- und Gewichts-Vergleichung auch durch die Proportion-Regul expediren, als

4 Sp. Duc. thun 11 Thl. was thun 1 Pfund Sp. Duc.

Das iſt: 134. Spec. Duc? *
134

1474
4)
Fac. 368 Thl. 12 Gr.

Regul de Tri in Brüchen. 730. Wenn Brüche in die Regul de Tri mit einſchleichen, braucht man eben ſo viel Special-Reguln nicht, als mehrentheils gegeben werden, ſondern man darff nur überhaupt die vermiſchten Brüche einrichten, (§. 353.) unter die gantze Zahlen ſtatt des Nenners eine Unität ſetzen, (§. 10.) hierauf den vorderſten umkehren, und alle Zehler, desgleichen alle Nenner in einander multipliciren, ſo giebt das Factum allemahl die 4te geſuchte Proportional-Zahl. (§. 713. IV. und 371, desgleichen 372. β.)

* Dethl. Cluverus in Nova Criſi Temporum, 1701. P. II. pag. 80.

Als

Als $\frac{3}{4}$ Cent. koſten $\frac{5}{6}$ Thl. was $8\frac{1}{5}$ oder $\frac{41}{5}$ Cent?

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{41}{5} = \frac{82|0}{9|0} = 9\frac{1}{9}\ \text{Thl.}$$

Auf 6 Cent. tauſcht einer $7\frac{1}{5}$ Cent. was auf $11\frac{1}{8}$ Cent?

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{36}{5}\cdot\frac{89}{8} = \frac{3204}{240} (= 13\frac{84|7}{240|20}$$

Not. Weil $\frac{1}{6}\cdot\frac{36}{5} = \frac{36}{30} = \frac{6}{5}$ kan man ſo gleich $\frac{89}{8}$ damit multipliciren, kommen $\frac{534}{40} = 13\frac{7}{20}$. und dieſes findet auch ſtatt, wenn man das Factum derer 2 letzten Brüche in kleinern Terminis haben kan.

731. Es hilfft auch nicht wenig, ſo der erſte und andere, oder der erſte und dritte Bruch auf einerley Nenner gebracht, und deren Zehler nur ſtatt der Brüche gebraucht werden, als Anmerck.

Vor $\frac{7}{8}$ Thl. kaufft man $6\frac{1}{4}$ Pf. was vor 63 Thl.

28 —— 200 (§. 364. 362.)

4) 7 —— 50 (§. 270.)

(9

Fac. 450. Pf. (§. 712.)

Oder wenn einerley Zehler vorhanden, kan man auch ihre verkehrten Nenner nehmen, als

$1\frac{2}{3}$ erfordern Zuſatz $\frac{5}{16}$ was $\frac{24}{3}$?

16 ——→ 3 (§. 365.)

8) $\frac{16}{2}$ $\frac{3}{9}$ (3

2) $(4\frac{1}{2}$ Facit.

Aus $6\frac{2}{3}$ Cent. koſten $9\frac{3}{4}$ Marck, wie viel aus $14\frac{2}{5}$ Cent?

$\frac{20}{3}$ $\frac{39}{4}$ $\frac{72}{5}$

8) $\frac{80}{10}$ $\frac{117}{1053}$ $\frac{9}{5}$

5)

Fac. $21\frac{3}{50}$ Marck.

Lehrſatz oder Modi argumentandi in Proportionen.

732. Es mag in folgender Proportion m eine gantze, oder gebrochene, oder auch eine ſurdiſche Zahl vorſtellen, nehmlich wann $ma : a = mb : b$, ſo iſt auch

I. Inverſè. $a : ma = b : mb$

II. Alternatim. $ma : mb = a : b$

III. Compoſitè. $ma + a : a = mb + b : b$

IV. Converſim. $ma + a : ma = mb + b : mb$

V. Diviſim. $ma - a : a = mb - b : b$

oder $ma - a : ma = mb - b : mb$

VI. per Syllepſin $ma + mb : a + b = ma : a$,
oder wenn: $ma : a = mb : b = mc : c$ &c.
ſo iſt $ma + mb + mc : a + b + c = ma : a = m : 1$

VII. per Dialepſin. $ma - mb : a - b = ma : a$

VIII. Auch wenn $ma : a = mb : b$
und $pc : c = pd : d$

So iſt de Facto $mapc : ac = mbpd : bd$

IX. Wenn ordinate: $ma : a = mb : b$
und $a : na = b : nb$

So iſt ex æquo: $ma : na = mb : nb$

X. Alſo auch, wo $ma : a = mb : b$
und $na : a = mb : \frac{mb}{n}$

So iſt in äuſſerſten: $ma : na = \frac{mb}{n} : b$

XI. Wenn perturbatè $ma : a = mb : b$
und $a : na = \frac{mb}{n} : mb$

ſo iſt ex æquo: $ma : na = \frac{mb}{n} : b$

XII. Endlich wenn $ma : a = mb : b$
ſo iſt in Potentiis $(ma)^n : a^n = (mb)^n : b^n$.

Welches alles aus der Identitate Exponentium oder Factorum erhellet. (§. 706. 702. 271.)

733. Woferne $c + d + f$ alle partes von A ſeyn, und $A : B = c : g = d : h = f : l$, ſo müſſen $g + h + l$ auch alle partes von B ſeyn. Lehrſatz.

Denn

Denn $A+c+d+f : B+g+h+l = A : B$. (§. 732. VI.)
Ergo altern. $A+c+d+f : A = B+g+h+l : B$. (II.)
Diviſim. $A+c+d+f-A : A = B+g+h+l-B : B$ (V.)
Das iſt: $c+d+f : A = g+h+l : B$.
Nun iſt $c+d+f = A$. Ergo auch $g+h+l = B$.

Hierauf beſtehet das Fundament zur Reg. Societatis, Mixtionis, desgleichen zur Falſi ſimplicis Poſitionis, und zu denen letzten Anſätzen der Regulæ Alligationis.

Lehrſatz. 734. So man 3 beliebige Zahlen, a, b, c, allerſeits mit einer dritten, m, multiplicirt, ſo iſt die Difference des erſten und andern Facti gegen die Difference des erſten und dritten, (oder auch des andern und dritten) Facti, wie die Difference der erſten und andern Zahl, gegen die Difference der erſten und dritten, (oder auch der andern und dritten) Zahl. Als von

$$\begin{array}{ccc} a, & b, & c, \\ m & m & m. \\ \hline am & bm & cm \end{array}$$ iſt

$$am-bm : \begin{cases} am-cm \\ bm-cm \end{cases} = a-b : \begin{cases} a-c \\ b-c \end{cases} \text{(§. 271. 702.)}$$

Lehrſatz. 735. Desgleichen ſo man zu denen erſten Productis allerſeits n addiret, oder ſubtrahiret, iſt z. E.

$$(am \pm n) - (bm \pm n) : (am \pm n) - (cm \pm n) =$$
$$a-b : a-c \quad \text{(§. 271. 702.)}$$

In dieſen zwey letzten Lehrſätzen liegt der Grund zur gewöhnlichen Regula Falſi duplicis Poſitionis.

736. Wenn in einer (geom.) Progreſſion der erſte Terminus a, der Nahme der Verhältniß m, und a auf einer Seite wachſend, auf der andern Seite aber abnehmend fortſchreitet, ſo giebt folgende Expreſſion das Symbolum geometricæ Progreſſionis univerſale:

IV

$$\begin{array}{ccccccccc} & IV & III & II & I & II & III & IV & \\ \&c. & \frac{a}{m^3} & \frac{a}{m^2} & \frac{a}{m^1} & a & am^1 & am^2 & am^3 & \&c.\ (§. 697) \end{array}$$

Oder weil überhaupt von $\frac{am^{-n}}{1} : \frac{a}{m^n}$

der Expon. $= \frac{am^0}{a}$ (§. 691.)

$= \frac{a1}{a}$ (§. 472.) $= \frac{a}{a} = 1$, iſt $\frac{a}{m^n} = am^{-n}$

(§. 699.)

Und daher auch iede ſolche Progreſſion =

$am^{-3}\ \ am^{-2}\ \ am^{-1}\ \ am^0\ \ am^1\ \ am^2\ \ am^3$

Das iſt, wenn $a = 1, =$

$m^{-3}\ \ m^{-2}\ \ m^{-1}\ \ m^0\ \ m^1\ \ m^2\ \ m^3$

Wobey man durchgehends wahrnimmt, daß ieder Terminus, deſſen Ordnungs-Zahl $= n$, in einer wachſenden $= am^{n-1}$, und in einer abnehmenden $= am^{-(n-1)}$ oder $\frac{a}{m^{n-1}}$ Z. E. der IV. iſt im erſten Fall $= am^3$, im andern Fall $= am^{-3}$, oder $= \frac{a}{m^3}$.

70. Aufgabe.

737. Aus etlichen anfänglich gegebenen Terminis einer geom. Progreſſion den letzten Terminum zu finden. 70. Aufgabe.

1.) Erhebe man den Nahmen der Verhältniß auf diejenige Potenz, deren Exponente um 1 weniger, als die Ordnungs-Zahl des letzten Termini iſt.

Z. E.

Z. E. So der 18 der letzte, und 3 der Nahmen der Verhältniß ſeyn ſoll, finde man die Potentz 3^{17} das iſt, die 17te Potentz von 3. Welches geſchiehet, ſo man z. E. 3^{17} in $3^4 . 3^4 . 3^4 . 3^4 . 3^1$ oder $3^8 . 3^8 . 3^1$ zerſtreuet, und ſolche vorher bekannte Potentzen in einander multipliciret. (§. 275.)

2. Mit der erhobenen Potentz multiplicire man in einer wachſenden, und dividire in einer abnehmenden Progreſſion den erſten, ſo kommt der letzte. Als, man ſoll den 18 Terminum zu der Progreſſion:

4. 12. 36. 108 ꝛc.

Oder $4 \quad \frac{4}{3} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{4}{27}$ ꝛc. finden.

$$
\begin{array}{r}
3^8 = 6561 \\
3^8 = 6561 \\
\hline
6561 \\
39366 \\
32805 \\
39366 \\
\hline
43046721 \\
\hline
129140163 \\
\hline
\end{array}
$$

(§. 475.) $(3^1$ $(4$

Fac. 516560652 in wachſender,

und $\frac{4}{129140163}$ in abnehmender Progreſſion.

Der Beweiß lieget gar deutlich in vorhergehendem §. 736.

Lehrſatz. 738. In ieder geometr. Progreſſion iſt die Summe aller Terminorum — dem letzten, gegen die gantze Summe — dem erſten, wie der erſte gegen den andern.

Z. E.

Z. E. Es ſey die Progreſſion $a\ am^1\ am^2\ am^3\ am^4$ ꝛc. ſo iſt $a + am^1 + am^2 + am^3 : am^1 + am^2 + am^3 + am^4 = a : am$. (§. 702. 703. 271.)

71. Aufgabe.

739. Aus dem erſten, andern, und letzten Termino einer geom. Progreſſion die Summe aller Terminorum zu finden. 71. Aufgabe.

Man multiplicire den andern in den letzten, und ſubtrahire hiervon das Quadrat des erſten. Dann dividire man den Reſt mit der Differentz des andern und erſten.

Z. E. Ein Herr giebt iemanden das erſte Jahr 3, das andere 6, nehmlich allemahl doppelt ſo viel, und das letzte Jahr 384 Thl. wie viel beträgt dieſes in Summa?

2304 (6
9

2295
3)
Fac. 765 Thl.

Wäre nur der erſte und andere, und die Anzahl der Terminorum gegeben, ſo erfindet man den letzten nach voriger Aufgabe.

Beweiß.

Man nenne die geſuchte Summe x, ultimum u, primum p, ſecundum $ſ$, ſo iſt

$$x-u : x-p = p : ſ \quad (§. 738.)$$

$$ſx - ſu = px - pp \quad (§. 274.)$$

$$ſx - px = ſu - pp \quad (§. 634.)$$

$$x = \frac{ſu - pp}{ſ - p} \quad (§. 637.)$$

740. Auf

Anmerck. 740. Auf gleiche Weiſe findet man auch die Summe derer unendlich abſteigenden Brüche, allwo der letzte wegen unausſprechlicher Kleinigkeit ohne mercklichen Fehler gar wohl mag der Nulle (o) gleich geachtet werden. z. E.

Man addire $\frac{1}{2}\ \ \frac{1}{4}\ \ \frac{1}{8}\ \ \frac{1}{16}\ \ \frac{1}{32}$ &c. in infin.

und ſetze $x : x - \frac{1}{2} = 2 : 1$, ſo iſt

$$x = 2x - 1$$

$$x + 1 = 2x$$

$1 = x =$ der gantzen Summe.

Oder weil die Brüche in der general-Expreſſion (§. 736.) auf die lincke Seite kommen, kan auch ihr Valor mit-angedeutet werden, (§. 215. 216.) Dahero iſt nach der 71. Aufgabe auch

$$-\frac{1}{4} \cdot 0 = 0 \ \Big\| \ -\frac{1}{4} : -\frac{1}{4} = 1$$

Desgleichen von $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81}$ &c. in infin.

iſt die Summe $= \frac{1}{2}$

Und $-\frac{1}{9} \cdot 0 = 0 \ \Big\| \ -\frac{1}{9} : -\frac{2}{9} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ u. ſ. w.

Lehrſatz. 741. Sonſt iſt auch von ieder Progreſſion:

$$a \quad am \quad am^2 \quad am^3 \quad am^4. \ \&c.$$

$$m - 1 : am^4 - a = 1 : am^3 + am^2 + am + a$$

Denn beyderſeits iſt das Factum der mittelſten und äuſſerſten $= am^4 - a$. (§. 271.)

Zuſatz. 742. Hieraus flieſſet die gewöhnliche Manier die Progreſſiones zu ſummiren:

Nehm-

Nehmlich man dividirt die Differentz des letzten und erſten mit dem Nomine Rationis - 1, und addiret zum Quoto den letzten, (§. 713. IV.) Z. E.

Ein Jude leihet einem Chriſten 100 Thl. auf 14 Monath, dem erſten Monath 1 Pf. dem andern 2 Pf. dem dritten 4 Pf. dem vierdten 8 Pf. und ſo fort immer doppelt ſo viel Intereſſe zu bezahlen, wie viel wird dieſer jenem nach verfloſſenen 14 Monaten am Capital und Intereſſe zahlen müſſen? Fac. 156 Thl. 21 Gr. 3 Pf.

$2^6 = 64$
$2^6 = 64$ (§. 475. pag. 268.)

4096 (§ 481.)
$2^1 = 2$

8192. Der letzte. (§. 737.)
2 - 1 = 1) 8191. Differ. des letzten und erſten.

16383 Pf. Summa der Progreſſion.

1365 : 3

thut 56 Thl. 21 Gr. 3 Pf. Intereſſe. (§. 410.)
Hierzu 100 : Capital

Facit: 156 : 21 : 3. Capit. und Intereſſe.

743. Eine oder mehr Mittel-Proportional-Zahlen werden genennet, die mit ihren äuſſerſten (als zwiſchen welchen ſie ſtehen,) Proportionum continuam, oder, ſo ihrer viel ſind, Progreſſionem geometricam machen. Erklär.

Z. E. Zwiſchen 2 und 8 iſt medius proportionalis 4. zwiſchen 48 und 3 ſind die medii proportionales 24. 12 und 6.

72. Aufgabe.

2. Aufgabe. 744. Zwiſchen zweyen Zahlen ſo viel medios proportionales zu finden, als man verlanget.

1.) Dividire man die letzte gegebene mit der erſten, und extrahire aus dem Quoto diejenige Wurtzel, deren Radical-Exponente um 1 mehr iſt, als die Anzahl der geſuchten Mittel-proportionalium.

2.) Mit der ausgezogenen Wurtzel multiplicire man den erſten, ſo kommt die erſte proportionalis, und eben mit ſolcher Wurtzel die gefundene erſte proportionalem, ſo kommt die andere ꝛc. und kommen ſo fort die Mittel-proportionales nach ihrer Ordnung. Z. E.

Zwiſchen 12 und 972 ſollen 3 medii proportionales gefunden werden.

12) 972 (81 Hieraus iſt $\overset{4}{\surd} = 3$
11

Daher ſind die continue-proportionales:
12, 12.3, 12.3.3, 12.3.3.3, 972 und die Mittel-proportionales: 36, 108, und 324.

Desgleichen ſey 6144 die erſte, und 6 die letzte, wozwiſchen 4 Mittel-proportionales verlanget werden.

$\frac{6}{6144} = \frac{1}{1024}$ davon $\overset{5}{\surd} = \frac{1}{4}$ (§. 475.)

$6144 \cdot \frac{1}{4} = 1536$ || dieſe $\cdot \frac{1}{4} = 384$

$384 \cdot \frac{1}{4} = 96$ || $\cdot \frac{1}{4} = 24$.

Und

Und ſo ſind die verlangten Mittel-proportionales
1536, 384, 96, und 24.

Daferne aber die auszuziehende Wurtzel ſurdiſch iſt, extrahire man ſie per Approximationem nach §. 668.

Beweiß.

Es ſey in einer Proportione continua der andere Terminus mit dem erſten dividirt $= x$, die erſte gegebene Zahl $= a$, die letzte $= b$, und der Numerus mediorum $= n$,

So iſt die Progreſſion $\div\div\, a,\ ax,\ ax^2,\ ax^3$ &c. $ax^n,\ b$

Und die medii proportionales ſind

$$ax,\quad ax^2,\quad ax^3,\quad \&c.\quad ax^n.$$

Folglich iſt $ax^{n+1} = b$ (§. 697.)

und $x^{n+1} = b:a$ (§. 637.)

und $x = \sqrt[n+1]{(a:b)}$ (§. 639.)

So man nun hiermit den erſten a multipliciret, das iſt,

$\sqrt[n+1]{\frac{b}{a}} \cdot \sqrt[n+1]{a^{n+1}}$, kommt $\sqrt[n+1]{a^n b}$ (§591.617.) $= ax$ (§.263.)

und ſo man $\sqrt[n+1]{\frac{a^n b}{1}}$ wiederum mit $\sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$ multipliciret,

kömmt $\sqrt[n+1]{a^{n-1} b^2} = ax^2$, und ſo weiter kömmt die Progreſſio continua:

$$\div\div\, a,\ \sqrt[n+1]{a^n b},\ \sqrt[n+1]{a^{n-1} b^2},\ \sqrt[n+1]{a^{n-2} b^3},\ \sqrt[n+1]{a^{n-3} b^4}\ \&c.\ b\cdot$$

Zuſatz. 745. Folglich ſind ſolcher Radicum ihre Potentzen auch proportionirt, nehmlich

$\div\!\div\; a^{n+1},\ a^n b,\ a^{n-1}b^2,\ a^{n-2}b^3,\ a^{n-3}b^4\ \&c.\ b^{n+1}$

(§. 732. XII.) Und ſda dieſes ein Symbolum Potentiæ partium univerſale, (§. 500.) ſo ſind auch die eintzelen Membra aller Potentiarum in proportione continua, und alle zwiſchen inne ſtehende ſind Mittel-proportionirliche zwiſchen ihren beyden äuſſerſten.

Zuſatz. 746. Demnach ſtehen die Termini extremi, wie auch die medii Proportionales von allen Potentzen wie folget:

$$a,\ \sqrt[2]{a^1 b},\ b$$

$$a^2,\ ab,\ b^2 \qquad (§.\ 500.)$$

$$a^3,\ a^2b,\ ab^2,\ b^3$$

$$a^4,\ a^3b,\ a^2b^2,\ ab^3,\ b^4\ \&c.\ \text{in infinitum.}$$

Und kan man z. E. zwiſchen 7 und 189. zwey Medios auch alſo finden, wenn aus dem Quadrat von 7, multiplicirt mit 189, desgleichen aus dem Quadrat von 189, multiplicirt mit 7, iedes Theils Radix Cubica extrahiret wird:

$$\frac{189}{\quad}(7 \qquad 35721\ (7$$

$$1323\ (7 \qquad (250047)^{1:3} = 63.\ \text{anderer medius proportionalis.}$$

$$(9261)^{1:3} = 21.\ \text{erſter medius}$$

Denn weiln $\div\!\div\; a^3,\ a^2b,\ ab^2,\ b^3$, ſo ſind auch

$$\div\!\div\; \sqrt[3]{a^3},\ \sqrt[3]{(a^2b)},\ \sqrt[3]{(ab^2)},\ \sqrt[3]{b^3}.\ (§. 732. XII.)$$

Erklär. 747. Wenn A etwas zugehöriges, oder zugeeignetes C hat, und B etwas zugehöriges D,

I

I II III IV.
A aber gegen B wie umgekehrt C gegen D
(das iſt, wie D gegen C,)
ſo ſagt man, ſolche 4 Zahlen ſeyn in proportione reciproca.

Nehmlich zum Unterſcheid der ordentlichen Proportionen, ſo ſonſten auch directæ heiſſen.

Z. E. 4 Arbeiter verhalten ſich gegen 8 Arbeiter, (nicht, wie die Zeit darinnen 4 Arbeiter fertig worden, gegen die Zeit, darinnen 8 Arbeiter fertig werden, ſondern) wie die Fertigungs-Zeit der letzten gegen die Fertigungs-Zeit der erſten.

748. Das Signum Proportionis reciprocæ ſeyn vier Puncte über Eck geſetzet, als 4 . 8 ⁘ 6 . 3 Satz.

749. Dahero darff man nur eine Ration davon umkehren, ſo wird Proportio directa daraus, nehmlich 4 : 8 = 3 : 6 oder 8 : 4 = 6 : 3. Uberhaupt, wenn indirecte $ma . a ⁘ b . mb$ ſo iſt directe $ma : a = mb : b$ oder $a : ma = b : mb$ Zuſatz.

750. Folglich iſt in der Proportione reciproca Zuſatz.

$$ma . a ⁘ b . mb$$

(Wenn ſie, wie gehörig, homogeniſch angeſetzet wird,) das Factum Antecedentium = dem Facto Conſequentium, nehmlich $mab = amb$, und ſtehen ihre Exponenten verkehrt, das iſt

$$\frac{ma}{a} \text{ iſt } = \frac{m}{1} \text{ und } \frac{b}{mb} \text{ iſt } = \frac{1}{m}$$

73. Aufgabe.

751. Zu drey gegebenen Zahlen die vierdte verkehrte Proportional-Zahl zu finden. 73. Aufgabe oder Regula de Tri indirecta, oder converſa.

 1.) For-

1.) Formire man aus denen zwey homogeniſchen Zahlen die erſte Ration, ſetze diejenige, welcher etwas zugeeignet worden, voran, und mache aus ihrem zugeeigneten das Antecedens der andern Ration.

2.) Multiplicire man mit dem Exponenten der erſten Ration das Antecedens der andern.

Z. E. 24 Arbeiter abſolviren ein Werck in 15 Tagen, wie geſchwind machen es 36 Arbeiter?

Man ſetze: 24 . 36 .:. 15

Expon. $\frac{2}{3}$ 3) 5 (2

Fac. 10 Tage.

Oder wenn nach ſolchem Anſatz der Exponente etwa ſchwehr ſchiene, multiplicire man beyde Antecedentes, und dividire das Factum mit dem erſten Conſequente, als

Wenn der Centner 42 Thl. gilt, giebt man vor ein gewiſſes Geld 8 Pfund, wie viel bekommt man davon vor ſolch Geld, wenn der Centner 64 Thl. gilt.

42 . 64 .:. 8
8

336
8) ———
42
8) ———
Fac. $5\frac{1}{4}$ Pf.

Der Beweiß von beyderley Operationen liegt im vorhergehenden 750. §. und kommt die andere Ration allezeit um ſo viel ungleich gröſſer, als die erſte ungleich kleiner iſt, und vice verſa.

Erklär. 752. Eine zuſammengeſetzte Verhältniß (Ratio compoſita) wird genennet, ſo man aus 2, oder mehr

Ratio-

Rationen das Factum derer Antecedentium gegen das Factum derer Conſequentium hält.

Z. E. Wenn die Rationes componentes:

3 : 2 || 5 : 7 || 4 : 2

So iſt 60 gegen 28 Ratio compoſita davon.

Uberhaupt wenn *ma : a* || *nb : b* || *rc : c* &c.

ſo giebt *manbrc* : *abc* Rationem compoſitam.

753. Jeder rationis compoſitæ Exponens iſt gleich dem Facto, welches die Exponenten der einfachen Rationen zuſammen heraus bringen. Als von Lehrſatz.

12 : 3 || 5 : 10 || 6 : 2 ſind die Exponenten

$$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 6$$ und daher iſt die Ratio compoſita =

$$6 : 1 = 360 : 60$$

Oder in genere, $manbrc : abc = mnr : 1$ (§. 691 und 699.)

754. Demnach iſt aus einer Proportione Reciproca der Exponens compoſitæ = 1, und ſind die Flächen-Zahlen, deren gleichnahmige Seiten reciproce proportionirt ſeyn, einander gleich. (§. 750.) Zuſatz.

Z. E. Wenn von 2 rechtwincklichten Feldern die Längen 8 und 6 und ihre Breiten 9 und 12,

ſo ſind die Exponenten $\frac{4}{3}$ und $\frac{3}{4}$

und die Compoſita $\frac{12}{12} : 1$ das iſt $1 : 1$,

nehmlich beyde Felder ſind einander gleich.

755. Hingegen iſt aus einer Proportione directa (von 2, 3, und mehr ähnlichen Rationen) der Exponens compoſitæ die ſo vielſte Potentia exponentis ſimplicium, als ähnliche Rationes zuſammen genommen, z. E. Zuſatz.

Aus 2 ähnlichen Rationen componiret man Rationem duplicatam, als von $6:2 = 15:5$ iſt 6.15 gegen 2.5, das iſt $90:10 = 3^2:1$.

Aus 3 ähnlichen Rationen entſtehet Ratio triplicata, als von $2:1 \mid 6:3 \mid 8:4$ iſt $96:12 = 2^3:1$

Uberhaupt: von $ma:a \mid mb:b$ iſt $m^2ab:ab$
$= m^2:1$

von $ma:a \mid mb:b \mid mc:c$ iſt $m^3abc:abc = m^3:1$
(§. 691. 699.)

und alſo auch in andern Rationibus Multiplicatis.

Zuſatz. 756. Folglich iſt in ieder Ratione duplicata der Gehalt ihres Antecedentis gegen den Gehalt ihres Conſequentis, wie ieder Rationis componentis Quadratum Antecedentis gegen das Quadratum Conſequentis, und in der triplicata, wie ieder componirenden Ration ihr Cubus Antecedentis gegen dem Cubo Conſequentis, und ſo weiter.

Denn $m^n:1 = m^na^n:a^n$ (§. 271.) Nun war in vorigen
m^nabc &c. $: abc$ &c. $= m^n:1$

Ergo iſt m^nabc &c. $: abc$ &c. $= m^na^n:a^n$
$= m^nb^n:b^n$ &c. (§. 242.)

Erklär. 757. Wenn ſich zwey gleichnahmige Seiten zweyer Flächen- oder Cörper-Zahlen (§. 468.) nehmlich die Längen, Breiten, und die Höhen gegen einander verhalten

wie $ma:a$ und $mb:b$ desgleichen

wie $na:a \mid nb:b$ und nc gegen c

ſo heiſſen jene Numeri Plani, und dieſe Numeri ſolidi ſimiles, jene entſtehen, wenn man eines Länge mit deſſelben Breite, und dieſe, wenn man eines Länge mit deſſelben Breite und Dicke multipliciret, (§. 468.) Deshalber ſind ſie in Ratione compoſita, und giebt $m^2ab:ab$ die Ausdrückung aller Planorum ſimilium.

Und

Und $n^3abc : abc$ das Symbolum aller Solidorum ſimilium.

758. Demnach ſind alle Plani ſimiles in ratione duplicata, und alle Solidi ſimiles in ratione triplicata laterum homologorum. Das iſt, die erſten verhalten ſich gegen einander wie die Quadrata, und die andern wie die Cubi ihrer gleichnahmigen Seiten. (§. 756.) Zuſatz.

759. Auch ſiehet man hieraus, daß das Factum zweyer ähnlichen Flächen-Zahlen allezeit ein Quadrat, und das Factum zweyer ähnlichen Cörper-Zahlen noch mit einer ihrem Gehalt vermehrt, iederzeit einen Cubum bringet. Zuſatz.

Denn $m^2ab.ab = m^2a^2b^2 = (mab)^2$

$n^3abc.abc.abc = n^3a^3b^3c^3. = (nabc)^3$

oder $n^3abc.abc.n^3abc = (n^2abc)^3$ (§.757.)

760. Oder auch, weil die Rationes componentes zu denen Quadrat- und Cubic-Zahlen nicht allein ſimiles ſondern auch æquales ſeyn, (§. 473.) ſo giebt ein Quadrat mit einem Quadrat, und ein Cubus mit einem Cubo multiplicirt oder dividirt, allezeit wieder ein Quadrat, und wieder einen Cubum, u. ſ. w. Zuſatz.

Denn aus $ma:a \mid ma:a \mid ma:a$ &c.

entſtehen alle verſchiedene Quadrata m^2a^2 und a^2

wie auch alle verſchiedene Cubi: m^3a^3 und a^3 &c.

Davon $m^2a^2.a^2$ das Quadrat $(ma^2)^2$

$m^2a^2 : a^2$ das Quadrat m^2

Desgleichen $m^3a^3.a^3$ den Cubum $(ma^2)^3$

$m^3a^3 : a^3$ den Cubum m^3 giebt. u. ſ. w.

761. Zwey Zahlen oder Gröſſen a und b ſind in zweyer anderer Gröſſen c und d Ratione ſubduplicata, wenn Erklär.

ſich a gegen b verhält wie $\sqrt{c}$ gegen $\sqrt{d}$, nehmlich wie die Quadrat-Wurtzel aus c gegen der Quadrat-Wurtzel aus d. z. E. $15:10 = \sqrt{9}:\sqrt{4} = 3:2$.

Alſo verhalten ſich die Geſchwindigkeiten z. E. in denen Bewegungen zweyer Planeten gegen einander, wie umgekehrt die Radices Quadratæ aus ihren Sonnen-Abſtänden, und ſagt man, ihrer Velocitates ſeyen in Ratione inverſa ſubduplicata Diſtantiarum. *

Auf gleiche Weiſe, wenn $a.b \because \sqrt[3]{c}.\sqrt[3]{d}$, iſt a gegen b in ratione inverſa ſubtriplicata der Gröſſen c und d. Und ſo weiter.

Erklär. 762. Zwey Gröſſen a und b ſind in zweyer anderer Gröſſen c und d Ratione ſesquiplicata, wenn ſich die erſten gegen einander verhalten, wie die Radices Quadratæ aus der letzten ihren Cubis, (oder auch wie der letzten Cubiſch-multiplicirte Quadrat-Wurtzeln) z. E. wenn $a:b = \sqrt{c^3}:\sqrt{d^3}$, iſt a gegen b in Ratione ſesquiplicata der c und d oder wie $c^{3:2}:d^{3:2}$.

Alſo verhalten ſich die Zeiten der Umläuffe derer Planeten (Tempora Periodica) gegen einander in Ratione ſesquiplicata ihrer Sonnen-Abſtände. **

Zuſatz. 763. Weil in der Subduplicata $a:b = \sqrt{c}:\sqrt{d}$
ſo iſt auch $a^2:b^2 = c:d$
und da in der Sesquiplicata $a:b = \sqrt{c^3}:\sqrt{d^3}$
ſo iſt auch $a^2:b^2 = c^3:d^3$ (§. 732. XII.) u. ſ. w.

Erklär. 764. Die componirte Regul de Tri ſchlieſſet ihren geſuchten Terminum ordentlicher oder urſprünglicher Weiſe nicht nach einer eintzigen, ſondern nach 2 und noch mehr Analogien oder Proportionen.

* Wie auch ** V. Whiſtoni Prælect. Phyſ. Mathemat. pag. 122.

765. Jedoch da die gleichnahmigen Termini zwey und mehrer Analogien in einander multiplicirt, wieder eine Proportion geben (§. 732. IIX.) ſo kan man auch aus ſothaner Analogia compoſita auf einmahl ſchlieſſen. Anmerck.

766. Gleichwie aber die Zuſammennehmliche Proportiones zweyerley ſind, nehmlich directæ und reciprocæ, alſo kan man auch durch ihre verſchiedene Zuſammenſetzung unterſchiedene componirte Reguln formiren. Abtheilung.

Z. E. Zu der ſo genannten Regula Dupli, oder Quinque (Terminorum) componirt man entweder 1.) zwey directas, 2.) eine directam und eine Reciprocam, 3.) oder zwey Reciprocas.

74. Aufgabe.

767. Wenn eine Gröſſe (*e*) nach beygemeſſener Circumſtantz (*a*) giebt eine andere gewiſſe Gröſſe, (*d*) zu beſtimmen, was die gröſſere oder kleinere erſte (*me* = *b*) nach dergleichen veränderten Circumſtantz (*na* = *f*) vor eine gleichnahmige andere Gröſſe (*rd* = *z*) geben werde? 74. Aufgabe, oder Reg. de Tri compoſita, ſonſt Dupli oder Quinque genannt.

I. In der Directo-directa dividiret man das Factum des dritten, vierdten und 5ten Termini, mit dem Facto des erſten und andern. Als ſo

Koſtgänger		Wochen		Thl.		Koſtg.		Wochen?
6	in	4	zahlen	42	was geben	10	in	12
4				—— (12				
——				84				
24)				42				
				——				
				5040 (Facit 210. Thl.				
				24				

Beweiß.

So man den erſten Terminum e, den andern a, den dritten d, den vierdten b, den fünfften f nennet, und ſchlieſſet:

$$e:b = d:x$$

Desgleichen $a:f = x:z$

ſo iſt $ea:bf = dx:zx$ (§. 732. IIX.)

und $ea:bf = d:z$ (§. 270.)

$$eaz = dbf \quad (§. 274.)$$

$$ea)\; z = dbf \quad (§. 637.)$$

$$ea$$

II. In der Directo-reciproca dividirt man das Factum des erſten, dritten, und fünfften Satzes (nehmlich man multipliciret per ſaltum) mit dem Facto des andern und vierdten, als

Arbeiter	abſolviren	Klafftern	Tagen	Arb. dergl.	Länge Klafft.
10	eine Länge von	30 in	12, wie bald	20	von 40?

120 (40

4800

600) ——

Fac. 8 Tage. *

* Mehr dergleichen Exempla ſind zu finden in Mr. Clermonts Arithmetique Militaire pag. 190. ſeq.

Be-

Beweiß.

So man ſetzet:

$e.b :: d.x$ (§. 747. 748.) und die

erſte Ration umkehrt: $b : e = d : x$ (§. 749.)

ferner $a : f = x : z$

ſo iſt $ab : ef = dx : zx$ (§. 732. IIX.)

und $ab : ef = d : z$ (§. 270.)

$abz = edf$ (§. 274.)

Folglich $z = \frac{edf}{ab}$ (§. 637.)

III. In der Reciproco-reciproea dividirt man das Factum des erſten, andern, und dritten Termini, mit dem Facto des vierdten und fünfften, als: In einer Stadt vermuthet man eine Belagerung, daſelbſt hat man Proviant vor 3450 Mann auf 5 Monat, eine Mund-Portion zu 20 Untzen gerechnet, nun wird die Guarniſon biß auf 4000 Mann verſtärcket, fragt ſichs, wenn ſolcher Proviant 6. Monat reichen ſolte, wie ſchwehr alsdenn eine Mund-Portion ſeyn müſte?

Facit. $14\frac{9}{24}$ Untze.

e	a	d		b	f
3450 —	„ 5 —	„ 20 —	(ſ	„ 4000 —	„ 6?
	100			24000	

$\not{3}\not{4}\not{5}|000$

24) $\not{1}\not{0}9$ (14 9/24 Untze.

$\not{2}$

Be-

Beweiß.

So man inferiret: $e.v \cdot\!:\!\cdot d.x$

$a.f \cdot\!:\!\cdot x.z$, und beyde

reciprocas in directas verwandelt:

$$v:e = d:x$$
$$f:a = x:z$$

Dann iſt: $vf:ea = dx:zx$ (§.732. IIX.)

$$vf:ea = d:z$$
$$vfz = ead$$
$$vf)\quad z = \frac{ead}{vf}$$

Zuſatz. 768. Demnach iſt die Operation aller dieſer drey Reguln gar leicht zu mercken, nehmlich man nimmt in der erſten Regul die drey letzten, in der andern die dreye per ſaltum, in der dritten die drey erſten zuſammen, und dividiret das Product mit dem Facto der beyden übrigen.

Vortheil. 769. Weil der dritte Terminus allemahl das erſte Product mit ingrediret, ſo giebt es ein Compendium, wenn in der erſten Regul $\frac{vf}{ea}$, in der andern $\frac{ef}{ea}$, in der dritten $\frac{av}{vf}$ zuvor auf Primos inter ſe reduciret, (§. 360.) und alsdenn erſt mit dem dritten multiplicirt werden. Z. E. Mit 280 Thl. gewinnet iemand in 3 Jahren 48 Thl. wie viel gewinnet er mit 630 Thl. in 8 Jahren? Fac. 288 Thl.

e		a		d		b		f
280	— „	3	— „	48	— „	630	— „	8
840				6		5040		
12) $\frac{7}{1}$ 7)				Fac. 288.		$\frac{42}{6}$		

Nehmlich weil in der ordentlichen Regul de Tri ſo wohl $\frac{b}{a}.c$ als $\frac{c}{a}.b$ oder auch $b:\frac{a}{c}$ den vierdten giebt, (§. 709.) kan man eben ſothane Rationes erſt auf kleinere Terminos reduciren, und alsdenn multiplicando oder dividendo verfahren.

770. Zuweilen pflegt man gar aus dreyen, oder auch wohl aus 4 Analogien den geſuchten letzten Terminum zu inferiren, woraus denn die ſo genannte Regula Septem, oder gar Novem (terminorum) gekommen, z. E. 10 Teichgräber verarbeiten 48 Quadrat-Ruthen, ſo 2 Stich tieff in 9 Tagen, wie lange machen 16 Arbeiter über 72 Quadrat-Ruthen, ſo 3 Stich tieff? Fac. $12\frac{21}{32}$ Tag. Grund der übrigen componirten Reguln.

Indem man inferiret:

16 — „10 — „9? Fac. $5\frac{5}{8}$. (§. 751.)

48 — „72 — „ $5\frac{5}{8}$? Fac. $8\frac{7}{16}$

2 — „ 3 — „ $8\frac{7}{16}$? Fac. $12\frac{21}{32}$

Oder

Oder ſo man überhaupt die gegebenen 7 Terminos nach ihrer Ordnung a, b, c, d, e, f, g nennet, und wegen der Analogiæ reciprocæ ſchlieſſet:

$$e:a = d:x$$
$$b:f = x:z$$
$$c:g = z:y$$

ſo iſt $ebc : afg = dxz : xzy$ (§. 732. IIX.)

und $ebc : afg = d : y$ (§. 270.)

dahero $ebcy = afgd$ (§. 274.)

folglich $y = \frac{afgd}{ebc}$ (§. 637.)

Z. E. Regula Septem indirecta.

771. Dahero iſt der Proceſſ zur Regula Septem indirecta:

Man nehme den erſten, vierdten, ſechſten und ſiebenden zuſammen, und dividire das Product mit dem Facto des andern, dritten und fünfften, als:

a	b	c	d	e	f	g
10 —	48 —	2 —	9 —	16 —	72 —	3?

48 × 2 = 96 (2; 192 (8; 1536)

90; 6480 (3; 19440 | 12 $\frac{1008}{1536}$; 4188; 202; 10

Oder $\frac{1008}{1536}$ (8 | $\frac{126}{192}$ (6 | $\frac{21}{32}$, nehmlich in $12\frac{21}{32}$ Tagen.

772. Auf

772. Auf gleiche Manier kan man auch in denen übrigen componirten Reguln verfahren, und darinnen ebener Maſſen den Vortheil aus §. 769. appliciren. Anmerck.

75. Aufgabe.

773. **Wenn zwey Gantze (A und B) nebſt allen Theilen des einen, ($c+d+f$) gegeben, die eben alſo ſich verhaltende Theile des andern Gantzen zu determiniren.** 75. Aufgabe.

Man inferire: Wie das erſte Gantze gegen das andere Gantze, alſo auch ieder Theil des erſten gegen iedem Theil des andern. Folglich muß man die Regul de Tri ſo vielmahl wiederhohlen, als Theile gegeben ſind. Z. E. Zu einer Compoſition von 24. Untzen, kommen 3 Ingredientien A 10, B 9, C 5 Untzen. Nun will einer ſolche Compoſition nur von 16 Untzen machen, fragt ſichs, wie viel er von ieden Ingrediente muß dazu nehmen? Regula Mixtionis.

24 giebt 16 was giebt 10? Fac. $6\frac{16}{24}$ von A

" " " 9? Fac. 6 von B

" " " 5? Fac. $3\frac{8}{24}$ von C.

Beweiß überhaupt:

$$A : B = \left\{ \begin{array}{l} c : x = Bc : A \\ d : y = Bd : A \\ f : z = Bf : A \end{array} \right\} \text{(§. 733. 710.)}$$

774. Es giebt einen Vortheil, ſo man die erſte Ration, nehmlich die Gantzen alſo gleich auf die kleinſten Vortheil.

Terminos reducirt, oder aufhebet, als ſtatt 24 : 16, ſetze man

3 —,, 2 —,, 10? Fac. 20:3 = $6\frac{2}{3}$
9? Fac. 18:3 = 6
5? Fac. 10:3 = $3\frac{1}{3}$

Summa: 16. ſo zugleich die Probe.

Anmerckung oder Regula Societatis ohne Zeit.

775. Es wird zwar dieſe von einigen Regula Mixtionis genennet, ſie iſt aber nichts anders, als die ſo genannte Regula Societatis, Lucri vel Damni, oder auch die einfache Regula Falſi, als

Drey Perſonen A, B, C, legen zuſammen in eine Lotterie, A 24. B. 40. C 36 Thl. werden nach der Zeit einig, was ſie alle mit einander gewinnen, nach Proportion ihrer Einlagen zu theilen; Nun gewinnen ſie in allen 3600. Thl. wie viel gehöret iedem?

Man ſchlieſſe: Wie die gantze Einlage gegen dem gantzen Gewinſt, alſo auch iede beſondere Einlage gegen dem beſondern Gewinſt.

24
40
36
———
100 —,, 3600 { 24? Fac. 864 vor A
40? Fac. 1440 vor B
36? Fac. 1296 vor C

Summa und Probe: 3600 Thl.

Regula Societatis mit Zeit.

776. Wenn gewiſſe Zeiten bey denen Collatis mit vorkommen, multiplicire man iedwedes Collatum mit ſeiner Zeit, und verfahre nach vorigen, als

A giebt

A giebt 300 Thl. auf 6 Monat,
B — 500 —— 8 Mon.
C — 1000 —— 3 Mon.
} Gewinnen 800 Thl.

1800
4000
3000

8) 8800 geben 800 was

11 : 1

1800? ($163\frac{7}{11}$ A.
747

4000? ($363\frac{7}{11}$ B.
747

3000? ($272\frac{8}{11}$ C.
838

Summa: 800 Thl.

Beweiß.

Weil 300 Thl. in 6 Monaten eben ſo viel gewinnen, als 1800 Thl. in 1 Monat ꝛc. ſo kan man die Analogien anſehen, als ob ſie alle auf einen Monat gerichtet wären, und nach der Regula Dupli inferiren:

8800 in 1 Mon. gewinnen 800 was 1800 in 1 Mon?

Das iſt, weil 1 nicht multipliciret:

8800 geben 800 was 1800? (§. 767. I.)

Die erſte Ration aber kan man mit 100, und hernach mit 8 aufheben, kommt: 11 gegen 1 wie 1800 gegen ſeinen Gewinſt. (§. 270.)

777. Auf gleiche Manier wird hiernach auch die einfache Regula Falſi expediret, als — *Regula Falſi ſimplicis Poſitionis.*

Drey Perſonen von verſchiedenem Alter ſind zuſam̃en 144 Jahr alt, B iſt doppelt ſo alt als A, und C ſo alt als alle beyde. Fragt ſichs, wie alt iede? Fac. A. 24. B. 48. C. 72.

Geſetzt die erſte wäre 20 Jahr alt.
die andere 40.
ſo iſt die dritte 60.
Summa: 120. ſo aber falſch.

Derowegen inferire man:

120 — „ 144 was { 20? 40? 60? }
8) 15 18
3) 5 6

Fac. { 24 (4, 48 (8, 72 (12 } (§. 712.)

Anmerck. 778. Man braucht zwar dieſe Regul mehrentheils nur, wenn die geſuchte Zahl nach gegebenen Proportionen vergröſſert oder verkleinert iſt, iedoch langet ſie auch noch zu, wenn ſchon nach geſchehener Proportionirung etwas dazu gethan, oder hinweg genommen worden, denn ſolches kan man vorhero nur wiederum ſubtrahiren oder addiren, und alsdann wie vorhin verfahren, z. E. Von einer vergeſſenen Länge hat man noch dieſes behalten, daß ein Drittel, Viertel und Sechstheil davon † 8 Schuch juſt 80 Schuch ausgemachet, wie groß iſt nun die vergeſſene Länge geweſen?

Geſetzt 12 Schuch
ſo iſt das Drittel 4
Virtel 3 — 80
Sechstheil 2 — ÷ 8
Summa: 9 giebt 72 — „ 12?
$\frac{1}{8}$)
Fac. 96

Probe:
96
32
24
16
8
80

779. In der Regula Falſi duplicis Poſitionis nimmt man ſich zwey beliebige Zahlen oder (Hypotheſes) ſo klein als möglich, die iedoch ſo beſchaffen, daß man mit ihnen nach dem Inhalt der Aufgabe operiren kan. Regula Falſi duplicis Poſitionis.

Wenn nun die genommenen Hypotheſes beyderſeits juxta tenorem Quæſtionis berechnet, und die wahre Zahl nicht gefunden worden, ſo ſubtrahire man

I. Das erſte falſch-heraus gebrachte von andern falſch-heraus gebrachten, kömmt die erſte Differentz.

II. Das erſte falſch-heraus gebrachte von dem wahren herauszubringenden, kömmt die andere Differentz.

III. Die erſte Hypotheſin von der andern Hypotheſi, kömmt die dritte Differentz.

Alsdenn inferire man:

Wie die erſte zur andern, alſo auch die dritte Differentz zur Differentz der erſten Hypotheſis von der geſuchten Zahl.

Addiret man nun die letztgefundene Differentz zur erſten Hypotheſi, ſo kommt die geſuchte Zahl, von welcher die andern dependiren. (§. 734. 735. 255.)

Z. E. Titius legiret ſeinen 3 guten Freunden 1000 Thl. B ſoll anderthalb mahl ſo viel kriegen, als A, und C ſoll den 5ten Theil ſo viel kriegen als vorige beyde und noch 40 Thl. zu etwas gewiſſes. Wie viel bekömmt nun ein ieder?

Geſetzt A bekäme	4	oder auch	8
ſo kriegt B	6	—— „	12
„ „ „ C	2		4
	+40		+40
	52		64 ſoll aber 1000 ſeyn.

I. Diff.		II. Diff.		III. Diff.
12	— „	948	— „	4

3) 316 (§.712.)

Hierzu addire 4 die erſte Hypoth.

bekommt A . . 320
B . . 480
C . . 160
+ 40

Summa und Probe: 1000. Thl.

Beweiß.

Uberhaupt wenn in

$$\begin{array}{ccc} a & b & x \\ m & m & m \\ \hline am & bm & xm = F. \end{array}$$

Das allerſeits in Factis hinzugethane oder hinweggenommene ihre Differentz nicht ändert, (§.735.) ſo ſey

$$bm - am = d$$
$$F - am = g$$
$$b - a = h$$

Dann iſt $d : g = b : x - a$ (§.734.)

folglich $dx - ad = gb$ (§.274.)

$dx = gb + ad$ (§.634.)

$x = \frac{gb + ad}{d} = \frac{gb}{d} + a.$ (§.637.)

Anmerck. 780. So $bm < am$ ſetze man ſtatt d die Differentz $-d$, und ſo $F < am$ ſetze man $-g$, und verfahre in der Operation wie ſichs bey dem Zeichen-Wechſel gehöret.

Man

Man muß aber nicht dencken, als ob man mit ſolcher‐ley R. Falſi alle ſchwehre Aufgaben überwältigen könte, denn wo und wie weit ſie nur etwa hinlange, hat der P. Tacquet allbereit mit angemercket, * und iſt ſich dabey ſo ſehr nicht aufzuhalten, indem die Algebraiſchen Solutiones ungleich weiter um ſich greiffen.

781. Wie aus dem gegebenen Werth aller Miſcibilium der Werth des daraus entſtandenen Mixti zu erfahren, desgleichen wie man einige Dinge von unterſchiedenem Werth oder Gehalt alſo zuſammen vermiſchen könne, daß die Vermiſchung einen gegebenen mittlern Werth oder Gehalt betrage, lehret die genannte Regula Alligationis, oder Allegationis, die von Ligaturis oder Anbindungen, oder von Lega, nehmlich der Zuſammenſetzung des reinern und des unreinern alſo genennet worden. Erklär.

76. Aufgabe.

782. Aus dem gegebenen Gehalt und Werth aller Miſcibilium den Gehalt oder Werth des daraus entſtandenen Mixti zu berechnen. 76. Aufgabe.

Man multiplicire das gegebene Maaß oder Gewicht eines ieden Miſcibilis mit ſeinem Werth oder Gehalt, und dividire die Summe der Producten mit der Summa derer gegebenen Maaſe oder Gewichte, ſo giebt der Quotus den verlangten Werth des Mixti.

Z. E. Einer hat Silber, 4 Marck 6 Löthiges, 9 Marck 10 Löthiges, 16 Marck 14 Löthiges, will ſolches alles

* P. Taquet in Arithm. Practica Lib. IV. Cap. V.

zuſammen ſchmeltzen, wie viel-löthig wird die gantze Maſſa werden? Fac. $11\frac{19}{29}$ Löthig.

$$\begin{array}{rcl|l} 4 & —— & ,,\ 6 & 24 \\ 9 & —— & ,,\ 10 & 90 \\ 16 & —— & ,,\ 14 & 224 \\ \hline 29) & & & 338\ (11\frac{19}{29} \\ & & & 149 \\ & & & 2 \\ & & & 1 \end{array}$$

Beweiß.

Geſetzt man hätte A Marck a Löthig, B Marck b Löthig, C Marck c Löthig, ꝛc. ſo kan man inferiren:

I. 1. Marck hält $\left\{\begin{array}{l} a \text{ Loth} \\ b \\ c \end{array}\right\}$ was $\begin{array}{l} A \text{ Marck?} \\ B \\ C \end{array}$ $\begin{array}{l} \text{Fac. } aA \\ \text{Fac. } bB \\ \text{Fac. } cC, \text{ \&c.} \end{array}$

II. $A + B + C$ halten $aA + bB + cC$, was 1 Marck?

Fac. $\frac{aA + bB + cC \text{ \&c.}}{A + B + C \text{ \&c.}}$

77. Aufgabe.

77. Aufgabe. 783. Zwey Dinge von geringen und guten Gehalt oder Werth, alſo mit einander zu vermiſchen, daß das Vermiſchte hernach von einem gegebenen Mittel-Werth oder Gehalt ſey?

Man ſubtrahire den Mittel-Gehalt vom beſten, ſo kömmt der Zehler, hernach den ſchlechten Gehalt vom beſten, ſo kommt der Nenner des Bruchs, welcher anzeiget, wie viel vom ſchlechten Miſcibili zu nehmen.

Z. E.

Z. E. Ein Oeconomus hat gering und gut Geträyde, vor den Scheffel geringes bekommt er 38 Gr. vor das gute 54 Gr. Jenes iſt denen meiſten zu ſchlecht, und dieſes zu theuer, derowegen will er den Scheffel gerne auf 2 Rthl. oder 48 Gr. miſchen, wie viel muß er nun von den geringern nehmen?

$$\begin{array}{c|c|l} 38 & \multirow{2}{*}{48} & 16 \text{ Fac. } \frac{6}{16} \text{ oder } \frac{3}{8} \text{ des ſchlechten,} \\ 54 & & \end{array}$$

$$54 - 48 = 6 \mid \text{ und folglich } \frac{5}{8} \text{ des beſten,}$$

Nehmlich ſo offe er vom geringern nimmt 3 Scheffel, ſo offt nimmt er vom guten 5 Scheffel.

Beweiß.

Geſetzt, er nehme x Theile des geringern, ſo nimmt er $1 - x$ Theile des beſten.

Wenn nun der geringſte Preiß $= b$, der beſte $= l$, und der Mittel-Preiß $= m$, ſo ſchlieſſet man:

1 giebt b was x? Fac. bx

1 giebt l was $1 - x$? Fac. $l - lx$

Dahero muß $l + bx - lx = m$ ſeyn.

Dann iſt: $l + bx = m + lx$

$l - m = lx - bx$

folglich $\frac{l - m}{l - b} = x$.

78. Aufgabe.

784. Wenn man von vielen Miſcibilibus unterſchiedenes Gehalts oder Werths des ſchlechten (ex Hypotheſi) ſo und ſo viel, 78. Aufgabe.

des beſſern ſo und ſo viel ꝛc. nehmen, und einen verlangten Mittel-Werth oder Gehalt draus machen will, zu erfahren, wie viel man noch von dem beſten dazu zu nehmen habe.

1.) Setze man den Gehalt oder Werth vom ſchlechteſten biß zum beſten ordentlich unter einander, und den verlangten Mittel-Gehalt bey Seite.

2.) Subtrahire man die ſchlechtern Werthe nach der Reihe von dem beſten, ſetze die Differentzen gegen über, und multiplicire iede mit ihrer angenommenen Hypotheſi.

3. Nehme man die Differentz des mittlern vom beſten Werth zum Zehler, ſo giebt die Summa voriger Producte den Nenner zu dem geſuchten Bruch, mit welchem man iede Hypotheſin noch verificiren muß. Z. E.

In einem Gieß-Hauß hat man Vorräthe von feinem Metall, den Centner à 24, à 30, und à 42 Thl. Hieraus ſoll ein Werck, à 60 Centner gegoſſen werden, welches aber ohne Arbeits-Lohn nicht höher als 1740 Thl. kommen ſoll. Fragt ſichs, wie viel vom iedem Metall mit dazu könne geſchmeltzet werden?

Geſetzt, man nehme vom erſtern Metall 3 Theil, und von dem etwas beſſern 2 Theile. Desgleichen erfinde man vorhero den Mittel-Preiß, nehmlich man inferire:

Thl.

60 Cent. —„ 1740 —„ 1 Cent?

6) ———

Fac. 29. Thl.

Darauf kommen die Anſätze ſo zu ſtehen:

Hypoth.

Hypoth.

24		18 . 3	═	54	
30	29	12 . 2	═	24 kommen	$\frac{13}{78}$ vor
42				78 den geſuchten Bruch.	

Demnach nimmt man vom erſten 3 mahl 13 oder 29
vom andern 2 mahl 13 oder 26

Summa: $\frac{65}{78}$

Folglich nimmt man vom dritten 1 mahl 13

oder $\frac{13}{78}$,

Nehmlich ſo offt man nimmt vom ſchlechteſten 3 Centner, ſo offt nimmt man vom beſſern 2, und vom beſten nur 1 Centner:

Dahero kan man nun nach obiger Regula Mixtionis (§. 773.) folgenden Anſatz machen:

6 giebt 60 was { 3? Fac. 30. Cent. des erſten.
Das iſt: 1 —„ 10 —„ { 2? Fac. 20. Cent. des andern.
{ 1? Fac. 10. Cent. des dritten.

Summa: 60. Centner.

Probe:

Cent.		Thl.		
30	à	24	═	720
20	à	30	═	600
10	à	42	═	420

Summa: 1740 Thl.

Ein Müntz-Meiſter hat viererley Silber, 7, 8, 12 und 13 Löthiges, will daraus 10 Löthiges machen, und weil

weil er des andern wohl dreymahl ſo viel hat, als des erſten, und des dritten ohngefehr doppelt ſo viel, als des erſten, ſo hat er Willens, ſo offt einen Theil vom erſten, als dreye vom andern, und zweye vom dritten zu nehmen, fragt ſichs, wie viel nun nach dieſer Hypotheſi noch vom beſten dazu zu ſetzen ſey?

Hypoth.

7		6 . 1	=	6
8		5 . 3	=	15
12	10	1 . 2	=	2
13				23

kommen $\frac{3}{23}$ vor den geſuchten Bruch.

Demnach nimmt er des erſten $\frac{3}{23}$, des andern $\frac{9}{23}$, des dritten $\frac{6}{23}$ und folglich des beſten $\frac{5}{23}$, oder, ſo er des erſten nimmt 3 Marck, nimmt er des andern 9 Marck, des dritten 6 Marck, und des vierdten 5 Marck. (§. 362.)

Probe:

3	. 7	=	21
9	. 8	=	72
6	. 12	=	72
5	. 13	=	65
23)			230 (Fac. 10 Löthig. (§. 782.)

Beweiß.

So die Gehalte oder Werthe vom ſchlechteſten biß auf den beſten, g, h, l &c. der Mittel-Gehalt $= m$, die beliebigen Sätze, oder Hypotheſes ax, bx &c. und $a+b = c$, ſo nimmt er vom beſten $1-cx$. Folglich kan man ſetzen:

1 giebt

1 giebt g was ax? Fac. gax

1 — „ h — „ bx? Fac. hbx

1 — „ l — „ $1-cx$? Fac. $l-lcx$.

Summa $l+gax+hbx-lcx = m$

$l-m+gax+hbx = lcx$

$l-m = lcx-gax-hbx$

$$\frac{l-m}{lc-ga-hb} = x$$ das iſt, ſo man

vor c die ſpecielle Summe $a+b$ ſubſtituiret,

kommt $la+lb-ga-hb = (l-g)a+(l-h)b$

Derowegen iſt $$\frac{l-m}{(l-g)a+(l-h)b} = x$$ und ſo weiter.

785. Auf gleiche Art gehet es auch mit mehrern Sorten, und Anmerck. belieben viele dieſe Solution vor der gewöhnlichen, weil man meiſt anfangs die Miſcibilia nach Gefallen kan anſchreiben. Denn ob wohl die Summe der gefundenen Proportionen bißweilen von der Summa Productorum nicht kan abgezogen werden, ſo iſt es doch bald zu ſehen, und braucht nichts mehr, als etwa nur von einer der geringern Sorten ſo gleich eine andere Hypotheſin zu nehmen.

786. Unterdeſſen hätte man auch die ſchlechteſte Sorte an ſtatt der beſten zuletzt ſetzen, und dennoch nach obiger Regul verfahren können, z. E. Einer hat Wein, die Anmerck. Kanne vor 12, 8 und 6 Gr. will ihn miſchen daß die Kanne à 10 Gr. komme, ſo er nun z. E. zu 5 Kannen guten 2 Kannen ſchlechtern gieſſen wolte, wie viel müſte er nun nach ſolcher Proportion von dem geringſten noch darein miſchen? Fac. $1\frac{1}{2}$ Kanne.

12	10	6 . 5	= 30	4		2
8		2 . 2	= 4	—		—
6			—	34	=	17
			34			

Dahero nimmt er des beſten 10
des ſchlechtern 4
und des geringſten 3 17 Theil.

Oder ſo offt er vom erſten nimmt 10 Kannen, ſo offt nimmt er des andern 4 und des dritten 3 Kannen, folglich ſo er nimmt 5 Kannen und 2 Kannen, muß er des ſchlechteſten 1 $\frac{1}{2}$ nehmen.

Probe:

10 Kannen	à	12	thun	120 Gr.
4	— „	8	— „	32
3	— „	6	— „	18
17)				170 (F. 10 Gr. §. 782.)

Anmerck. 787. Es hat die Alligations-Regul nicht allein in Haußhaltungs= Gieß- Schmeltz= und Müntz=Weſen ihren guten Nutzen, ſondern man bedienet ſich auch derſelben überhaupt in der Phyſic, wenn man die Veränderungen und Kräffte der vermiſchlichen Dinge gehörig unterſuchen will.

IV. Capitel.

Von der Æquatione Numerorum.

§. 788.

Erklär. WEnn man durch die Reduction (§. 630. ſeqq.) die gleicherfundenen Gröſſen alſo geordnet hat, daß auf einer Seite die unbekannten entweder gantz alleine, oder auch noch untermiſcht, auf der andern Seite aber die bloß bekannten, oder auch die Nulle oder Zero gantz alleine zu ſtehen kom̃en, ſo heiſt man dieſe Ordnung eine Æqua-

tion oder Gleichung, deren Gehalt zwar auf beyden Seiten gleich groß, aber doch unterſchiedlich angedeutet iſt,

als: I. $x^2 + x = 156$

II. $x^3 - 6x^2 + 24x = 360$

III. $x^4 - px^2 + qx - m^4 = 0$

IV. $x^m - ax^{m-1} = a^2 b^{m-2}$ &c.

ſind Æquationes, darinnen man die Terminos nach der Ordnung ihrer unbekannten Potentzen ſetzet, die ihnen vorſtehende bekannte Zahlen oder Buchſtaben ihre Coëfficientes, oder Zehler, und den letzten Terminum, (ſo ſich mit gar keiner unbekannten Gröſſe vermiſcht,) die ledige Quantität oder Zahl, oder auch Homogeneum Comparationis nennet.

Z. E. in vorhergehenden Gleichungen iſt 156
oder 360.
oder m^4 oder auch $a^2 b^{m-2}$.
die ledige Quantität, oder das Homogeneum Comparationis.

789. Wo vor einem Termino kein Zehler oder Coëfficiens ſtehet, da iſt es ſo viel, als ſtünde die Unität vor. (§. 18.) Anmerck.

790. Eine reine oder einfache Gleichung (Æquatio pura oder ſimplex) iſt diejenige, wo nur eine, oder auch einerley Potentz der unbekannten Gröſſe ſtehet, als: Erklär.

$x^3 = 1331.$ || $4x^2 + 20 = 3x^2 + 36$ giebt die reine Gleichung $x^2 = 16$.

Hingegen iſt eine unreine oder zuſammen geſetzte Gleichung, Æquatio impura, compoſita, oder affecta, darinnen unterſchiedene Potentzen der unbekannten Gröſſe angetroffen werden, dergleichen ſind in obigem 788 §. alle vier Arten.

791. Eine vollſtändige Gleichung, (Æquatio completa) wird genennet, wo die unbekannten Potentzen von der Erklär.

grö-

gröſten anzufangen, alle nach ihrer abſteigenden Ordnung folgen, hingegen eine unvollſtändige, oder incompleta iſt, wo einige dazwiſchen fehlen,

Z. E. $x^3 + 8x^2 - 205x = 420$ iſt complet. Hingegen $x^3 + 80x = 1449$ iſt incomplet, denn x^2 fehlet.

Erklär. 792. Die Wurtzel aus einer Gleichung iſt der Werth oder Gehalt der unbekannten Gröſſe, deſſen gleichnahmige Potentzen in die correſpondirende Zehler der unbekannten multiplicirt, zuſammen die ledige Zahl, oder des Homogeneum Comparationis juſt heraus bringen, als von

$$1x^3 + 2x^2 + 4x = 57 \text{ iſt die Wurtzel } 3$$

denn 27 9 3 in obige Zehler multipl. giebt

$$27 + 18 + 12 = 57.$$

Erklär. 793. Eine wahre Wurtzel heiſt, deren Werth eine poſitive Gröſſe anzeiget, als 3 iſt eine wahre Wurtzel aus voriger Gleichung. Hingegen heiſt eine falſche Wurtzel, deren Werth mit einer privativen Gröſſe angedeutet wird, als aus $x^2 - 2x - 24 = 0$ iſt die wahre Wurtzel 6, u. die falſche -4 denn $36 - 12 - 24 = 0$, oder auch $16 + 8 - 24 = 0$.

79. Aufgabe.

79. Aufgabe. 794. **Aus etlichen nach belieben angenommenen Wurtzeln, allerhand Gleichungen zu formiren, und ihre Eigenſchafften dabey zu unterſuchen.**

1.) Bringe man die Wurtzel, ſo der unbekannten Quantität x zugeeignet worden, durch Verſetzung hinüber, damit man einfache Æquationes bekomme, deren iede $= 0$ ſey. (§. 634.)

2.) Mul-

2.) Multiplicire man die einfachen Æquationes in einander, ſo entſtehen daraus nach und nach die Höhern, deren iede unendlich fort $= 0$ bleibet, (§. 263.)

Als wenn $a > b$, Z. E. $a = 5$, $b = 2$, ferner $a + b = c$. Desgleichen $a - b = d$, und man ſetzet:

I.

$x = -a = -5$
$x = -b = -2$

ſo iſt $x + a = 0$
$x + b = 0$

Und $xx + cx + ab = 0$
Oder $xx + 7x + 10 = 0$

II.

$x = -a = -5$
$x = b = 2$

$x + a = 0$
$x - b = 0$

$xx + dx - ab = 0$
Oder $xx + 3x - 10 = 0$

III.

Wenn $x = a = 5$
$x = b = 2$

ſo iſt: $x - a = 0$
$x - b = 0$

Und $xx - cx + ab = 0$
Oder $xx - 7x + 10 = 0$

IV.

$x = a = 5$
$x = -b = -2$

$x - a = 0$
$x + b = 0$

$xx - dx - ab = 0$
Oder $xx - 3x - 10 = 0$

Aus der Geneſi dieſer Gleichungen obſerviret man folgendes:

I.) Kömmt die Summe der Wurtzeln, iedoch mit ihrem veränderten Zeichen allezeit im Zehler des andern Termini zum Vorſchein.

II.) Und wo die ledige Zahl — hat, giebt der Zehler des andern Termini zugleich auch die Differentz beyder Wurtzeln, (wenn man ſie nehmlich ſchlechthin und ohne Signo betrachtet.)

III.) Kömmt das Factum der beyden Wurtzeln mit ſeinem unveränderten Signo allezeit in der ledigen oder bloſſen Zahl zu Geſichte.

IV.) Folglich, wo die ledige Zahl + hat, ſind beyde Wurtzeln entweder lauter wahre, oder lauter falſche, jenes wenn —, und dieſes wenn + im andern Termino anzutreffen. (§. 232. und 224. 1.)

V.) Wo aber die ledige Zahl — hat, und + im andern Termino ſtehet, hat die kleinere Wurtzel auch +, und wo im andern — ſtehet, hat die kleinere auch —, nehmlich im erſten Fall iſt ſie die wahre, und im andern Fall die falſche Wurtzel. (§. 224. 3.)

Z. E. Wenn $x^2 - 5x - 24 = 0$ ſind die Factores von 24, die kleinern Zahlen 2, 3, 4, 6, 8, 12 darunter 3 und 8 um 5 differiren, daher iſt die kleinere Wurtzel -3 und gröſſere 8. (Num. II. und V.)

Denn $1x^2 - 5x - 24 = 0$ multiplicirt mit
+9 und -3 (ſtatt xx und x,) giebt

$$+9 + 15 - 24 = 0$$

Oder mit 64 + 8, giebt

$$64 - 40 - 24 = 0$$

Desgleichen, wenn $xx + 22x - 779 = 0$, ſo ſind die Factores von der ledigen Zahl 19 und 41. (vide Anat. Num. ſub hoc numero) derowegen iſt die wahre Wurtzel 19 und die falſche — 41. (No. II. und V.)

Ferner ſo $xx - 20x + 91 = 0$ ſo ſind die beyden Wurtzeln 7 und 13 wahre Wurtzeln, ſo zuſammen 20 machen. (Num. I. und IV.)

Endlich wenn $x^2 + 7x + 12 = 0$, ſo ſind die Factores von 12, die kleinern Zahlen 2, 3, 4, 6, darunter 3 und 4 zuſammen 7 machen, und daher die beyden falſchen Wurtzeln zu ſothaner Æquation abgeben. (Num. I. und IV.)

795. Wenn man (der kürtze halber) den Zehler des andern Termini p, und die ledige Zahl q nennet, so giebt im vorigen §. Zuſatz.

Die I. Gleichung $x^2 + px = -q$

Die II. ſ ſ ſ $x^2 + px = +q$

Die III. ſ ſ ſ $x^2 - px = -q$

Die IV. ſ ſ ſ $x^2 - px = +q$ (§. 634.)

80. Aufgabe.

796. **Die Wurtzeln aus vorhergehenden Quadratiſchen Æquationen überhaupt zu beſtimmen.** 80. Aufgabe.

Man ergäntze das unvollkommene Quadrat des erſten Membri mit dem Quadrat vom halben Zehler des andern Termini, (§. 542.) und addire dis letzte Quadrat auch zur ledigen Zahl des andern Membri (§. 640.) Extrahire beyderſeits Radicem, (§. 532, oder 538.) und transponire den herauskommenden vorigen halben Zehler, (§. 634.) daß die unbekannte Gröſſe auf einer Seite gantz alleine bleibet.

In der I. und II. Gleichung iſt $xx + px = \begin{matrix} -q \\ +q \end{matrix}$

Und $xx + px + \frac{1}{4}pp = \frac{1}{4}pp \begin{matrix} -q \\ +q \end{matrix}$

Dahero iſt $\left\{ \begin{matrix} x + \frac{1}{2}p \\ -\frac{1}{2}p - x \end{matrix} \right\} = \sqrt{\frac{1}{4}pp \begin{matrix} -q \\ +q \end{matrix}}$

(§. 533. 542.)

In der III. und IV. Gleichung iſt $xx - px = \begin{array}{l} -q \\ +q \end{array}$

Und $xx - px + \frac{1}{4}pp = \frac{1}{4}pp \begin{array}{l} -q \\ +q \end{array}$

Dahero iſt $\left\{\begin{array}{l} x - \frac{1}{2}p \\ \frac{1}{2}p - x \end{array}\right\} = \sqrt{\frac{1}{2}pp \begin{array}{l} -q \\ +q \end{array}}$

So man nun nach dem 634 §. in allen vier Gleichungen das $\frac{1}{2}p$ alſo transponiret, daß x auf einer Seite nur alleine zu ſtehen kömmt, giebt

I. $x^2 + px + q = 0$	$x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$
II. $x^2 + px - q = 0$	$x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$
III. $x^2 - px + q = 0$	$x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$
IV. $x^2 - px - q = 0$	$x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$

Zuſatz. 797. Weil $\frac{1}{2}p > \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$ und $\frac{1}{2}p < \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$, ſo iſt auch hieraus zu ſehen, daß (vermöge der Addition ſolcherley ungleichen Gröſſen,) in der I. Gleichung, wo die Signa gar nicht abwechſeln, beydes falſche Wurtzeln ſeyn. Desgleichen daß in der II und IV. Gleichung, wo die Signa nur einmahl abwechſeln, iede eine wahre und eine falſche Wurtzel hat, und endlich daß in der III. Gleichung, wo die Signa zweymahl abwechſeln, beydes wahre Wurtzeln ſeyn. (§. 793.) Z. E. Aus den Æquationen

I. $xx + 14x + 48 = 0$	iſt $x =$	-6 oder -8
II. $xx + 2x - 48 = 0$	iſt $x =$	6 oder -8
III. $xx - 8x + 12 = 0$	iſt $x =$	2 oder 6
IV. $xx - 2x - 24 = 0$	iſt $x =$	-4 oder 6

(§. 794. I — V.)

798. So

798. So man eine quadratiſche Gleichung, z. E. $xx - 2x - 24 = 0$ wieder mit einer einfachen neuen Gleichung als $x - 3 = 0$ multiplicirt, entſtehet eine Cubiſche Æquation $x^3 - 5x^2 - 18x + 72 = 0$ darinnen die Wurtzeln (vermöge der quadratiſchen) -4, $+6$, und (vermöge der angenommenen neuen) $+3$ ſind. Worinnen man gleicher Geſtalt wahrnimmt, daß der Zehler des andern Termini aus der Summe aller Wurtzeln, der Zehler des dritten Termini aus der Summe derer Producten von 2 und 2 Wurtzeln, (nehmlich von $-24 - 12 + 18$) und die ledige Zahl aus dem Facto aller drey Wurtzeln beſtehet. Ingleichen daß ſo viel wahre Wurtzeln darinnen, als Abwechſelungen der Zeichen, und ſo viel falſche, als Folgungen von einerley Zeichen ſind. Erklär.

799. Daferne man eine Cubiſche Gleichung wiederum mit einer neuen einfachen, oder auch zwey verſchiedene Quadratiſche in einander multipliciret, entſtehet eine Quadrato-quadratiſche Gleichung, welche ebenfalls die vorigen Eigenſchafften hat, nehmlich daß der Zehler des andern Termini aus der Summe aller Wurtzeln, des dritten aus der Summa Productorum von 2 zu zwey, des vierdten aus der Summa Productorum von drey zu drey Wurtzeln beſtehet, und das Homogeneum Comparationis oder die ledige Zahl gleichergeſtalt das Factum aus allen Wurtzeln ſey, nicht weniger, daß auch ſo viel wahre Radices darinnen, als Abwechſelungen der Zeichen, und ſo viel falſche, als Folgungen von einerley Zeichen in ſolcher Æquation vorkommen. Z. E. Wenn die zwey quadratiſchen Gleichungen $xx - 5x + 6 = 0$ und $xx + 3x - 4 = 0$ in einander multiplicirt werden, entſtehet die Quadrato-Quadratiſche Æquation Erklär.

$$x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$$

welche drey wahre und eine falſche Wurtzel hat, nehmlich 1, 2, 3, und — 4. Und ſo man dieſe Gleichuug wieder mit einer einfachen multipliciren, und alle ietzt er-

wehnte Eigenſchafften dabey unterſuchen wolte, würde das vorige alles auch wieder darinnen wahr zu nehmen ſeyn, und ſo weiter.

Zuſatz. 800. Demnach hat iede Æquation ſo viel Wurtzeln, als ihr erſter oder gröſter Terminus Dimenſionen hat, nehmlich die Quadratiſchen Gleichungen haben 2, die Cubiſchen 3, die Biquadratiſchen 4 Wurtzeln, und ſo weiter.

Zuſatz. 801. Da nun die Diviſion wieder auseinander nimmt, was die Multiplication zuſammen geſetzet, ſo muß auch ieder Factor aus dem Homogeneo Comparationis, der die Æquation dividendo aufhebt, und zuletzt in ſeiner zugeeigneten Gleichheit wiederum eben alſo zum Vorſchein kömmt, die richtig getroffene Wurtzel von ſolcher Æquation ſeyn. Denn ſo man aus dem Homogeneo Comparationis ab, oder abc ꝛc. einen Factorem $a = x$ ſetzet, ſo läſſet ſich die gantze Gleichung damit hinaus dividiren, und kömmt a endlich wiederum $= x$, wie aus folgender Quadratiſchen und Cubiſchen, und auch ſo fort denen übrigen Gleichungen zu erſehen ſtehet, z. E.

$xx + bx = ab$ dividirt mit
$ - ax$

$x = a)\ x + b = b$
$ - a$

$x = a$ Desgleichen

$xxx - cxx - bcx = -abc$ dividirt
$+ bxx + acx$ mit $x = a$
$- axx - abx$

giebt: $xx - cx - bc = -bc$
$+ bx + ac$
$- ax - ab$

Folglich

Folglich iſt $xx - cx$

$$\begin{array}{llll} & + bx & + ac = & ab \end{array}$$ (§. 632. 634.)

$- ax$ dieſe wieder dividirt

mit $x = a$) $x - c$

$$+ b \; + c = b$$

$- a$ giebt endlich

---

wiederum $x = a$, und ſo auch in übrigen.

81. Aufgabe.

801. Zu finden ob eine gegebene Gleichung Rational-Wurtzeln habe, und welche es im ſolchen Fall ſeyn dürfften. 81. Aufgabe.

Weil das Homogeneum Comparationis oder die ledige Zahl das Factum aus allen Wurtzeln iſt, (§. 794. III. 798. 799.) ſo dividire man mit einem und dem andern Factore, und zwar mit einem auf einmahl die gantze Gleichung hindurch, wird nun zuletzt die unbekannte Gröſſe (x) dem gebrauchten Factori wiederum gleich, ſo iſt er eine, wo nicht, ſo iſt er keine Wurtzel von ſolcher Æquation, z. E.

Wenn $x^2 - 8x = 105$, ſo ſiehet man bald, daß die Factores, 3, 5 und 7 nicht zu reichen, derowegen ſetze man $x = 15$, und dividire damit hinein, kommt $x - 8 = 7$, das iſt $x = 15$. Daher 15 eine wahre Wurtzel von ſolcher Gleichung, und da ſie mit ihrer andern Wurtzel muß + 8 machen (§. 794. I.) ſo iſt ſolche andere Wurtzel $= -7$.

Es ſey aus obiger Cubiſchen Gleichung (§. 798.) der aus der ledigen Zahl erwehlte Factor $3 = x$, ſo geſchiehet die Diviſion gar leichtlich; Nehmlich ſo

$$xxx - 5xx - 18x = -72$$ iſt, und

$$x = 3)\ xx - 5x - 18 = -24$$

davon $xx - 5x = -6$

$$x = 3)\ x - 5 = -2$$

$$x = 3$$

Oder man erwehle den Factorem 6, kömmt aus

$$xxx - 5xx - 18x = -72$$ divid.

mit $x = 6)\ xx - 5x - 18 = -12$

das iſt: $xx - 5x = 6$ dis ferner divid.

mit $x = 6)\ x - 5 = 1$

$$x = 6$$

Alſo ſind beyde wahre Wurtzeln 3 und 6, und da ſie mit der dritten müſſen + 5 machen, (§. 794. I.) ſo iſt die dritte − 4. Denn $3 + 6 - 4 = 5$. Der Beweiß liegt im vorhergehendem §.

Anmerck. 803. Weil auch in ieder Gleichung ſo viel wahre Wurtzeln ſind, als Verwechſelungen der Zeichen, (§. 794. 799.) darff man nur die Zeichen, eins um das andere verändern, ſo werden die falſchen Wurtzeln in wahre verwandelt, und alsdann kan man auch bequehmlich die falſchen heraus dividiren, als ſo man ſetzet:

$xxx + 5xx - 18x - 72 = 0$ und divid. mit

$x = 4)\ xx + 5x - 18 - 18 = 0$

das iſt: $xx + 5x = 36$ ferner mit

$x = 4)\ x + 5 = 9$

iſt $x = 4,$

Und weil transmutiret, iſt in der erſten Gleichung

$x = -4.$

804. Da überhaupt die Factores $x \pm a = 0, x \pm b = 0, x \pm c = 0, x \pm d = 0$ ꝛc. das Homogeneum Comparationis $\pm abcd$ conſtituiren, ſo muß ſich ſolches auch wieder darein zergliedern laſſen. Derowegen kan man auch die gegebene Æquation mit $x \pm a$ dividiren, gehet dann alles auf, ſo kömmt eine um einen Grad niedrigere Gleichung, dieſe dividire man wieder mit $x \pm b$, und ſo kein Reſt bleibet, kömmt eine noch niedrigere, und ſo weiter; Endlich ſind die Wurtzeln der erſten Æquation $\pm a, \pm b, \pm c, \pm d$ &c. Z. E. Wenn man folgende Gleichung $x^3 - 3x^2 - 13x + 15 = 0$ mit $x - 5$ dividiret, kommt eine Quadratiſche $x^2 + 2x - 3 = 0$ und ſo man dieſe wiederum mit $x + 3$ aufhebet, kömmt der Quotus $x - 1 = 0$. Dahero ſind die Wurtzeln aus der gegebenen Cubiſchen Gleichung $+5, -3$ und $+1$. Anmerck.

Auf gleiche Weiſe kan man auch die Biquadratiſche Gleichung durchs Aufheben in niedrigere Æquationes verwandeln, deren Diviſores wiederum die Wurtzeln anzeigen, als ſo

$$x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$$

/ // /// /// //

$$+1x^3 - 10x^2 + 8x$$

// /// //

$x - 3)$ ———————————

iſt $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$

/ / //// /

$$+3x^2 - 4x$$

// //

$x - 2)$ ———————————

und $x^2 + 3x - 4 = 0$

/ /// /

$$+4x$$

//

$x - 1)$ ———————————

$$x + 4 = 0$$

Davon demnach die Wurtzeln 3, 2, 1, und — 4 ſind.

82. Aufgabe.

82. Aufgabe. 805. **Aus einer Æquation den andern Terminum heraus zu werffen.**

1.) Dividire man den Zehler des andern Termini mit dem Exponenten des erſten, und nachdem ſolcher Zehler negativus oder affirmativus iſt, ſetze man, die Wurtzel aus der gegebenen Æquation ſey $= y \pm$ dem gefundenen Quot.

2.) Die alſo angenommene Wurtzel ſubſtituire man durch und durch in der gegebenen Gleichung, ſo kommt eine neue, in welcher der andere Terminus fehlet, und $y = x \mp$ dem gefundenen Quot.

Als

Als ſo man den andern Terminum wegſchaffen wolte aus

$x^3 - 6x^2 + 5x + 12 = 0$, ſetze man

$x = y + 2$. Denn $6 : 3 = 2$. ſo iſt

$$x^2 = y^2 + 4y + 4$$

$$\begin{aligned} x^3 &= y^3 + 6y^2 + 12y + 8 \\ -6x^2 &= -6y^2 - 24y - 24 \\ +5x &= +5y + 10 \\ +12 &= +12 \end{aligned}$$

Summa $y^3 \; * \; - 7y + 6 = 0$

In welcher neuen oder transformirten Gleichung

$y = x - 2$.

Eben dieſes ſey in folgender Æquation zu thun, allwo

$x^3 + 2x^2 - 7x - 68 = 0$, da ſetze man

$x = y - \frac{2}{3}$ ſo iſt

$$x^2 = y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{4}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{und } x^3 &= y^3 - 2y^2 + \frac{12}{9}y - \frac{8}{27} \\ +2x^2 &= +2y^2 - \frac{8}{3}y + \frac{8}{9} \\ -7x &= -7y + \frac{14}{3} \\ -68 &= -68 \end{aligned}$$

Summa $y^3 \; * \; - \frac{75}{9}y - \frac{1694}{27} = 0$

Allwo $y = x + \frac{2}{3}$

Nun

Nun hebt ſich nach dem 802 §. die erſte Æquation mit 4 auf, folglich iſt in der letzten

$$y = 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}.$$

Denn $y^3 = 2744 : 27$

$-\frac{75}{9}y = -1050 : 27$

$-\frac{1694}{27} = -1694 : 27$

Summa $= 0$

Beweiß.

Wenn aus der undeterminirten Gleichung: $x^n - ax^{n-1}$ ꝛc. der andere Terminus heraus ſoll, ſetze man $x = y + q$, ſo iſt

$$x^{n-1} = y^{n-1} + \overline{n-1}\, y^{n-2} q \text{ \&c. } (\S.\ 501.)$$

Und $x^n = y^n + ny^{n-1}q$ &c. (§. 499.)

Alsdann iſt $-ax^{n-1} = -ay^{n-1} - (n-1)\, ay^{n-2}q$ &c.

Allwo der andere Terminus $\begin{matrix}+ny^{n-1}q\\ -ay^{n-1}\end{matrix}$ iſt, dahero ſo er hinweg ſoll, muß $nq - a = 0$ werden, folglich muß $nq = a$, und $q = \frac{a}{n}$ ſeyn.

Zuſatz. 805. Dahero wird eine unreine quadratiſche Æquation in eine reine verwandelt, ſo man den andern Terminum heraus wirfft. (§. 790.)

83. Auf-

83. Aufgabe.

807. Aus einem Binomio oder Reſiduo die Quadrat-Wurtzel zuziehen. 83. Aufgabe.

1.) Subtrahire man beyder Theile Quadrata von einander, aus dem Reſt extrahire Rad. Quadratam, ſo allwege Zweyerley, und ſo wohl † als — iſt.

2.) Addire man beyderley Wurtzel zum Rational-Theil, halbire jede Summe, extrahire aus jeder Helffte Rad. Quadr. und ſetze beyde erſtenfalls mit dem Signo †, andernfalls mit dem Signo — zuſammen, ſo giebt ſolcher Zuſammenſatz die verlangte Wurtzel aus dem gegebenen Binomio oder Reſiduo. Als ſo aus dem Binomio

37 † √ 1200 Rad. Quadr. verlanget wird.
1369 Subtr.

Reſt: 169 daraus

√) = 13 und — 13
37 37

Summa: 50 24
2) 25 12 hieraus Rad. Qv.

Fac. 5 † √ 12 Rad. Qv. Binomii.

Desgleichen begehret man die Quadr. Wurtzel aus dem Reſiduo: 151 — √ 14520
22801 Subtr.

Reſt: 8281

Hier-

Hieraus Rad. Qv. $=$ 91 und — 91
addirt 151 151
Summa 242 60
2) 121 30
Fac. 11 — $\sqrt{30}$ vor die begehrte Quadrat-Wurtzel aus dem gegebenen Reſiduo.

Beweiß.

Es ſey die Radix, $\sqrt{x} + \sqrt{y}$, ſo iſt ihr Quadrat $= x + y + 2\sqrt{xy}$ (§. 606.) $= x + y + \sqrt{4xy}$ (§. 613.)

Davon $x + y$ den Rational-Theil, und $\sqrt{4xy}$ den ſurdiſchen Theil des gegebenen Binomii bedeute.

Um nun aus beyden Theilen wiederum die Quadrat-Wurtzel zu bekom̃en, ſubtrahire man beyderſeits Quadrata von einander, und extrahire Radicem aus der Differentz, nehmlich aus $xx + 2yx + yy - 4xy$, das iſt, aus $xx - 2xy + yy$ kömmt Radix $= x - y$ oder $y - x$.

Jede Quadrat-Wurtzel addire man zum Rational-Theil, ſo iſt $x + y + x - y = 2x$ und $x + y + y - x = 2y$, davon aus der halben Summe beyderſeits Rad. Quadrata extrahiret, die begehrten Wurtzeln $\sqrt{x}$ und $\sqrt{y}$ wieder zum Vorſchein bringt.

Anmerck. 808. Wo die Quadrat-Wurtzel aus der Differentz ſurdiſch kömmt, da ſetze man dem gegebenen Binomio oder Reſiduo nur das Radical-Zeichen vor, und extrahire die Wurtzel per Approximationem, z. E. aus dem Reſiduo $5 - \sqrt{3}$ iſt Radix Qv. 1.8077 &c. (§. 667. 668.)

84. Aufgabe.

85. Aufgabe. **809. Aus einem Binomio oder Reſiduo, (Apotome) die Cubic-Wurtzel zu extrahiren.**

Es giebt hier zwey Fälle:

I. Wenn das Quadrat des Rational-Theils gröſſer iſt als des ſurdiſchen Theils Quadrat.

II. Wenn jenes kleiner iſt, als dieſes.

I.) Sub-

1.) Subtrahire man beyder Theile Quadrata von einander, extrahire aus der Differentz die Cubic-Wurtzel, und vermehre ſie mit 3, ſo kömmt ihr Triplum.

2.) Mit einem Diviſore aus dem Rational-Theil, (der jedoch kleiner als ſolches Rational-Theils Radix Cubica ſeyn muß,) dividire man in gemeldten Rational-Theil, den Quot und voriges Triplum addire man in I, und ſubtrahire ſie im II. Fall, dann muß eine Quadrat-Zahl kommen, deren halbe Wurtzel den erwehlten Diviſorem wiederum muß herſtellen, und welche auch ein Theil der geſuchten Binomiſchen oder Apotomiſchen Wurtzel iſt. Dieſer halben Wurtzel Quadrat und die anfangs gefundene Cubic-Wurtzel ſubtrahire man von einander im I, und addire ſie im II. Fall, ſo kömmt auch der andere Theil der verlangten Cubic-Wurtzel, und zwar das Quadrat des ſurdiſchen Theils. Z. E. Es ſey Rad. Cubica zu extrahiren aus

$720 + \sqrt{517888}$, ſo iſt das Quadrat des Rational-Theils 518400 Subtr.

Differentz 512 hieraus

Rad. Cub. 8 (3

Triplum Radicis Cub. 24

Nun erwehle man einen Diviſorem aus 720, der jedoch kleiner als deſſen Radix Cubica iſt, und ſolcher ſey 6, dividire damit 720 kommt 120, hierzu addirt man voriges Triplum 24 kömmt 144, ſo eine Quadrat-Zahl, deren halbe Wurtzel iſt 6, als der erſte Theil der geſuchten Cubic-Wurtzel. Dieſes Theils Quadrat (36) — der anfangs gefundenen Cubic-Wurtzel (8) iſt 28, dahero iſt die verlangte Cubic-Wurtzel aus $720 + \sqrt{517888}$ das Binomium $6 + \sqrt{28}$.

810. Hätte man ſtatt des Binomii ſein Reſiduum genommen, ſo wäre die geſuchte Cub. Wurtzel $6 - \sqrt{28}$. Anmerck.

Beweiß.

Es ſey die geſuchte Cubic-Wurtzel $= x + \sqrt{y}$, ſo iſt $x^3 + 3xy + (3x^2 + y)\sqrt{y} = 720 + \sqrt{517888}$ (§. 623.)

Davon $x^3 + 3xy = 720$ und $(3x^2 + y)\sqrt{y}$ $= \sqrt{517888}$.

Dieſer ſurdiſche Theil quadriret, giebt

$$9x^4y + 6x^2y^2 + y^3 = 517888$$

welchen man vom Quadrat des Rational-Theils

$$x^6 + 6x^4y + 9x^2y^2 = 518400 \text{ Subtr.}$$

Reſt: $x^6 - 3x^4y + 3x^2y^2 - y^3 = 512$ hieraus

Rad. Cub. $x^2 - y = 8$ folglich iſt

$$x^2 = 8 + y \text{ und } y = x^2 - 8$$

Dieſen letztgefundenen Valorem ſubſtituire man in der Gleichung

$x^3 + 3xy$ kömmt $x^3 + 3x^3 - 24x =$

$4x^3 - 24x - 720 = 0$, dieſes nach (§. 804.) mit

$(x-6)$ div. $+24x^2$

$+120x$

$4x^2 + 24x + 120$ geht auf.

Dahero iſt $x = 6$, und da oben $y = x^2 - 8$ war, iſt $x + \sqrt{y} = 6 + \sqrt{(36-8)} = 6 + \sqrt{28}$.

Des-

Desgleichen ſo man aus dem Reſiduo $40 - \sqrt{1573}$ Radicem Cubicam verlanget, kömmt ſie nach obiger Regul $= 2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$. Denn von

1600
1573 Subtr.

Reſtiren 27 hieraus

Rad. Cub. 3

deren Triplum 9.

Der Diviſor von 40 muß kleiner als 4 ſeyn, nimmt man 2, ſo ſtellet die halbe Wurtzel nachgehends mehr als 2 wieder her, derowegen nehme man $2\frac{1}{2}$ dividire damit in 40, kömmt

der Quot 16
hierzu das Tripl. add. 9

giebt das Quadrat 25, deſſen Wurtzel 5,

und deſſen halbe Wurtzel $2\frac{1}{2}$ den Diviſorem wieder reſtituiret, da nun hievon das Quadrat $\frac{25}{4}$, ſubtrahire man davon die obige Rad. Cub. 3 oder $\frac{12}{4}$, Reſtiren $\frac{13}{4}$ oder $3\frac{1}{4}$, und ſo iſt die verlangte Cubic-Wurtzel aus dem gegebenen Reſiduo

$$2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}.$$

Anmerck. 811. Eben alſo procediret man in dem II. Caſu, nur daß an ſtatt des Addirens ſubtrahiret, und ſtatt des ſubtrahirens addiret wird, wie in der gegebenen Aufloͤſung allbereit erinnert, und der mit vorigen uͤbereinkommende Beweiß leicht zu erkennen giebt, z. E. Aus dem Binomio von der andern Art:

68 † √ 4840 iſt Rad. Cubica 2 † √ 10.

Anmerck. 812. So auch hier, wie im 808 §. angemercket, die Wurtzeln ſurdiſch fallen, muß man ſich mit der Extractione per Approximationem helffen.

Anmerck. 813. Ubrigens ſind die vorhergehende 3 Aufgaben von hoͤchſter Nothwendigkeit, denn durch die erſtere werden die vielerley Faͤlle der Gleichungen auf wenigere reducirt, und durch die letztern kan man in hoͤhern Gleichungen die ſurdiſchen Partes der gefundenen Wurtzeln mit einander in leichtern Zahlen exprimiren.

Vortheil verwandelter Gleichungen. 814. Von der Verwandelung (oder Transformatione) einer Æquation in die andere, da man z. E. vor x die Quantitaͤt $y \pm a$, oder $y \pm z$ &c. ſubſtituiret, und damit nach der gegebenen Gleichung verfaͤhret, iſt im obigen 805 §. allbereit ein nuͤtzliches Exempel gegeben worden, nunmehro wird man auch im folgenden ſehen, daß ſie eines der leichteſten und beſten Mittel ſey, die Æquationes zu reſolviren, worunter des Herrn Varignons Aufloͤſung der Cubiſchen Gleichung von vielen ſehr hoch gehalten wird, * wovon im folgender

85. Aufgabe.

85. Aufgabe. 815. Aus einer Cubiſchen Æquation die Wurtzel zu ziehen.

* Vid. Memoires de l' Academie R. des Sciences. 1699. p. 191. Ingleichen Mr. de Crouzas Traité de L' Algebre pag. 381. ſeq.

Fol-

Solche ſey $z^3 + pz + q = 0$, nehmlich der andere [T]erminus ſey nach dem 805 §. heraus geworffen. Nun [ſetz]e man $z = x - y$, ſo iſt

[z³] $= x^3 - 3x^2y + 3xyy - y^3$ (§. 500.) und kommen $-3xy.z$ oder welches gleichviel $-3xy.(x-y)$

$$= -3xxy + 3xyy$$

[Da]her iſt $z^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - 3xyz - y^3$

Und $z^3 + 3xyz + y^3 - x^3 = 0$ (§. 634.)

$$= z^3 + pz + q = 0$$

Alſo kan man ſämmtlich vor $3xyz$ die Quantität pz, [un]d vor q, die Quantität $y^3 - x^3$ ſubſtituiren, kömmt

$3xyz = pz$, Und $3xy = p$ und $y = \frac{p}{3x}$

Desgleichen $q = \frac{p^3}{27x^3} - x^3$

Folglich iſt $qx^3 = \frac{p^3}{27} - x^6$ Dahero iſt

$x^6 + qx^3 = \frac{p^3}{27}$ welches eine Quadratiſche Gleichung [iſt]

Da $x^6 + qx^3 - \frac{p^3}{27} = 0$, und daraus

$$x^3 = -\frac{q}{2} \pm \sqrt{\frac{qq}{4} + \frac{p^3}{27}} \quad (§. 796.)$$

Ferner da vorhin $q = y^3 - x^3$, ſo iſt $y^3 = q + x^3$, [un]d weil $x^3 = -\frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{qq}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}$ ſo kömmt

 $y^3 =$

$$y^3 = q - \frac{1}{2}q \text{ das iſt } \frac{1}{2}q + \sqrt{\left(\frac{qq}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}$$

Nun iſt $z = x - y = \sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{y^3}$ (§. 591.) das i

$$z = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{qq}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}} - \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{qq}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}}$$

. 816. Dieſem nach kommen aus denen 3 Fällen der unrei Cubic-Gleichung, wenn der andere Terminus daraus geſch die Wurtzeln

$$1)\; z = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right)}}$$

Wenn $z^3 + pz - q = 0$ iſt

$$2)\; z = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}\right)}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}\right)}}$$

Wenn $z^3 - pz + q = 0$ iſt.

$$3)\; z = \sqrt[3]{\frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}\right)}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}\right)}}$$

Wenn nehmlich $z^3 - pz - q = 0$ geweſen iſt.

Daher iſt die Regul:

1.) Sehe man, unter welchen von denen 3 Fällen die gegebe Æquation gehört, aus ſelbigem ſubſtituire man vor p dem Ze ler des andern Termini, und vor q die ledige Zahl der gegeben Gleichung.

2.) We

[f]ahre man mit denen ſubſtituirten Zahlen wie
[de]r Symbolum Radicis univerſale erfordert, obſer-
[vire]n ordentlichen Abwechſel der Zeichen, und ex-
[trahire] aus den Binomiis oder Reſiduis nach §. 809.
[d]ie Wurtzeln, ſo müſſen dero ſurdiſche Theile
[einand]er aufheben, wenn eine rationelle Wurtzel her-
[auskommen] ſoll. Es ſey z. E. aus

$-9x - 162 = 0$ die Wurtzel zu ziehen,
[so gehö]ret dieſe Gleichung unter den III. Fall, und iſt
$= p$ und $162 = q$, dahero $q:2 = 81$.

[Ferne]r $(q:2)^2 = 6561$. $p^3:27$ oder $(p:3)^3 = 27$.
$(qq:4) - (p^3:27) = 6561 - 27 = 6534$.

[Also i]ſt $x = \sqrt[3]{(81 + \sqrt{6534})} + \sqrt[3]{(81 - \sqrt{6534})}$
$= 3 + \sqrt{6} + 3 - \sqrt{6}$ (§. 809.

[welche S]umma 6 die Wurtzel aus der obigen Gleichung
giebt, und alſo auch mit andern.

Daferne ſich die Cubic-Wurtzel aus Anmerck.
$= q:2 \pm \sqrt{(qq:4 \pm p^3:27)}$ nicht mit
[...]iſſet ausdrücken, ſo iſt z incommenſurabel, und
[im] folgenden bald gezeiget werden, wie man ihm
[durch u]ndliche Näherung beykommen könne.

86. Aufgabe.

Eine Quadrato-Quadratiſche Glei- 86. Aufgabe.
[chung], daraus der andere Terminus weg-
[geſcha]ffen, in eine Cubiſche zu verwan-
[deln].

[Es] ſey ſolche $x^4 - qx^2 + rx - s = 0$

Weil eine biquadratiſche Æquation aus zwey [...]
dratiſchen erzenget wird, (§. 799.) ſo nehme man [...]
undeterminirte quadratiſche Gleichungen, darinnen [...]
die andern Termini gegen einander aufheben:

$$x^2 - yx + z = 0$$

und $x^2 + yx - v = 0$ multipl.

kömmt: $x^4 * - vx^2 + yvx - vz = 0$
$$- y^2x^2 + yzx$$
$$+ zx^2$$

Da nun dieſe der vorigen muß gleich ſeyn, ſo iſt
$z - y^2 - v = -q \,|\,; yz + yv = r \,||$ und $-vz =$ [...]
folglich iſt $z = y^2 + v - q$ und $z + v = r : y$ [...]
Oder wenn man vor z ſeinen vorigen Valorem ſu[...]
ſtituiret, iſt

$$y^2 + v - q + v = r : y, \text{ das iſt}$$

$$2v + y^2 - q = r : y$$

und $2v = q - y^2 + r : y$

Folglich $v = \frac{q - y^2 + r : y}{2}$ und $-v = \frac{-q + y^2 \ldots}{2}$

Dieſe ietzt gefundene Gleichung von v ſubſtituir[...]
in der erſten Æquation $z = y^2 + v - q$, ſo kömmt

$$z = y^2 + \frac{q - y^2 + r : y}{2} - q$$

$$z = \frac{2y^2 + q - y^2 + r : y - 2q}{2} \text{ das iſt}$$

$$z = \frac{y^2 - q + \frac{r}{y}}{2}$$

Nun ſetze man vor $-\mathfrak{s}z$ die gefundenen Geltungen vor $-\mathfrak{s}$ und z, kömmt

$$-\mathfrak{s}z = \frac{y^2-q-\frac{r}{y}}{2}\cdot\frac{y^2-q+\frac{r}{y}}{2}$$ dieſes multipl.

geben $$\frac{y^4-2qy^2-\frac{r^2}{y^2}+q^2}{4} = -\mathfrak{s}z = -ſ$$ (mit $4y^2$ multipl.

bringt $y^6-2qy^4+q^2y^2-r^2 = -4y^2ſ$

folglich $y^6-2qy^4+q^2y^2-r^2+4y^2ſ = 0$

So nun vor y^2 eine ſimplere Quantität, z. E. t geſetzet wird, kömmt

$$t^3-2qt^2+q^2t-r^2+4ſt = 0$$

Welches nunmehro eine Cubiſche Gleichung.

87. Aufgabe.

819. Aus einer Quadrato-Quadratiſchen Æquation die Wurtzel zu extrahiren. 87. Aufgabe.

1.) Werffe man nach dem 805. §. den andern Terminum heraus, daferne er darinnen vorhanden.

2.) Verwandele man ſolche Gleichung in eine Cubiſche nach voriger Aufgabe, und extrahire daraus die Cubic-Wurtzel nach dem 804 oder 815. §.

3.) Die gefundene Wurtzel ſubſtituire man in denen partial-Gleichungen, durch deren Hülffe die Biquadratiſche

ſche auf die Cubiſche reducirt worden, ſo werden ſich die zwey erſten undeterminirten Quadratiſchen Gleichungen in Zahlen ausdrücken, und ihre Wurtzeln alsdenn nach dem 796. §. finden laſſen.

Es ſey die Æquation $x^4 - 55x^2 + 210x - 216 = 0$ ſo iſt $q = -55$ || $r = 210$ || und $ſ = -216$.

So man nun in voriger Cubiſchen Æquation:

$$t^3 - 2qt^2 + q^2t - r^2 = 0$$
$$+4ſt$$

Die Valores von q, r, $ſ$, ſubſtituiret, kömmt:

$$t^3 - 110t^2 + 3889t - 44100 = 0$$

Aus 44100 iſt die Cubic-Wurtzel beynahe 34, welche aber kein Diviſor daraus iſt. Derowegen erwehle man die nechſt wenigere Diviſores 30 und 25, und da der andere Terminus dieſer Æquation $= -110t^2$, würde der Abzug zu ſtarck werden, ſo man 30 nehmen wolte, derowegen dividire man dieſe Cubiſche Gleichung mit $t - 25$, ſo geht alles auf, und iſt dahero $t = 25$ (§. 804.) $= y^2$ und folglich $y = 5$

Dieſe Geltung von y ſetze man in die Æquation der vorigen Aufgabe, als vor $z = (y^2 - q + r : y) : 2$ kömmt

$$z = (25 - 55 + 42) : 2 = 12 : 2 = 6$$

Desgleichen vor $-v = (-q + y^2 - r : y) : 2$ kömmt

$$-v = (-55 + 25 - 42) : 2 = 72 : 2 = -36$$

Demnach werden nunmehro die erſten zwey angenommene Quadratiſche Gleichungen determinirt, nehmlich vor

$x^2 - yx + z = 0$ kömmt $x^2 - 5x + 6 = 0$, und vor
$x^2 + yx - v = 0$ kömmt $x^2 + 5x - 36 = 0$

Aus der erſten ſind die Wurtzeln 2 und 3, und aus der andern ſind die Wurtzeln 4 und -9 (§. 796.)

Dero-

Derowegen ſind auch ſolches die Wurtzeln aus obiger Quadrato-Quadratiſchen Æquation. (§. 336. 802.)

820. In einfachen biquadratiſchen Gleichungen extrahirt man die Wurtzel nach dem 557. §. oder auch zweymahl die Quadrat-Wurtzel (§. 558.) kömmt die erſte Wurtzel nicht genau, ſo reducire man ſie auf eine Rational-Expreſſion, als Anmerck.

$\sqrt[4]{}$ aus 405 iſt $= 3\sqrt{5}$. Denn $\sqrt{405} = \sqrt{81.5}$
$= 9\sqrt{5}$ (§. 604.) und $\sqrt{(9\sqrt{5})}$ iſt $= 3\sqrt{5}$
(§. 617. 473.)

Aus $17+\sqrt{288}$ iſt Radix Quadrata $3+\sqrt{8}$, aus
$3+\sqrt{8}$ iſt Rad. Quadr. $= 1+\sqrt{2}$, alſo iſt
$\sqrt[4]{(17+\sqrt{288})} = 1+\sqrt{2}$. (§. 807.)

88. Aufgabe.

821. **Aus einer vorgegebenen Æquation die Wurtzel nach Vietæ und Ozanams Manier zu extrahiren.** 88. Aufgabe.

Dieſes geſchiehet am füglichſten durch die Transformation, da man vor die unbekannte Gröſſe x eine zuſammen geſetzte $y+z$ erwehlet, und ſie nach dem Inhalt der gegebenen Gleichung in eine andere gleiches Inhalts verwandelt, als ſo

$$x^3 - 20x - 1937 = 0$$

Setze man x ſey $= y+z$ und transformire die Æquation in

$$y^3 + 3y^2z + 3yz^2 + z^3 - 20y - 20z = 1 | 937$$

Man extrahire auf beyden Seiten den erſten Theil der Cubic-Wurtzel, kömmt

$y = 1$, das iſt $y = 10$.

Dann ſubtrahire man auf einer Seite den Cubum y^3, und auf der andern den Cubum 10^3 oder 1000, bleibt

$$3y^2z + 3yz^2 + z^3 - 20y - 20z = 937.$$

Um z zu bekommen, dividire man mit dem gröſten Zehler von z, nehmlich $3y^2 = 300$ in 937, kömmt im Quoto 3, beynahe $= z$.

So nun die Valores von y und $z = 10$ und 3 in der letzten Gleichung ſubſtituirt, und die Zehler der correſpondirenden Terminorum damit multiplicirt werden, wird

$$\begin{array}{lcr} +3y^2z & = & +900 \\ +3yz^2 & = & +270 \\ +z^3. & = & +27 \\ -20y & = & -200 \\ -20z & = & -60 \\ \hline \text{Summa} & & 937 \end{array}$$

von 937 geht auf.

Folglich iſt x, nehmlich die Wurtzel der erſtgegebenen Gleichung $= 10 + 3 = 13$. (§. 792.)

Gleichergeſtalt ſey aus einer biquadratiſchen Gleichung

$$x^4 + 256x^2 + 512x = 132|7104$$

die Wurtzel zu ziehen, und geſetzt x ſey $= y + z$ ſo kömmt die transformirte Æquation:

$$y^4 + 4y^3z + 6y^2z^2 + 4yz^3 + z^4 + 256y^2 +$$
$$512yz + 256z^2 + 512y + 512z = 1327104.$$

Nun extrahire man auf beyden Seiten den erſten Theil der Quadrato-Quadrat-Wurtzel, nehmlich man diſtinguire die ledige Zahl von 4 zu 4 Ziffern in Claſſen, kommen zwey Claſſen: 132|7104, aus deren erſter, nehmlich 132, oder vielmehr 132|0000, die Quadrato-Quadrat-Wurtzel bey nahe $= 3$ oder 30, und alſo $y = 30$ (§. 475.) Dieſen gefundenen Valorem von

von y, ſubſtituire man in der letzten Æquation, wo y alleine ſteht, kommt

$$y^4 = 810000$$
$$256y^2 = 230400$$
$$512y = 15360 \text{ folglich}$$

$$y^4 + 256y^2 + 512y = 1055760.$$

Dieſes ſubtrahire man beyderſeits aus ſothaner Gleichung, bleiben

$$4y^3z + 6y^2z^2 + 4yz^3 + z^4 + 512yz + 256z^2 + 512z = 271344.$$

Damit man nun auch z bekomme, dividire man mit $4y^3$, (nehmlich mit dem gröſten Zehler von z) ſo $= 108000$ in die ledige Zahl 271344, kommt $z = 2$

Dahero
$$4y^3z = 216000$$
$$6y^2z^2 = 21600$$
$$4yz^3 = 960$$
$$z^4 = 16$$
$$512yz = 30720$$
$$256z^2 = 1024$$
$$512z = 1024$$

Thut in allen 271344 dieſe
von 271344 ſubtrahirt

Reſtiret 0

Dahero iſt die geſuchte Wurtzel Rationell, und gilt x juſt 30 + 2 oder 32, weil hierinne $x = y + z$.

822. Hätte nach geſchehener Operation etwas reſtiret, und man wolte die Wurtzel genauer haben, ſo multiplicire man ſie in ſolcher Æquation mit 10, 100, oder mit ſo viel Zehnern als man will, als ſo z. E. die Æquation

tion vier Dimenſionen hätte, ſetze man zur ledigen Zahl noch ſo viel mahl vier Nullen, als man will Ziffern mehr haben über diejenigen, ſo zu der Wurtzel allbereit gefunden, alsdenn ſind die anzuſetzenden in der Wurtzel der Zehler eines Bruchs, deſſen Nenner nach der Unität ſo viel Nullen hat, als der Zehler Ziffern, das iſt, es ſind Decimal-Theile. (§. 667.)

ierck. 823. Wenn der Zehler des andern Termini ſehr groß iſt, oder wenn auch die gröſte Potentz das Signum - vor ſich hat, als ſo:

$$-x^4+262144x=5959680$$

allwo die transformirte Gleichung $-y^4-4y^3z-6y^2z^2$

$$-4yz^3-z^4+262144y+262144z=5959680$$

kan man ſo gleich die ledige Zahl mit dem Zehler von y dividiren, kömmt $y=22$, und reſtiret nach beyderſeitigen Abzug

$$-y^4-4y^3z-6y^2z^2-4yz^3-z^4+262144z=192512,$$

hierzu addire man $y^4=234256$, kömmt

$$-4y^3z-6y^2z^2-4yz^3-z^4+262144z=426768$$

In dieſer letzten Æquation dividire man ferner mit dem Zehler von z, nehmlich mit 262144 in 426768, kömmt $z=2$. (Denn ob wohl eigentlich im Quoto nur 1 kömmt, ſo wäre es doch zu wenig, wegen der vielen Additionum, ſo wegen des Signi - geſchehen müſſen.) Subſtituiret man nun die gefundene Valores von y und z, in der letzten Æquation, ſo hebt ſie ſich damit auf, und iſt daher x, ſo $=y+z=22+2=24$. (§. 792.) *

* Vid. Ozanam Nouveaux Elemens d' Algebre, Lib. II. pag. 266. ſeq.

89. Aufgabe.

824. Die Wurtzel aus einer Æquation nach des Herrn Newtons Methode durch unendliche Gleichungen und Näherungen zu finden. 89. Auf- gabe

Iſt die Wurtzel rational, ſo beträget nach wenigen Extractionen die Summe der Decimal-Brüche, (die man zu denen allbereit genommenen und gefundenen Gantzen allemahl noch addiren muß,) faſt gar nichts, und iſt dahero bald zu mercken, daß eine Rational-Wurtzel darinnen enthalten, vornehmlich ſo die Gantzen die ledige Zahl aufheben.

Iſt die Wurtzel irrational, ſo kommet ſie um ſo viel genauer, als man viel neue Gleichungen continuiret, und da die Bruchs-Potentzen nichts merckliches ausmachen, kan man ſie ohne ſonderlichen Fehler hinweg laſſen, die Extractiones erſpahren, und bloß dividendo æquiren. Wolte man aber ja noch die Quadratiſche unreine Gleichung behalten, dann kömmt die Radix ſo wohl geſchwinder, als auch näher.

Der Beweiß liegt in der Operation ſelbſten, und iſt dieſe in vorhergehenden Transformationen ſchon zum Theil zu erſehen, als es ſey die Wurtzel zu ſuchen aus einer Cubiſchen Gleichung, da

$x^3 - 20x - 1937 = 0$ So die Wurtzel

$+10,000$ hierzu
$+4,$
add. $-0,928$
$-0,073$

Summa: $+13,001$

Es

Es ſey $10+p = x$ ſo iſt	$+x^3 =$	$+1000+300p+80p^2+p^3$
	$-20x$	$-200-20p$
	-1937	-1937
	Summa	$-1137+280p+30p^2+p^3 = 0$
$4+q = p$	$+p^3 =$	$+64+48q+12q^2+q^3$
	$+80p^2$	$+480+240q+30q^2$
	$+280p$	$+1120+280q$
	-1137	-1137
$-0.928+r = q$	Summa	$+527+568q+42q^2\ldots$
	$42q^2 =$	$+36.169728-77.952r+42r^2$
	$568q$	$-527.104+568\ldots r$
	$+527$	$+527$
$-0.073+ſ = r$	Summa	$36.065728+490.048r+42r^2$

13 001 vor die Wurtzel, beynahe.

Nehmlich man ſetzet nach Belieben $10+p = x$, und transformiret hiernach die gegebene Gleichung, läſſet in der transformirten Addition die höhern Potentzen hinweg, kömmt in der erſten Summa: $280p = 1137$, folglich $p = 4$. Vor den Uber-Reſt rechnet man q, und ſetzet vom neuen $4+q = p$, transformiret hiernach die letzte Gleichung, kömmt in der andern Summa $568q = -527$, folglich $q = -0.928$ (§. 657.) Weiter ſetzet man $0.928+r = q$ Transformiret daraus die vorhergehende Gleichung, kömmt in der dritten Summa $490.048r = -36.065728$ folglich $r = -0.073$. Addiret man nun die 3 letzten Valores zuſammen, kömmt $x = 13.001$ beynahe. Da aber 13 die ledige Zahl 1937 aufhebt, iſt die Würtzel aus der gegebenen Æquation $= 13$.

825. Will

825. Will man aus der erſten Summa die unreine quadratiſche Æquation mit beybehalten, ſo ſind

$$30p^2 + 280 = 1137$$

$$p^2 + \frac{28}{3}p = 38 \text{ beynahe} = \frac{114}{3} = \frac{342}{9} \quad (\text{§. } 637.)$$

$$\text{folglich } p^2 + \frac{28}{3}p + \frac{196}{9} = \frac{342}{9} + \frac{196}{9}$$

$$\text{Und } p + \frac{14}{3} = \sqrt{\frac{538}{9}} = \frac{23}{3} \text{ beynahe}$$

$$\text{Dahero } p = \frac{23-14}{3} = \frac{9}{3} = 3 \quad (\text{§. } 796.)$$

$$\text{Und } 10 + p = x = 13.$$

Auf gleiche Weiſe ſey aus folgender Æquation die Wurtzel zu extrahiren, welche irrational fallen wird,

Z. E. $x^3 + 2x^2 - 23x - 70 = 0$

Hieraus ſey $5 + p = x$ ſo iſt	x^3	$+125 + 75p + 15p^2 + p^3$
	$2x^2$	$+50 + 20p + 2p^2$
	$-23x$	$-115 - 23p$
	-70	-70
	Summa	$-10 + 72p + 17p^2 + p^3 = 0$
$+0.13 + q = p$	p^3	$+0.002197 + 0.0507q$ x.
	$17p^2$	$+0.2872 \quad +4.42 \quad q$
	$72p$	$+0.36 \quad +72. \quad q$
	-10	-10
$+0{,}0046 + r = q$	Summa	$-.350503 + 76.4707q \ldots = 0$

5.1346 Nehmlich es kommen $76.4707q = .350503$

Folglich

Folglich $q = \frac{.350503}{76.470700}$ welches auf

Decimal-Theile, z. E. 10000 reducirt, giebt 0.0046 beynahe. (§. 367. 657.)

Demnach iſt die Wurtzel beynahe = 5.1346. und ſo weiter. *

90. Aufgabe.

90. Aufgabe. 826. **Nach des Herrn Halley Manier die Wurtzel durch Näherung zu finden, die Æquationes ſeyn von ſo viel Dimenſionen als ſie wollen.**

Als es ſey auf dieſe Art aus voriger Gleichung die Wurtzel zu ziehen, da

$$x^3 + 2x^2 - 23x - 70 = 0$$

Man ſetze $5 + y = x$ ſo iſt

$$x^3 = 125 + 75y + 15y^2 ..$$
$$+ 2x^2 = 50 + 20y + 2y^2$$
$$- 23x = - 115 - 23y$$
$$- 70 = - 70$$

$$\text{Summa } - 10 + 72y + 17y^2 ...$$

folglich $72y = 10$ und $y = 0.1$

Nun nehme man vom neuen $5.1 + y = x$, ſo iſt

$$x^3 = 132.651 + 78.030y \text{ ꝛc.}$$
$$+ 2x^2 = 52.02 + 20.4$$
$$- 23x = - 117.3 - 23.$$
$$- 70 = - 70.$$

$$\text{Summa } - 2.629 + 75.430y = 0$$

* Mehr davon, wie auch von der Reſolutione literali Æquationum, kan in des Herrn Newtons Philoſ. Natur. Pr. Math. am Ende de Analyſi per Quantitatum Series p. 8. ſ. nachgeſehen werden.

folglich

folglich $75.430y = 2.629$,
kommt $y = 0.0348$, Und iſt daher
$x = 5.1348$ beynahe. u. ſ. w.

Nimmt man ſo gleich die erſte Summa mit der Quadratiſchen Gleichung, kömmt

$$17y^2 + 72y = 10$$

$$17)\; y^2 + \frac{72y}{17} = \frac{10}{17}$$

$$y + \frac{36}{17} = \sqrt{\left(\frac{36}{17}\right)^2 + \frac{10}{17}}$$

$$= \sqrt{\frac{1466000000}{289000000}} = \frac{38288}{17000}$$ folglich iſt

$$y = \frac{38288}{17000} - \frac{36000}{17000} = \frac{2288}{17000} = \frac{1346}{10000}$$ beynahe.

Wolte man nun ferner mit $5.1346 + y = x$ die gegebene Gleichung von neuen transformiren, ſo würde man viel genauer zur geſuchten Wurtzel gelangen, u. ſ. w.

827. Der Beweiß erhellet aus der Operation ſelbſten, und hat ihn der Herr Hof-Rath Wolff auch überhaupt vermittelſt einer undeterminirten Æquation gegeben. * Anmerck.

828. Dieweil in allen Aufgaben, wo die unbekannte Quantität x etliche mahl in ſich ſelbſt muß multiplicirt werden, die Æquationes ſo gleich auf mehrere Dimenſiones x^2, x^3, ꝛc. hinauf ſteigen, ſo läſſet es ſich leicht erachten, daß vorgehende Extractiones Radicum in ſolchen Anmerck.

* Vid. Herrn Hof-Rath Wolfii Elem. Math. Univ. pag. 360.

Fällen gar nicht zu entrathen ſeyn, davon Kürtze halber nur etliche wenige Exempel noch will beybringen.

1.) Etliche Litigantes verlieren einen Proceſs von 234 Thl. hätten die übrigen viere auch cauſam communem mitgemacht, ſo wäre es einem 8 Thl. weniger gekommen. Wie viel haben demnach litigiret, und was hat es jedem gekoſtet?

Geſetzt es wäre im erſten Fall der Numerus litigantium $= x$, ſo wäre er im andern Fall $x + 4$

x verlieren 234 was 1? Fac. $\frac{234}{x}$ Thl.

$x + 4$ verlieren 234 was 1? Fac. $\frac{234}{x + 4}$

Folglich iſt $\frac{234}{x} - \frac{234}{x + 4} = 8$ oder

$\frac{234x + 936 - 234x}{xx + 4x} = \frac{936}{xx + 4x}$ (§. 370.) $= 8$.

Dahero $8xx + 32x = 936$. (§. 635. 371. d. 8)

Und $xx + 4x - 117 = 0$, woraus

$x = -2 + \sqrt{4 + 117}$

$x = -2 + \sqrt{121}$

$x = 11 - 2 = 9$. (§. 796.)

Demnach ſind 9 Litigantes geweſen, und weil $234 : 9 = 26$, hat es einem 26 Thl. gekoſtet, hätten aber alle 13 mit gehalten, wäre es einem nur 18. und alſo 8 Thl. weniger gekommen.

2.) Ein

2.) Ein Herr profitiret aus ſeiner Fabrique von jedem Arbeiter jährlich ſo viel Rthl. und noch 3 drüber, als er Arbeiter hat, und durch gute Obſicht ſtehet ſolche Fabrique allbereit ſo viel Jahre, als er von iedweden jährlich Rthl. profitiret. Da ſich nun der ſämmtliche ſeitherige Gewinſt davon, auf 6800 Rthl. beläufft, möchte iemand gerne wiſſen, wie viel er Arbeiter, und wie viel Jahre er die Fabrique gehabt?

Geſetzt, der Arbeiter ſeyn geweſen x
Von iedem hat er gewonnen = = $x + 3$ Thl.

Facit jährlich $x^2 + 3x$ Thl.
Dieſes mit = = = $x + 3$ Jahren mult.

giebt $x^3 + 6x^2 + 9x = 6800$
Das iſt:

$$x^3 + 6x^2 + 9x - 6800 = 0$$

$$x - 17)\quad +23x^2 + 400x$$

$$x^2 + 23x + 400 \qquad \text{Dahero } x = 17.$$

Die Cubic-Wurtzel aus der ledigen Zahl iſt zwar 19; ſo aber wegen der Signorum + zuviel, 18 iſt kein Diviſor aus 6800. Derowegen hat man dieſe Æquation mit $x - 17$ dividiret, und da alles aufgehet, iſt $x = 17$. (§. 804.)

Alſo hat er 17 Arbeiter gehabt, von jedem jährlich 20 Thl. profitiret, thut jährlich 340 Thl. und dieſes 20 Jahr lang, Facit 6800 Thl.

Auf gleiche Weiſe können ſich unzehliche Fälle ereignen, darinnen die Ausziehungen der höhern Wurtzeln ihren Nutzen zeigen, weswegen ſie demnach nicht (wie etliche meynen) unter die unnöthigen Extractiones zu rechnen ſtehen.

Vom Gebrauch der Rechnung in Facultäten und Diſciplinen.

In der heiligen Schrifft Erklär.

829. Nachdem wir nicht wenig Schrifft-Stellen finden, darinnen ſo wohl die Patres, als auch die neuern Ausleger derſelben Myſtiſchen Verſtand in Zahlen unterſuchet und erklähret, auch da man in der Chronologia Sacra nicht allein die Zahlen der Menſchen und Jahre, ſondern (welches weit mehr iſt,) eine ſehr groſſe Anzahl ſolcherley Zahlen gegen einander rechnen und vergleichen muß, ſo ſiehet man ſchon, daß der Heiligen Schrifft Befliesſene nicht weniger hierinne einer hülflichen arithmetiſchen Hand bedürffen. * Wie denn niemand ſo leicht die Einwürffe, ſo wieder die Anzahl der lebenden Menſchen und aufbehaltenen Thiere zur Zeit der Sündfluth, wieder die Vermehrung des Iſraelitiſchen Volcks in Egypten, wieder die Zahl der zurückgekommenen aus der Babyloniſchen Gefängniß, und dergleichen, wird gründlich einſehen, und genau wiederlegen können, wenn er der dazu gehörigen Rechnung noch unerfahren iſt. **

In der Theolog. Naturali.

830. Ferner gehet ſo wohl der gemeine, als algebraiſche Calculus in der natürlichen Theologie nicht gantz ohne Nutzen ab, wie etwa in der Diſſertation, *** da die Notio Intellectus Divini durch die Wercke der Natur illuſtriret, und deſſen unauszudruckende Krafft indeſſen nur in etwas mit faſt undencklich groſſen Zahlen abgeſchattet wird. Oder wenn wir nach des Herrn Ray Berechnung **** nur 200 Geſchlechte der vier füßigen Thiere,

* Vid. B. Hambergeri Diſſert. de Uſu Matheſeos in Theologia.

** Scheuchzeri Prælect. de Mathmat. Uſu in Theologia, Item Reyheri Matheſis Moſaica, und Herrn D. Mellii Antiqv. Sac. in fine.

*** In Specimine Phyſices ad Theolog. Natur. applicatæ, ſo unter dem Herrn Hof-Rath Wolff Herr Weißmüller gehalten.

**** Ray Wisdom of God, manifeſted in the Works of Creation.

667 Arten der Vögel, 1200 Sorten der Fiſche, und 20000 verſchiedene Inſecten ſetzen, von allen Geſchlechten aber nicht etwa ein, ſondern gar viele Tauſend auf dem gantzen Erdboden erhalten werden, ſo muß man noch mehr die erſtaunend groſſe Oeconomie des Höchſten preiſen, der ſolche alle ſo viel Jahre verſorget, da die gröſten und reichſten Regenten, manche Thiere nur von einem eintzigen Geſchlecht alle zu erhalten, nicht würden vermögend ſeyn. *

Im übrigen hat der Herr Graf Bonde unterm Præſidio des Herrn Prof. Creilings die Æſtimationem Status Piorum & Impiorum per Legem Iſodynamicam algebrace unterſuchet, und alſo auch aus der natürlichen Erkänntniß inferiret, daß die Condition der erſten unendlich beſſer ſey, als die Condition der andern. ** Und da der Herr Craig in ſeinem Werckgen de Probabilitatibus & veris Voluptatum Valoribus angemercket, daß die Conatus Sapientum in ratione directa, & inſipientum in ratione inverſa, quam habent veri Expectationum ſuarum valores, der verus valor aber = ſey der Summæ der erwarteten Dinge dividirt mit der Summa Probabilitatum, ſo deduciret er aus dieſer Univerſal - Expreſſion, daß der Valor der Erwartung von der verheiſſenen unvergänglichen Glückſeeligkeit unendlich gröſſer als der zeitlichen, und daß diejenigen am weißlichſten handeln, die unendlich mehr Mühe jene, als dieſe zu erhalten, anwenden.

813. Im Fall auch dergleichen Dinge bißweilen zu wiederlegen ſeyn, ſo kan es von demjenigen, der ſolches Calculi allbereit kundig, weit ausnehmender geſchehen, Anmerck.

* Hamberg. Loc. Cit. §. XIX.

** Vid. Ej. Diſſert. Academ. de Statera Univerſali, qva Legem Iſodynamicam in Natura obſervatam ad Phœnomena cuncta, etiam Optica, æque ac Moralia, cumprimis Jus Naturæ, aliaque in univerſum extendi, breviter oſtenditur. Tubingæ. 1703.

als von einem, der noch nicht unterſuchet hat, wie weit derſelbe nach ſeiner Natur etwa möchte zureichen.

In der Jurispr. 832. In der Jurisprudenz, da in vielen Stücken das mehreſte aufs meum und tuum ankömmt, iſt die Nothwendigkeit derer Ausrechnungen beſſer bekannt, als ich etwa melden möchte. Jedoch will von unzehligen Nutzungen des Calculi indeſſen nur etliche wenige Exempel mitbeybringen, die nehmlich etwas mehrerer Ausarbeitung, als gemeine Proportions-Aufgaben benöthiget ſeyn, darunter die Rechtliche Rabatt- und Intereſſe-Rechnung, die Teſtaments-Quotæ pro quarta Falcidia und verſchiedene andere in Erbſchafften vorkommende Theilungen gehören dürfften.

α.) Von der Rechtlichen Rabatt-oder Anticipations-Rechnung, wie ſie der Herr von Leibnitz calculiret, * und ſeithero in Obſervantz iſt.

Erklär. 833. Sie lehret, wie viel derjenige ſoll weniger geben, der nach einiger Zeit, oder nach einigen Jahren erſt zu zahlen ſchuldig iſt, wobey voraus geſetzet wird:

1. Satz. 834. Derjenige, ſo Geld vor einer geſetzten Zeit bezahlet, kan mit Recht das Intereſſe zwiſchen ietzo und der geſetzten Zeit prætendiren.

2. Satz. 835. Eine Abrechnung iſt ſo viel, als eine Auszahlung, oder wie die JCti reden: Compenſatio eſt quædam Solutio.

3. Satz. 836. Es kan der Creditor und Debitor contrahiren und einig werden, daß ihr gantz negotium vor ietzo auf einmahl und ohne eines von beyden geringſten Schaden ſoll abgethan werden.

* Vide Acta Eruditorum Lipſienſia Anno 1683. Menſ. Oct. pag. 425.

837. Hier-

837. Hieraus und im folgenden wird deduciret, wenn man z. E. 5 pro Cento rechnet, daß ietzo eine Unität, ſo über das Jahr erſt wäre gefällig, oder zu zahlen geweſen, nicht mehr giebt, als

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{20} + \frac{1}{400} - \frac{1}{8000} + \frac{1}{160000} - \frac{1}{3200000} \ \&c.$$

alſo unendlich fort.

Oder überhaupt, wenn b ſtatt 20 eine andere Quotam uſurariam bedeutet:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{b^3} + \frac{1}{b^4} - \frac{1}{b^5} \ \&c. \text{ in infinitum.}$$

Beweiß und Erläuterung.

Du ſollſt mir zu Ausgang dieſes Jahres 1. (z. E. 1. Hundert, 1. Tauſend ꝛc.) bezahlen. Da du mir aber ſolches ietzo, nehmlich 1 Jahr voraus bezahleſt, ſo bin ich dir deswegen ſchuldig $\frac{1}{20}$. (nach dem 1. Satz. §. 834.) Weil wir aber unſere Sachen wollen völlig abthun, (nach dem 3. Satz, §. 836.) ſo forderſt du hingegen, daß ich dir das $\frac{1}{20}$ ietzo ſoll voraus bezahlen. Nun aber iſt eine Abrechnung ſo viel als eine Auszahlung (nach dem 2. Satz. §. 835.) Derowegen kan ich das $\frac{1}{20}$, ſo ich dir geben ſoll, von meiner Summa laſſen abziehen, und demnach bekomme ich 1 weniger $\frac{1}{20}$, oder $1 - \frac{1}{20}$. Aber weil du dieſes $\frac{1}{20}$, ſo übers Jahr erſt wäre gefällig geweſen, ietzo voraus empfängeſt, ſo kan ich wieder das ge-

 hörige

hörige Intereſſe, nehmlich $\frac{1}{20}$ von dieſem $\frac{1}{20}$ ſodern, das iſt $\frac{1}{400}$ (nach dem 1. Satz.) Und da unſere Sache ietzo völlig ſoll auswerden, ſo muſt du mir geben $1 - \frac{1}{20} + \frac{1}{400}$. Aber da du mir dieſes $\frac{1}{400}$, ſo ich übers Jahr erſt hätte bekommen ſollen, ietzo gleich giebeſt, ſo muſt du auch davor wieder $\frac{1}{20}$ von $\frac{1}{400}$, das iſt $\frac{1}{8000}$ decourtiren. Dahero bekomme ich $1 - \frac{1}{20} + \frac{1}{400} - \frac{1}{8000}$ ꝛc. Nehmlich ſo immerfort, alſo daß die Termini Progreſſionem geometricam ſubvigecuplam ausmachen, worinnen die Signa Plus und Minus alterniren.

Nun muß man unterſuchen, wie viel die unendliche Reihe folgender abnehmenden Progreſſion.

$$1 - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{b^3} + \frac{1}{b^4} - \frac{1}{b^5} \ \&c.$$

zuſammen austrage?

Nehmlich ihre gantze Summa iſt $= \frac{b}{b+1}$, das iſt, wenn $b = 20$, iſt zu beweiſen, daß $\frac{20}{21}$ eben ſo viel, als die unendliche Reihe:

$$1 - \frac{1}{20} + \frac{1}{400} - \frac{1}{8000} \ \&c. \ \&c.$$

Denn

Denn man multiplicire ſo wohl $\frac{20}{21}$ mit 21. (kom̃t 20.) (§. 371. d.) als auch dieſe Progreſſion mit 21, oder welches gleich viel mit 20 + 1, kömmt auch 20, nehmlich

$$1 - \frac{1}{20} + \frac{1}{400} - \frac{1}{8000} + \frac{1}{160000} \text{ \&c.} \quad (20$$

$$\text{Fac. } 20 - 1 + \frac{1}{20} - \frac{1}{400} + \frac{1}{8000} \text{ \&c.}$$

$$\text{Hierzu } + 1 - \frac{1}{20} + \frac{1}{400} - \frac{1}{8000} \text{ \&c.} \quad (+1$$

Summa 20

Da nun $\frac{20}{21}$ und die Progreſſion $1 - \frac{1}{20} + \frac{1}{400}$ ꝛc. beyde mit 21 multiplicirt, einerley Facta heraus bringen, ſo iſt $\frac{20}{21} = 1 - \frac{1}{20} + \frac{1}{400} - \frac{1}{8000}$ ꝛc. (§. 265.) welches zu beweiſen war. Und alſo iſt die Geltung der jetzigen Unität, ſo erſt über ein Jahr ſollen bezahlt werden

$$= \frac{6}{6+1} = \frac{20}{21} = \frac{100}{105}$$

Nehmlich à 5 pro Cent gerechnet.

So man aber 6 pro Cent rechnen wolte, bekäme ich $\frac{100}{106}$ vor eine Unität, nehmlich da $100 : 6 = 16\frac{2}{3}$, wäre

$$\frac{6}{6+1} = \frac{16\frac{2}{3}}{17\frac{2}{3}} = \frac{50}{53} = \frac{100}{106} \text{ u. ſ. w.}$$

838. Hierauf ſehe man, wie hoch der Valor von einer Unität komme, wenn auf 2, 3, 4 und mehr Jahre ſoll anticipirt werden.

Der Valor der übers Jahr erſt gefälligen Unität iſt ietzo $\frac{20}{21}$, (nach vorhergehenden,) derowegen ſo du mir über 2 Jahr erſt eine Unität zahlen ſolſt, iſt es ſo viel, als wenn du mir (nach dieſer Rechnung) erſt übers Jahr $\frac{20}{21}$ ſchuldig wäreſt. Ferner ſo du mir übers Jahr erſt $\frac{20}{21}$ ſchuldig, ſo iſt es eben nach vorigem, als ſolte ich ietzo $\frac{20}{21}$ von dieſer Summe, oder $\frac{20}{21}$ von $\frac{21}{21}$ das iſt $\frac{400}{441}$ von dir bekommen. Derohalben ſo du mir nach 2 Jahren etwas ſchuldig biſt, iſt der ietzige Valor von ſolcher Schuld $\frac{400}{441}$ oder das Quadrat von $\frac{20}{21}$, nehmlich derſelben Summe, als einer Unität. Auf gleiche Weiſe ſiehet man, daß der ietzige Valor einer nach 3 Jahren erſt gefälligen Unität $= \frac{20}{21}$ von $\frac{20}{21}$ von $\frac{20}{21}$, oder der Cubus von $\frac{20}{21}$ das iſt $\frac{8000}{9261}$ und ſo weiter. (§. 246.)

Woraus dann wahrzunehmen, daß ſo wohl die Zehler als Nenner der nach gewiſſen Jahren zu anticipirenden Theile nach der Ordnung derer Potentzen immer weiter und weiter hinauf ſteigen, woraus auch folgende Tabelle, ſo in Act. Erudit. l. c. zu finden, kan calculirt werden.

Z. E.

Z. E. Wenn auf 3 Jahr ein Capital à 100 000 Thl. ſoll anticipirt werden, inferiret man nach der Regul de Tri:

1 Unität anticipirt (auf 3 Jahr) $\frac{8000}{9261}$ was 100000?

Fac. 86384 Thl. beynahe.

839. Tabelle der zu anticipirenden Poſten von einem Capital z. E. auf 100000 gerechnet.

Jahre	Poſten	Jahre	Poſten
1	.95238	21	.35894
2	.90703	22	.34185
3	.86384	23	.32557
4	.82270	24	.31007
5	.78353	25	.29530
6	.74622	26	.28124
7	.71068	27	.26785
8	.67684	28	.25509
9	.64461	29	.24294
10	.61391	30	.23138
11	.58468	31	.22036
12	.55684	32	.20987
13	.53032	33	.19987
14	.50507	34	.19035
15	.48102	35	.18129
16	.45811	36	.17265
17	.43630	37	.16444
18	.41552	38	.15661
19	.39573	39	.14915
20	.37689	40	.14205

840. Wolte man das Capital auf 10 000 000 ſetzen, Anmerck. würden die Poſten noch ſchärffer kommen, und kan man auch aus der vorhergehenden immerfort auf die folgende

de ſchlieſſen, wenn man der Kürtze halber nach §. 719. verfähret.

21 giebt 20 was 10000000?
Fac. 9523810 vor 1 Jahr

21 —„ 20 was 9523810?
Fac. 9070295 vor 2 Jahr. u. ſ. w.

91. Aufgabe.

91. Aufgabe. 841. Zu determiniren, wie viel man von einem in etlichen Jahren erſt gefälligen Capital muß ietzo nehmen, da man es voraus haben will.

1.) Suche man die dabey gemeldeten Jahre in der Tabelle, und erſehe die ihnen gegen überſtehende Poſt.

2.) Setze man nach der Regul de Tri:

100000 giebt die erſehene gegen überſtehende Poſt, was giebt mein in ſo vielen Jahren gefälliges Capital?

Z. E. Cajus ſoll von Titio erſt in 6 Jahren 8400 Thl. gezahlt bekommen, Cajus aber findet ietzo eine gute Gelegenheit ſein Geld zu employren, auch will ihm Titius desfalls gerne helffen, fragt ſichs, wie viel Cajus vor ietzo bekommt? (5 pro Cento gerechnet.)

Facit. 6268 $\frac{1}{4}$ Thl. beynahe.

100000 —„ 74622 —„ 8400

298488 (84
596976

6268|248 | Facit 6268 Thl.

5|952 | 5 Gr.

11|424 | 11 Pf.

842. Es

842. Es iſt leicht zu erachten und der Billigkeit ge- Zuſatz. mäß, daß Cajus ſolche 6268 Thl. ꝛc. in 6 Jahren à 5 pro Cent wieder müſſe auf 8400 Thl. nutzen können, wenn man nehmlich inferiret:

20 —,, 21 —,, 6268? oder welches auch gar bequem:

100 —,, 105 —,, 6268 $\frac{1}{4}$? Fac. 6581 $\frac{2}{3}$.

100 —,, 105 —,, 6581 $\frac{2}{3}$? Fac. 6910 $\frac{3}{4}$

100 —,, 105 —,, 6910 $\frac{3}{4}$? Fac. 7256 $\frac{1}{5}$

100 —,, 105 —,, 7256 $\frac{1}{5}$? Fac. 7619

100 —,, 105 —,, 7619? Fac. 8000

100 —,, 105 —,, 8000? Fac. 8400.

843. Dahero, ſo man den erſten Anſatz aus obi- Zuſatz. ger Aufgabe umkehret, kan man auch dadurch den ſo genannten Anatociſmum, oder Zinß auf Zinß haben, (§. 732. I.) davon denn folgende

92. Aufgabe.

844. Zu erfahren, wie hoch man ein ge- 92. Aufgabe, wiſſes Capital in ſo und ſo viel Jahren nutzen könne, wenn man die jährlichen Zinſen ſo gleich wieder ausleihet.

845. Man ſuche aus obiger Tabelle (§. 839.) die zu ſolchen Jahren gegen überſtehende Poſt, ſetze ſie forne an, dann 100000 in die Mitte, und das gegebene Capital zuletzt, ſuche hiernach die vierdte Proportional-Zahl (§. 710.) ſo giebt ſie ſolch Capital mit ſeiner völligen Nutzung.

Z. E.

Z. E. Einer hat geerbt 9600 Thl. will ſolch Geld à 5 pro Cent auslehnen, und die jährlichen Intereſſen allezeit wieder zu Capital machen, fragt ſichs, wie hoch er ſolche 9600 Thl. in 10 Jahren bringen werde? Man ſetze:

61391 geben 100 000 was geben 9600?

$$\text{Fac. } 15637 \frac{28933}{61391} \text{ Thl.}$$

93. Aufgabe.

93. Aufgabe. 846. **Zu finden, wer unter zweyen am meiſten licitiret, und wieviel des einen Geboth das andere überſteiget.**

1.) Rechne man beyderley Nutzungen auf einerley Zeit, nach vorhergehender Aufgabe.

2.) Subtrahire beyderley gefundene Summen von einander, ſo zeiget der Reſt welcher, und wie viel derſelbe mehr giebt.

Z. E. Ein gewiſſes Guth wird ſubhaſtiret, A bietet 30000 Meißn. fl. nehmlich 20000 fl. baar, und 10000 fl. mit 2000 fl. auf Tag-Zeiten in 5 Jahren zu bezahlen. B bietet 28000 fl. nehmlich 26000 fl. baar, und 2000 fl. auf Tag-Zeiten jährlich mit 500 fl. in 4 Jahren zu entrichten. Weſſen Gebot iſt demnach das meiſte?

Man inferire nach obiger Tabelle (§. 839.)

78353 -„ 100000 -„ 20000? Fac. 25525 $\frac{1}{2}$ fl. beynahe.

82270 -„ 100000 -„ 2000?	Fac.	2431.	– „	4
86384 —— „ —— „	Fac.	2315:	5 :	2
90703 —— „ —— „	Fac.	2205:	-	-
95238 —— „ —— „	Fac.	2100	-	-
Hierzu		2000		
Gantze Nutzung von A ——		36576:	16	-

Fer-

Ferner ſetze man vor B

78353 - „	100000 - „	26000 ?	Fac.	33183 : 3 . 3
82270 - „	100000 - „	500 ?	Fac.	607 : 15 . 9
86384	——— „	——— „	Fac.	578 . 17 -
90703	——— „	——— „	Fac.	551 . 5 . 3
95238	——— „	——— „	Fac.	525 - -

völlige Nutzung von B ═══ 35445 : 20 : 8

Dieſe ſubtrahire von des A Nutzung 36576 : 16 -

Differ. 1130 : 16 : 9

Nehmlich um ſo viel iſt des A Geboth beſſer.

547. Man hat hier die Pfennige und derſelben Brüche nicht ſo gantz genau mit genommen, daferne aber die Differentz ſehr klein fällt, dann iſt es nöthig ſie deſto ſchärffer mit anzuſetzen. Anmerck.

548. Weil 20 : 21 ═══ 100 : 105, ſo kan man vor alle Potentzen der erſten Ration auch alle Potentzen der andern Ration ſubſtituiren, (§. 732. XII.) wordurch die Diviſion erſpahret, und der Calculus um ein ziemliches erleichtert wird, dahero kommen die Rationes, Anmerck.

$$\text{vor I Jahr:}\ \frac{100}{105}$$

$$\text{vor II Jahr:}\ \frac{10000}{11025}$$

$$\text{vor III Jahr:}\ \frac{1000000}{1157625}$$

vor

vor IV Jahr: 100000000

121550625

vor V. Jachr: 10000000000

12762815625

vor VI. Jahr: 1000000000000

1340095640625

vor VII. Jahr: 100000000000000

140710042265625

vor VIII. Jahr: 10000000000000000

14774554437890625

vor IX. Jahr: 1000000000000000000

1551328215978515625

vor X. Jahr: 100000000000000000000

162889462677744140625

(§. 473.) und ſo weiter.

Nimmt man dieſe Zahlen gantz, ſo kommen auch die kleinſten Theile der Nutzungen gantz genau, iedoch iſt es meiſt hinlänglich, wenn die Anſätze nur auf 100000 eingerichtet werden. Als voriges Exempel (der 91 Aufgabe §. 846.) kan auch alſo berechnet werden:

100000

100000 - „	127628 - „	20000 ?	F.	25525½ fl. beynahe.	
100000 „	121551 - „	2000 ?	F.	2431 - 5	
100000 „	115762 - „	2000 ?	F.	2315. 5 -	
10000 „	11025 - „	2000 ?	F.	2205 - -	
100 - „	105 „	2000 ?	F.	2100 - -	
		Hierzu		2000 - -	
		kömmt von A:		36576 : 16 - „	

Ferner inferire man:

100000 - „	127628 - „	26000 ?	F.	33183 : 5 : 10
100000 - „	121551 - „	500 ?	F.	607 : 15 . 9
100000 - „	115762 - „	500 ?	F.	578 : 17 -
10000 - „	11025 - „	500 ?	F.	551. 5 . 3
100 - „	105 - „	500 ?	F.	525 - -
		kömmt vor B:		35446 : 1 : 10

Nehmlich beynahe faſt alles wie vorhin, und auf gleiche Weiſe werden auch mehrere Licita berechnet.

β.) Vom Modo computandi Quartam Falcidiam.

549. Wenn ein oder mehr Erben mit Legatis zuweilen alſo beſchwehret werden, daß die Erbſchafft davon um mehr als $\frac{3}{4}$ erſchöpffet wird, ſo müſſen die Legata nach proportion ſo viel gemindert werden, daß denoch die Erben den 4ten Theil (oder Quartam Falcidiam) der Erbſchafft bekommen oder frey behalten. * Anmerck.

Derohalben iſt die Regul zu dieſer Berechnung aus der 75. Aufgabe herzuholen, wenn der Legatorum viel seyn, und kömmt vornehmlich darauf an:

* L. 73. §. 5. D. & L. 2. C. h. t.

94. Aufgabe.

94. Aufgabe.

550. **Wenn die Legata Dodrantem Hereditatis übertreffen, ſelbige anders zu proportioniren, daß die Erben ihren vierdten Antheil frey behalten.**

1.) Erfinde man, was die gantze Erbſchafft deductis deducendis beträgt, ſo kommt die Maſſe.

2.) Dividire man die gefundene Maſſam mit 4, und multiplicire den Quot mit 3, ſo kommt erſtenfalls die Quarta Falcidia, und im andern Fall der Dodrans.

3.) Inferire man nach der Regula Societatis (§. 775.) wie die Summa Legatorum gegen den Dodrantem, alſo auch iedwed beſonder Legatum gegen ſeine davor zu empfangende Portion.

Z. E. Titius verläſt 2452 fl. iſt aber 930 fl. ſchuldig, und koſtet das Begräbniß mit Inventur-Gebühren 250 fl. Nun hat er Johanni 500 fl. Paulo 300 fl. Jacobo 250 fl. legiret, zum Erben aber eingeſetzet Petrum ex tertia, und Philippum ex duabus reliquis partibus hereditatis. Fragt ſichs, wie viel ieder Erbe und Legatarius bekommen ſoll? *

2452 Verlaſſenſchafft
930. Schuld
250. Unkoſten
1180 Subtr.
1272 fl. die Maſſa.
Nun inferire man:

1272
4) 318. Quarta Falc.
(3
954 fl. Dodrans.

500
300
250
1050. Sum. Legatorum.

*Man beſehe hiervon des Herrn Wiegeri J. U. L. und ehemahligen Prof. Math. zu Straßburg Specimen uſus Matheſeos in Rebus Civilibus, oder Diſſert. de modo computandi Quartam Falcidiam. Strasb. 1721.

1050 bekommen 954 { was 500? Fac. $454\frac{2}{7}$
300? Fac. $272\frac{4}{7}$
250? Fac. $227\frac{1}{7}$

Summa: 954

Aus der Quarta (318) bekömmt Petrus $\frac{1}{3}$ = 106 fl.

und Philipp: $\frac{2}{3}$ = 212 fl.

Summa: 318

551. Daferne aber ein oder etliche Erben inſonderheit mit einem Legat beſchwehret würden, ſo kan man eines ieden Erbſchafft, als eine abgeſonderte anſehen, und alsdann eben auch nach voriger Regul verfahren, z. E. Zuſatz.

Einer verläſt nach ſeinem Tode an Baarſchafft 3200 Thl. ſetzet Sempronium und Cajum als gleiche Erben ein. Sempronius aber ſoll Titio 1000, und Sejo 600 Thl. hinaus geben. Da nun in dieſem Fall des Sempronii Antheil durch die Legata gantz erſchöpffet würde, fragt ſichs, wie viel iedem Legatorio ſoll abgezogen werden? Facit: Titio 250. und Sejo 150 Thl.

3200

2) 1600 = der Erbſchafft Caji. wie auch Sempronii.

4) 400

1200 = Dodranti aus Sempronii Erbſchafft.
1000 Legatum Titii.
600. Legatum Seji.

1600. Nun inferire man:

1600 —— „ 1200 —— „ 1000? Fac. 750.
—— „ 600? Fac. 450.

	1000	600
Subtr.	750	450
	250 Abzug von Titii,	150 Abzug von Seji Legato.

Probe: 250
150

400 Qv. Falc. Sempronii.

γ.) Von unterſchiedenen andern Erbſchaffts-Antheilen.

552. Ein Civis Romanus hinterläſt ſeiner ſchwangern Frau 5600 Ducaten, verordnet im Teſtament, dafern ſie eines Sohnes geneſen würde, ſolte der Sohn $\frac{2}{3}$ und die Mutter das übrige Drittheil des Vermögens haben, ſo ſie aber mit einer Tochter niederkommen würde, ſolte die Tochter $\frac{1}{3}$ und die Mutter die übrigen zwey Drittheil bekommen. Nun aber bringt über Vermuthen die Frau einen Sohn und eine Tochter zur Welt, fragt ſichs, wie nunmehr die Abtheilung der Erbſchafft ein zu richten?

Aus dem Willen des Teſtatoris erhellet ſo weit, daß die Mutter doppelt ſo viel als die Tochter, und der Sohn doppelt ſo viel als die Mutter haben ſollen, derowegen ſetze man, die Tochter bekäme x
ſo bekommt die Mutter = $2x$
und der Sohn = = = = $4x$

Summa $7x = 5600$
7)
Dahero $x =$ 800 v. die Tochter
folglich 1600 v. die Mutter
Und 3200 v. den Sohn

Summa: 5600. *

* Digeſt. L. 28. T. 2. pag. 13.

853. Cicero in ſeiner Oration pro Cecinna l. 3. c. 13. erzehlet, daß eine Frau den Cecinnam zum Erben eingeſetzt, und zwar auf 11 Untzen und 3 Sextulas (ex deunce & ſemuncia) alles ihres Vermögens. Aber zwey Sextulas davon ſoll Marcus Fulcinius und die übrige Sextulam Ebutius haben. Nun låſſet ſolche Frau 2500 Louis, wie viel ſollen demnach der Erbe und die Legatarii bekommen? Exempel.

Not. Bey denen Römern hieß die gantze Erbſchafft *AS*, wurde in 12 = Theile oder Uncias getheilet, eine Uncia aber hielte wieder 6 gleiche Theile, ſo Sextulæ genennet wurden.

1 *AS* = 12 Unc.
(6
1 *AS* = 72 Sext.
Hiervon 3. Sextulæ Legata.

Reſtiren 69 Sextulæ pro Cecin.

Dahero inferire man:

72 —„ 69 —„ 2500? Fac. $2395\frac{60}{72}$ | (4 $\frac{15}{18}$ Cec.

72 —„ 1 —„ 2500? Fac. $34\frac{13}{18}$ (2 Ebut.

folglich $69\frac{8}{18}$ Fulcin.

Summa: 2500

854. Titius verläſt 12000 Thl. davon ſoll A $\frac{1}{8}$, B $\frac{1}{4}$, C $\frac{3}{8}$ und D den Reſt haben. C aber ſtirbt darauf auch, und vermacht das ſeine denen übrigen Erben nach Proportion ihrer Antheile, wie viel wird alsdann ein ieder zu empfangen haben? Exempel.

Weil A, B, C zuſammen $\frac{6}{8}$ machen, ſo bleibt vor D $\frac{2}{8}$.

Demnach ſey die Rationes

A, 1 B, 2 C, 3 D, 2 und A + B + D = 5 (§. 362.)

$\frac{3}{8}$ aus 12000 = 1500 . 3 = 4500

Derowegen inferire man nach §. 774.

$$5) \frac{5 \text{———} 4500 \text{———}}{1 \text{———} 900} \left\{ \begin{array}{l} 1^{\circ}\ \text{Fac.}\ \ 900.\ A \\ 2^{\circ}\ \text{Fac.}\ 1800.\ B \\ 2^{\circ}\ \text{Fac.}\ 1800.\ D \end{array} \right.$$

Summa: 4500 Erbſch. von C.

Zu dem bekömmt aus der gantzen Erbſchafft

A $\frac{1}{8}$ = 1500

B $\frac{1}{4}$ = 3000

D $\frac{1}{4}$ = 3000

7500 Erbſchafft von Titio.
4500 Erbſchafft von C.

Summa: 12000.

Exempel. 855. Einer läſt 3200 fl. davon ſoll A 50 fl. mehr, und B anderthalbhundert fl. weniger kriegen, als C. D aber ſoll 900 fl. erben. Was gehöret nun iedem?

Geſetzt C bekäme x fl.
ſo empfängt A $x + 50$
B $x - 150$

alſo A, B, C zuſammen $3x - 100$ derowegen iſt
$3200 - 3x + 100 = 900$ oder

$3200 - 3x = 800$

$2400 = 3x$

3) $800 = x$ Nehmlich vor C, folglich
850 . . . . vor A
650 . . . . vor B
900 . . . . vor D

Sum. 3200 fl.

Noch ein und das andere von einigen Juriſtiſchen Berechnungen und Eintheilungen kan man nachſuchen in Leibnitii Arte Combinatoria p. 11. §. 12. it. p. 27. ſeq. desgleichen in des Herrn Nic. Bernoulli Diſſ. de Uſu Artis Conjectandi in Jure.

856. Wie nützlich und nöthig die Application des Calculi in Praxi Medica ſey, iſt aus denen neuern und accuratern Obſervationibus derer löblichen Societäten der Wiſſenſchafften und vieler andern gelehrten Männer nicht an einem Orte zu ſehen. Alſo hat z. E. D. Cockburn mit angemercket, daß der purgirenden und vomirenden Medicamentorum Operation ſich ſo wohl nach der Quantität als Dichtigkeit des Bluts richte, und daß ihre Doſes eine componirte Proportion haben, nehmlich nach der Vielheit des Bluts und denen Quadraten derer Dichtigkeiten, * wie er denn hiernach ſeine Tabelle berechnet, allwo z. E. die Conſtitution 3 erfordert 8 Drachm. Caſſiæ, da die Conſtitution 2 nur 3 Dr. 1 Scr. 13 $\frac{1}{3}$ Gr. erfordert, nehmlich Nutzen in der Medicin.

$$3^2 : 2^2 = 480 \text{ Gran} : 213\tfrac{1}{3} \text{ Gran. u. ſ. w.}$$

Welcher Geſtalt auch Herr D. Jac. Keil Quantitatem und Velocitatem Sanguinis, Vim Cordis Sanguinem per totum corpus impellendo, Secretionem animalem und motum Muſcularem ad calculum revociret, iſt in ſeinen Tentaminibus Med. Phyſ. und denenſelben angehengter Medicina Statica Britannica nicht weniger wahrzunehmen. ** Auch hat vom Nutzen der Matheſis überhaupt in Arte Salutari Herr Joſeph Donzellinus ein ziemliches mit beygebracht, *** und damit man noch hierinne ein und das andere brauchbare Exempel ſehen möge, ſo habe aus dem nützlicheu Tractat des Herrn D. Balthaſaris de Doſibus Medicamentorum etliche auch deswegen mit anführen wollen, daß man zu denen übrigen deſto mehr Appetit kriege.

* Philoſophical Tranſactions. Numb. 314. An. 1708 p. 46. ſ.

** Jac. Keilii Med. D. Tentam. Medico-Phyſica ad quasdam Quæſtiones, quæ œconomiam animalem ſpectant, accommodata. Lugd. B. 1725.

*** Joſephi Donzellini, Antonii Filii, Syppoſium Medicum, ſive Quæſtio Convivalis de Uſu Mathematum in Arte Medica. Venet. 1707.

95. Aufgabe.

95. Aufgabe

857. Wenn zwey einfache Dinge von verſchiedener Schwehre unter einander vermiſchet, iedes Quantität aus dem vermiſchten abſonderlich zu finden, als z. E. die Mixtur zweyer ungleich ſchwehren Liquorum zu examiniren.

Man inferire: Wie die Differentz beyder Gewichte der Simplicium, gegen die Differentz der Gewichte von dem Vermiſchten und dem leichteſten, alſo auch das Spatium des Gefäßleins (z. E. 1.) gegen die Portion ſolches Spatii, die das ſchwehreſte Simplex eingenommen. Z. E. eine Quantität Anis-Oehl aus einem gewiſſen Gefäßlein wäge 668. Gran. Eben daraus ſo viel ſüß Mandel-Oehl wäge 624. Gran. Nun wäget eben ſo viel vermiſchtes, als im ermeldten Gefäßlein Raum gehabt 640 Gran. fragt ſichs, wie viel vom ſchwehrern nehmlich dem Anis-Oehl dazu genommen ſey?

Die Differentz zwiſchen 668 und 624 Gr. iſt 44.
und zwiſchen 624 und 640. Gr. iſt 16. Dahero

$$44 - ,, 16 - ,, 1 ? \text{ Fac. } \frac{16}{44} \Big| \frac{4}{11} \text{ Anis-Oehl.} \quad (4$$

folglich $\frac{7}{11}$ Mandel-Oehl, deswegen die Ration wie 4 gegen 7, das iſt wenn 4 Löflein Anis-Oehl, ſind 7 Löfflein Mandel-Oehl untereinander vermiſcht worden.

Beweiß.

Es ſey das Spatium, ſo das ſchwehreſte miſcibile einnimmt $= x$ ſo iſt das Spatium des leichteren $= S - x$. Des erſten Schwehre ſey P, des andern p, des vermiſchten π, dann ſetze man

$$1.)\ S \text{ hält } P \text{ was } x ? \text{ Fac. } \frac{Px}{S}$$

2.)

2.) S hält p was $S-x$? Fac. $\frac{pS-px}{S}$

Summa: $\frac{Px+pS-px}{S} = \frac{(P-p)x+pS}{S} = \pi$

Folglich $(P-p)x+pS = \pi S$ und

$(P-p)x = \pi S-pS$

$P-p) \quad x = \frac{\pi S-pS}{P-p} = \frac{(\pi-p)S}{P-p}$

858. Verlangt man die Gewichte beyder vermiſchten Dinge inſonderheit zu wiſſen, ſo inferire man: Anmerck.

Wie die Differentz beyder Gewichte der Simplicium, gegen die Differentz der Gewichte von dem vermiſchten und dem leichteſten, alſo auch das Gewichte des ſchwehreren Miſcibilis gegen das Gewichte ſeiner vermiſchten Portion. Z. E. Es ſey die Schwehre des Brunnen-Waſſers gegen die Schwehre des Spiritus Vini Rectificatiſſimi wie 5 gegen 4, oder eine Quantität Waſſer aus einem gewiſſen Gefäſſe wäge 50 Quintlein, und ſo viel Spiritus Vini Rectificatiſſimus eben daraus 40 Quintlein. Wie viel hält nun Spiritus Vini nondum dephlegmatus noch Waſſer oder Phlegma, deſſen ſolche Quantität 46 Quintlein wäget?

50 − 40 = 10 | 10 giebt 6 was 50? F. 30 Quintlein

46 − 40 = 6. | Phlegma, folglich 16. Qv. S. V. R.

Summa: 46.

Beweiß.

In dem vorhin gefundenen Gewicht des Schwehreſten $= \frac{Px}{S}$

ſubſtituire man den heraus gebrachten Valorem von $x = \frac{(\pi-p)S}{P-p}$

kömmt $\frac{(\pi-p)SP}{SP-Sp} \Big|^{(S} = \frac{(\pi-p)P}{P-p}$ *

* Vid. De Doſibus Medicamentorum Diatribe Theod. Balthaſaris Med. D. ed. Lipſ. 1719. pag. 58. ſeqq.

96. Aufgabe.

96. Aufgabe,

859. Zwey Medicamente, (deren Doſes bekannt,) alſo zu miſciren, daß ſie zuſammen eine gegebene Schwehre und eine gewiſſe Anzahl Doſium ausmachen, (nehmlich wie weit es die Condition des Problematis zuläſſet.)

Z. E. Von der Reſina Scamoneæ (davon 60 Gr. auf 6 Doſes gerechnet,) und die Radice Mechoacannæ (davon 120 Gran auf 3 Doſes gerechnet,) ſoll ein Mixtum von 140 Gran und zwar auf 5 Doſes bereitet werden.

Man ſetze von Scam. 60 Gr. = *P*, davon 6 Doſes = *D*.
Mechoac. 120 Gr. = *p* davon 3 = *d*
Die gegebene vermiſchte Schwehre 140 Gran = π, und 5 Doſes = Δ und verfahre wie folget:

1. Multiplicire man das gegebene Gewicht des andern Medicaments (*p*) mit der Anzahl der verlangten Doſium (Δ) desgleichen das verlangte Gewicht des componirten Medicaments (π) mit der Anzahl der Doſium des andern, (*d*) ſubtrahire dieſes Factum vom jenen, ſo kömt die erſte Differentz.

2.) Multiplicire man das gegebene Gewicht des erſten Medicaments (*P*) mit der Anzahl der Doſium des andern (*d*) desgleichen das Gewicht des andern Medicaments (*p*) mit der Anzahl der Doſium des erſten (*D*) und ſubtrahire jenes Factum vom dieſen, ſo kömmt die andere Differentz.

3.) Inferire man: Wie die andere zur erſten Differentz, alſo auch das gegebne Gewicht des erſten Medicaments (*P*) zu dem vom erſten zunehmenden Theil in die Mixtur.

p. 120	π 140	*P*, 60	*p*, 120
Δ 5	*d* 3	*d* 3	*D*, 6
600	420	180	720
420			180
180 I. Diff.			540 II. Diff.

540 giebt 180 was 60?

9) ——— 3)
6 2 Fac. 20 Gran von der Reſ. Scam.

2) ——— 140
3 1
folglich 120 Gr. Rad. Mechoac.

Be-

Beweiß.

Man ſetze das zunehmende Gewicht vom erſten Medicament ſey = x, ſo iſt das zunehmende Gewicht vom andern = $\pi - x$

Nun ſchlieſſe man:

$$P —_{,,} D \text{ was } x? \text{ Fac. } \frac{Dx}{P}$$

$$\text{ferner } p —_{,,} d \text{ was } \pi - x? \text{ Fac. } \frac{d\pi - dx}{p}$$

$$\text{Summa: } \frac{Dx}{P} + \frac{d\pi - dx}{p} = \Delta, \text{ das iſt}$$

$$Dxp + d\pi P - Pdx = \Delta Pp$$

$$Dxp - Pdx = \Delta Pp - d\pi P$$

$$Dp - Pd)\; x = \frac{\Delta Pp - d\pi P}{Dp - Pd} = \frac{(\Delta p - d\pi).P}{Dp - Pd}$$

97. Aufgabe. 86. Aufgabe.

860. **Die Doſin eines Medicaments nach dem Alter einer Perſon zu berechnen.**

Es ſetzet vorher belobter Herr Autor * Ætas conſtans ſey 40 Jahr, iedoch a tempore conceptionis, oder ohngefehr $\frac{3}{4}$ Jahr vor der Geburth an zu rechnen, ſo nun dieſem Alter die Doſis maxima zugeeignet würde, ordnet er den Calculum alſo:

1.) Multiplicire man das beſtändige Alter mit der gröſten Doſi, was heraus kömmt multiplicire man wieder mit der Perſon ihrem Alter, uud nehme diß letzte Product 4 fach.

2.) Addire man das beſtändige Alter, und das gegebene der Perſon zuſammen, und quadrire die Summe, (das iſt, man multiplicire dieſe Summe mit ſich ſelbſt, ſo kommt ihr Quadrat.)

3.) Mit dem gefundenen Quadrat dividire man in das vorige 4 fache Product, ſo giebt der Quotus die begehrte Doſin.

Z. E.

Z. E. Es ſey die gröſte Doſis von einem Medicament im beſtändigen Alter 1 Qvintlein oder 60 Gran, und man wolte wiſſen, wie viel man einen Kind von 10 Jahren davon geben ſolte?

Fac. $38\frac{2}{5}$ Gran.

40	40	1	
60	10	25	(5
——	——	31	10 00 2
2400	50	96000	38 —|—|— *
10	——(50	25500	25 00 5
——	2500 das Quadr.	2	
24000			
—— (4			
96000 das 4fache Product.			

Anmerck. 861. Wie man aus mehrern z. E. aus 3 verſchiedenen Mixtis, deren iedes auch aus dreyen Simplicibus miſcirt, ein neu determinirtes Mixtum berechnen ſoll, lehret der Herr Prof. Graveſand. **

Nutzen in der Philoſophie. 862. Endlich zeiget auch hier und da die Anbringung des Calculi in der Philoſophie, daß unterſchiedene Kräffte ein und das andere gar nicht, manche aber dis und jenes nur in ſo und ſo weit hervor zu bringen vermögend ſeyn, welches ſo wohl in Phyſicaliſchen, als Cameral und Oeconomiſchen Einrichtungen gar offte unnöthige Koſten erſpahren, und den vollkommnern Effect vor den unvollkommnern erwehlen lehret. Und könnte man hiervon gar viele Berechnungen, z. E. von den zulänglichen Kräfften der Lufft, des Feuers, des Waſſers, des verſchiedlich gemiſchten Erdreichs und vieler andern Dinge mit beybringen, ſo aber die zu dieſem Werckgen noch übrige Blätter vor dieſesmahl nicht erlauben wollen, weswegen den geehrten Leſer auf allerhand gute Exempel unten angezogener Autorum hiermit ablegiren will. ***

Anmerck. 863. Ubrigens hat der Herr Hutcheſon auch in der Morale gewieſen, daß die Moral-Importance eines Agentis oder das

* Den Beweß davon beſehe man in letzt angezogenem Buche Cap. 6. p. 67. ſeq.

** Vid. Herr G. I's Graveſande Elem. Matheſeos Univerſalis pag. 90.

*** Vid. Herrn Hof-Rath Wolfii Aërometrie. Herrn D. Liebknechts Pyrometrie. Varignon du Mouvement & de la Meſure des Eaux. Michelini della Direzione de Fiumi. Bradley Philoſophical and Practical Improvements of Planting and Gardening.

Momen-

Momentum Boni publici in Ratione compoſita jedes Gutwilligkeit und Capacität ſey, ingleichen, daß das Momentum boni privati oder Intereſſe einer Perſon in einer componirten Ration aus jedes Selbſtliebe und Capacité beſtehe, und daher die Virtutes Agentium, oder ihre Gutwilligkeiten ſich directe wie die von ihnen producirten Momenta Boni, und inverſe wie ihre Capacitäten verhalten, und ſo weiter. *

864. Von Calculationen unterſchiedener Wahrſcheinlichkeiten haben die berühmten Männer Hugenius, Montmort, Craigius, Moivre, und die Bernoulli allbereit viel nützliches geſchrieben, und wer ſonſt Luſt zu appliciren hat, wird alda genugſame Gelegenheit finden. Welchergeſtalt auch nach der Arte Combinatoria in denen Philoſophiſchen Diſciplinen öffters das Fundamentum Diviſionis müſſe beobachtet werden, und wie weit etwa die Verſetzung ſo wohl der Wörter, als gantzer Propoſitionum ſtatt finde, davon hat der Herr von Leibnitz ** der P. Preſtet *** der P. Lamy **** und andere mehr viel brauchbare Exempel gegeben. Anmerck.

865. Einige Nutzungen der Algebræ in der Kauffmanſchafft zeigen ſich alsdann am allerbeſten, wenn manche Aufgaben wegen der vielen und offt beſondern Umſtände fein intricat werden, und hat ein Membrum (der Meditirende genannt,) der löblichen Hamburger Rechnungs-Geſellſchafft ſchon etliche hieraus dienliche Problemata mit beygebracht. ***** Auch daß man z. E. in der Æſtimation der Juwelen nach der Ratione Duplicata verfahren, und inferiren müſſe: Wie des einen Gewichts-Quadrat gegen ſeinem gegebenen Preiß, alſo auch des andern Gewichts-Quadrat zu ſeinem geſuchten Preiß, (das iſt, wenn des einen gegebenes Gewicht a, der gegebene Preiß b, des andern gegebenes Gewicht c, und ſein geſuchter Preiß x, Nutzen der Algebræ in der Kauffmannſchafft.

ſo iſt $a^2 : b = c^2 : x$, folglich

$a^2 x = b c^2$ und

$x = b c^2 : a^2$

oder wenn $a = 1$ iſt $x = b c^2$)

ſolches hat der berühmte Juwelier Jo. Bapt. Tavernier ſelbſt approbiret, wie Dethl. Cluver meldet. †

* V. Fr. Hutcheſon Inquiry into the Original of our Ideas of Beauty and Virtue. pag. 182.

** Leibnitius in Arte Combinatoria. *** P. Preſtet Elem. des Math. p. 113. ſeq. **** P. Lamy Elem. des Mathemat: pag. 142. ſeq. ***** In der Hamburger Societät Kunſt-Früchten 1. Sammlung p. 109. ſeq. † Dethl. Cluveri Nova Criſis Temporum, 1700. N. LI. p. 404. ſeq. wie auch Ej. Diſquis. Philoſoph. 1706. pag. 32.

98. Auf-

98. Aufgabe.

98. Aufgabe. 866. **Aus dem gegebenen Werth eines Juwels z. E. eines Diamants von gewiſſen Caraten, den Werth eines andern dergleichen von mehrern oder wenigern Caraten zu determiniren.**

1.) Multiplicire man das Gewicht des andern, (welches Preiß nehmlich verlanget wird,) mit ſich ſelbſt, ſo kömmt ſein Quadrat.

2.) Dieſes Quadrat multiplicire man mit dem gegebenen Preiß des erſten, und dividire das Factum mit dem Quadrat vom Gewicht des erſten.

Z. E. Ein recht hellleuchtender und wohl facettirter Diamant von 2 Carat wird auf 200 Thl. taxiret, was beträgt einer dergleichen von $22\frac{1}{2}$ Carat? Das Quadrat von $22\frac{1}{2}$ oder 45:2 iſt $=$ 2025:4, dieſes mit 200, giebt 405000:4, ſolches mit 4 (als dem Quadrat des Gewichts vom erſten) dividirt, giebt 405000:16 $=$ $25312\frac{1}{2}$ Thl.

Zuſatz. 867. Demnach ſo 1. Carat auf 50 Thl. æſtimirt wird, käme des Indianiſchen Moguls groſſer Diamant, welchen mit ſeiner Permiſſion Tavernier ſelbſt gewogen, und von $279\frac{9}{16}$ Carat befunden, auf $(279\frac{9}{16})^2.50$ das iſt, auf 3907759 Thl. $13\frac{11}{16}$ Gr.

Von Arithmetiſchen Inſtrumenten und Machinen.

Anmerck. 868. Hiervon alles inſonderheit abzuhandeln und anzumercken, würde beynahe ein gantzes Buch erfordern, derowegen will nur das vornehmſte davon noch überhaupt mit beybringen.

Eintheilung. 869. So viel als meines Orts von dergleichen Inſtrumentis und Machinamentis wahrgenommen, düncket mir, man könne ſie biß anhero eintheilen in ſolche, ſo vermittelſt 1.) des Ein mahl Eins, 2.) gewiſſer Räder, 3.) der Logarithmorum, 4.) des Gewichts und der Gleich-Waage das ihrige thun.

Erklär. 870. Die erſten oder Rabdologiſchen ſind diejenige, welche die Columnen aus der Menſula Pythagorica auf beweglichen Flächen alſo austheilen, daß die Multipla einer verlangten Zahl vom Simplo anzufangen biß aufs Noncuplum immerzu in eine Reihe kom-

kommen, und die Unitates progreſſionales, (ſo man ſonſt im Sinne behalten muß,) alſo gleich bey ihrer dazu zurechnenden Ziffer von ſelbſten in die Augen fallen.

871. Die Scheiben- oder Räder-Wercke ſind, darinnen man die Unitates progreſſionales aus einer Scheibe in die andere vermittelſt eines zugleich beweglichen Rückers bringt, und die einfachen Unitäten vermöge einiger von 10 Zähnen verfertigten Räder durch vielfachs umdrehen zugleich mit fortzehlet. Erklär.

872. Die Logarithmiſche heiſſen ſolche, da auf eine Fläche die Zahlen nach denen Logarithmis aufgetragen, und dahero die Diſtantiæ Proportionalium immerzu æquales ſeyn. Erklär.

873. Die Auswägende ſind, da die Zahlen durch Gewicht angegeben, und ihre verſchiedene Schwehren nach der bekannten Eigenſchafft auf der Schnell-Waage immerhin in ratione reciproca Diſtantiarum befunden werden. Erklär.

874. Wie die ſo genannte Rabdologia Neperiana theils auf dünne Plättlein, theils auf 4 eckigte, theils auf runde Stäblein, theils auf den Rücken zehen runder, oder auf zeheneckigter Teller ſoll gemacht und aufgetragen werden, iſt in denen ſeitherigen Scriptis Arithmeticis ſchon angewieſen, und hat die letzten 2 Arten der ſeel. Rath Leupold ſolcherley ſeinen Machinen mit einverleibet. * Vor ietzo will noch von einer runden Menſula Pythagorica was weniges gedencken, ſo ich mir vor dieſem einmahl von ſtarcken Papier und ohne Koſten gemacht. Von der ſo genannten Stab-Rechnung.

1.) Von dergleichen Papier ſchneide man Zehn oder mehr gröſſer und gröſſere Scheiben ohngefehr mit ſolchen Radiis, wie davon in Fig. 1. nur der zehnde Theil aufgezeichnet. Fig. 1.

2.) Theile man ieder Scheibe Rand in 10 = Theile, ziehe die Theilungen gegen das Centrum, durchſchneide die wieder von 9 Theilen entſtandenen Rand-Spatia vom andern biß aufs neundte mit Uber-Eck-Linien, und ſchreibe das Ein mahl Eins nach der Ordnung der 9 Anfangs-Zahlen, wie auch eine Reihe Nullen in die getheilten 10 Theil des Rands von ieder Scheibe, wie einige davon in gemeldeter Figur zu ſehen. Fig. 1.

3.) Befeſtige man die kleinſte und mittelſte Scheibe auf einer dünnen Pappe, iedoch alſo, daß ſich die übrigen Scheiben darunter willig laſſen herum drehen, und ſchreibe auf den Rand der mittelſten Scheibe den Indicem, nehmlich die 9 Numeros Monadicos. Will man noch etliche beſondere Reihen vor die Quadrat- und Cubic-Extraction mit zwiſchen die Scheiben

* Vid. Jac. Leupoldi Theatrum Arithmetico-Geometricum fol. 20. ſeq. da ſo wohl die Bacilli Neperi als auch des P. Schotti und Mr. Grillets Rechen-Käſtlein, ingleichen ſeine in einer Capſul beweglichen Rechen-Teller beſchrieben ſind.

hin-

hinein rücken, ſo kan es auch ſehr wohl und ohne Hindernüß der andern geſchehen, und iſt das Inſtrument zum Gebrauch ſo weit fertig.

99. Aufgabe.

99. Aufgabe. **857. Vermittelſt gedachter Scheiben-Ränder bequehm zu multipliciren und zu dividiren, z. E. Man ſoll 7934 mit 678 multipliciren.**

Fig. 1. 1.) Drehe man die gröſte Scheibe mit demjenigen Zehntheil, ſo ſich von 4 anfängt, auf den Indicem 1, halte ſie feſte, drehe die darüber liegende mit der Zahl 3 eben auf ſolchen Indicem, halte nun beyde feſte, und rücke nun gleichergeſtalt auch die drauf folgenden Scheiben mit 9 und 7 auf den erſten Indicem 1, ſo geben die obenſtehende Ziffern 7934 den Multiplicandum.

2.) Das Octuplum hiervon zu bekommen, ſchreibe man aus der achten Reihe, ſo grade gegen das Centrum zu gehet, und ſich vor dem Indice 8 endigt, die Ziffer 2 aus dem erſten Triangul alleine, diejenigen aber, ſo in die folgende Rhombos fallen, (als hier 3 und 4) Summatim nehmlich 7, desgleichen (die 2 und 2) 4, ferner (die 7 und 6) 3, und endlich 1 zu 5, kommt zuletzt 6, oder zuſammen das Octuplum 63472, und ſo verfahre man auch mit dem Septuplo und Sextuplo, unterſchreibe und addire wie gewöhnlich die Facta partialia, ſo giebt die Summe das Factum totale.

3.) Da nun auf dieſe Art von iedem Diviſore, als von 7934 alſo gleich die erſten Multipla vor Augen liegen, und hier z. E. ſein Octuplum 63472 iſt, ſo verfahre man wie im 147. §. allbereit angewieſen, als ſo 658522 mit 7934 zu dividiren wären, eigne man dem Diviſori ſeinen ſattſamen Dividuum zu, (hier 65852) dieſer fället in ſein Octuplum 63472, daher iſt der Quotus 8. und reſtiret 23802, ſolcher Dividuus fället in das Triplum Diviſoris, iſt dahero der Quotus 3, und reſtiret 0, folglich iſt der gantze Quot = 83, und ſo auch mit mehrern.

Fig. 2. Von Räder-Werck. 376. Vom Räder-Werck wird Fig. 2. wegen Enge des Raums nur ein Stück, und um mehrerer Deutlichkeit willen deſſen Motus gradlinicht vorgeſtellet, welchen man alsdenn nach Gefallen ſchon in eine Circular-Bewegung verwandeln kan. A, B, C ſind zehn-Zahnigte Räder, deren 8, 9 oder mehr nach einer Reihe in der Machine feſte ſtehen, und nur ſchlechthin um ihr Centrum beweget werden. A iſt das Unitäten Rad, B der Decadum, C der Centenariorum &c Darüber ſind an eben der Achſe gleich-groſſe oder auch gröſſere Scheiben m n, p q, r ſ

Fig. 3. (Fig. 3.) befeſtiget, davon iede mit 10 Zäpflein (gleich denen Kämmen in einem Kamm-Rad) verſehen, auf welcher Scheiben obern Flächen die zehen Ziffern: 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9 ſtehen,

davon

davon dann aus ieder Scheibe eine ſolche Ziffer auf einmohl durch eine kleine Oeffnung, ſo oben drüber im Machinen-Deckel gemacht worden, zum Vorſchein kömmt.

877. W X, Y Z ſind Rücker, welche an der Achſe oder auch an der Scheibe feſt gemacht, davon derjenige aus dem Unitäten-Rad alsdenn im Zehner-Rad einen Zahn fortrücket, wenn 10 Unitäten herum gedrehet ſind, und der aus dem Zehner-Rad einen Zahn im Rad der Hunderte fortrücket, wenn 10 Decades herum gelauffen, u. ſ. w. Welche Rücker iedoch alſo zu ordonniren ſind, daß einer den andern im Umdrehen nicht verhindert, wie Fig. 3. in dem Stückgen Profil die über und unter gedachten Scheiben alternirende Rücker wx und yz zu verſtehen geben.

878. Dieſe bißher erwehnten Räder und Scheiben kan man in einem länglich vier Eckigten Käſtlein, ſo etliche Zoll tieff, einſetzen, und auf vielerley Art befeſtigen, iedoch alſo, daß die Regiſter D E F G, H I K L &c. welche hier um mehrerer Leichtigkeit willen in Fig. 2. nur mit gezahnten Linealen vorgeſtellet, und alle an dem Anſchlag $\alpha\beta$ befeſtiget, und zugleich gezogen werden, im heraus- und hinein ſchieben die Zehn-Zahnigten Unitäten- und Zehner-Räder ꝛc. willig und richtig herum treiben. Fig. 2.

879. Die Abtheilung etlicher gezahnten Lineale iſt aus Fig. 2. zu erſehen, und ſind deswegen zwiſchen ihren Zähnen leere Spatia gelaſſen, damit zu der Zeit, wenn das Lineal D E F G ins Unitäten-Rad greifft, das andere Lineal H I K L nicht ins Zehner-Rad komme, und den Progreſſum Unitatis progreſſionalis turbire. Am erſten gezahnten Lineal DEFG erſcheinen hier z. E. die Zähne zu 4 und vieren, am andern zu 3 und dreyen, und müſſen alle Lineale ſo lang ſeyn, daß ſolcherley 9 Zähne mit ihren eben ſo langen Spatiis zuſammen 9 mahl auf iedes Lineal kommen können, davon hier wegen Kürtze des Raums nur zwey Reihen angedeutet, und mit denen Romaniſchen Zeiger-Ziffern I, I, desgleichen II, II, wie auch IX, IX, VIII. VIII. und VII. VII. &c. bezeichnet ſind.

880. Weil aber iedes Lineal eine Abtheilung von 1 zu 1, von 2 zu 2, von 3 zu 3, ꝛc. biß zu 9 und 9 Zähnen erfordert, ſo iſt es bequehmlich, daß ſolcherley Lineale auf langen und runden Wellen, (deren vorietzt nur Zweye Fig. 3. in d e und f g profiliret, und im folgenden gezahnte, oder auch ſchlechtweg, Cylindri heiſſen ſollen,) der Länge nach rund um eingelaſſen, und darinnen befeſtiget werden, damit man nach Erforderung dasjenige, (als hier das mit 4 und 4, und das mit 3 und 3 Zähnen) ſo man zur Rechnung nöthig hat, alſo gleich gegen die Zehn-Zahnigten Räder herum drehen, und damit operiren könne, welche Cylindri aber nicht mehr, oder auch gar nicht mit operiren ſollen, die werden auf 0 geſtellet, weswegen auch ein Lineal vor die Nulle auf allen dergleichen Cylindris gäntzlich hinweg bleibt. Fig. 3.

Was die Operation anlanget, kan das vornehmſte davon erſehen werden aus folgender

100. Aufgabe.

100. Aufgabe. 881. **Durch Hülffe vorhergehender Machine zu multipliciren und zu dividiren.**

Weil eine groſſe Zahl (ob ſie ſchon nicht vielmehr Zeit, als eine kleine in der Operation brauchet,) auf einmahl hier nicht deutlich können vorgeſtellet werden, hat man indeſſen eine kleinere genommen, deren Verfahren man auch gar bequehmlich auf gröſſere appliciren kan, z. E. Es ſey 34 zu multipliciren mit 25.

1.) Rücke man vermittelſt des kleinern Angriffs oben an denen Achſen die obern Scheiben (folglich auch die Zehnzahnigten Räder) alle auf o, nehmlich daß lauter Nullen, durch die kleinen Oeffnungen im Machinen-Deckel zum Vorſchein kommen, und weil 3 Decades und 4 Unitäten ſollen multiplicirt werden, drehe man den erſten Cylinder de auf 4, und den andern fg auf 3, die übrigen aber laſſe man auf o ſtehen bleiben.

2.) Ziehe man mit dem Anſchlag $\alpha\beta$ (ſo anfangs über der Linie $\gamma\delta$ ſtehet, zu welcher Zeit auch das Unitäten-Rad noch auf o gewieſen,) die gezahnten Cylinder biß nach der 5ten Abtheilung heraus, die alsdann der Römiſche Index V wird anzeigen, (weil hier die erſte Nota Multiplicatoris 5 iſt,) ſo werden durch die kleinen Oeffnungen im Deckel 170 erſcheinen.

3.) So bald dies geſchehen, drehe man den erſten und andern Cylinder wieder auf o, ziehe alſo den gantzen beweglichen Theil der Machine heraus, ſtelle alsdann den erſten und andern Cylinder wieder auf 4 und 3, und rücke nun mit ihnen um eine Stelle weiter fort, nehmlich daß der erſte, ſo vorhin in DEFG beym Unitäten-Rad geſtanden, nunmehro in den Locum MNOP zum Zehner-Rad, und der andere Cylinder, ſo vorhin in HIKL geſtanden, nunmehro in den Locum QRST oder zum Hundert-Rad komme, u. ſ. w.

4.) Weil ferner die andere Nota Multiplicatoris 2 iſt, ſchiebe man den alſo geſtellten beweglichen Theil der Machine um 2 Abtheilungen, (welche nehmlich vom andern Ende her die Römiſchen Indices II, und II anzeigen werden,) wieder hinein, ſo wird alsdann durch die obern kleinen Oeffnungen im Deckel des unbeweglichen Theils der Machine das gantze Haupt-Factum, (worinnen die Facta partialia allbereit ſchon von ſelbſten addirt worden,) nehmlich 850 gar deutlich zu erſehen ſeyn.

5.) Da ferner die Diviſion wieder aus einander nimmt, was die Multiplication zuſammen geſetzet, darff man vorhergehende Operation nur rückwerts machen, ſo ſiehet man auch gar bald daraus die Operation in der Diviſion.

882. Um dieſes alles ſich aufs leichteſte vorzuſtellen, darff ie-mand nur 3 biß 4 dergleichen 10 zahnigte Räder indeſſen nur von einem Span oder Pappe nebſt denen daran feſt gemachten Rückern und alſo notirten Ziffern, (wie hier in Fig. 2 bey A, B, C zu ſehen) auf einem Tiſch mit einem Stifft befeſtigen, und ſie nach vorhin gedachter Bewegung herum drehen, ſo wird ihm ſo wohl der richtige Effect, als auch die weitere Zuſammenſetzung der Machine ſonder Schwürigkeit in die Augen fallen, und daher der wahre Grund zu dergleichen Räder-Werck nicht lange verborgen bleiben. * Anmerck.

883. Wenn zu einem Logarithmiſchen Inſtrument Fig. 4. eine Circular-Fläche a b c d an der Achſe eines Cylinders befeſtiget, und zuvor deren Umfang in eine beliebige Anzahl gleicher Theile = N getheilet worden, um den Cylinder aber Gang-weiſe herum die Numeri vulgares, (wie auch hernach die Applicati, als Thl. Gr. Pf. Centn. Pfund Loth ꝛc.) Z. E. Von 1 biß auf 10000 = m ſollen getragen werden, ſo wird aus der Lehre und Nutzung der Logarithmorum, ſo künfftig Geliebt es GOtt, zu Ende der Geometrie abhandeln will, gar bald erweißlich ſeyn, daß, wenn der Logarithmus von m = L, und eine beliebige Prim-Zahl = p, deren Log: = l alsdann der gleiche Theil des Circularen-Umfangs, ſo den Situm der Prim-Zahl auf der Cylinder-Fläche in ſeinem gehörigen Umgang anzeiget Von 1. Logarithmiſchen Inſtrument. Fig. 4.

= (eNl.) : L

Z. E. Um dieſen Cylinder gehen 8 runde Umgänge, und iſt die Abtheilung biß auf die Zahl 10000 gerechnet, der daran befeſtigte Circul-Umfang aber iſt in 500 gleiche Theile getheilet, ſo nun z. E. der Situs von der Prim-Zahl 7 ſolte determiniret werden, inferire man:

Log. von 10000		500.8		Log. von 7
400000	giebt	4000	was	845|10?
4) —'''		—'''		500
100 —''		1		
				Fac. 345.1

Nehmlich 7 fället in den andern Umgang, und zwar deſſen 345 Theil gegen über, und alſo auch mit denen übrigen Prim-Zahlen, denn die compoſiti und applicati geben ſich hernach von ſelbſten.

884. Zu den Gebrauch dieſes Inſtruments iſt zuvor noch mit beyzubringen, daß immediate hinter der an der Achſe unbeweg- Anmerck.

* Mehr von ſolcherley Machinen als des Leibnitii, beſehe man in Miſcell. Berolin. Part I. p. 317. des Herrn Poleni in ſeinen Miſcellaneis pag. 27. ſeq. und in Leupoldi Theat. Arithm. l. c.

lichen Circular-Fläche a b c d, noch eine um die Axin des Cylinders bewegliche runde Fläche e f g h ſey, ſo auf ihrer Stirne eine tieffe Krinne hat, in welcher man die Indices i und k nach denen auf gedachten Cylinder ſtehenden Zahlen beliebig kan fortſtecken, ingleichen daß grade oben über dem Cylinder eine ſcharff angezogene Meßinge Clavir-Säite, l m ausgeſpannet ſey, die auf dem einen Fulcro der Axis angemacht, und ſich von einem darauf geſtellten unbeweglichen Haupt-Indice n p anfänget, und auf dem andern Fulcro wieder feſt angebunden iſt, ſolche Säite l m mit dem unbeweglichen Haupt-Indice n p dienet, die beweglichen Zeiger i und k fein accurat mit denen darunter zuführenden Zahl-Puncten in Situm coincidentem zu bringen, wie bald mit mehren wird zu vernehmen ſeyn aus folgender

101. Aufgabe.

101. Aufgabe. 885. Die Proportion-Regul, folglich auch die Multiplication und Diviſion durch bloſſes umdrehen ſolches Inſtruments zu expediren.

Z. E. Es ſey zu 8, 26, und 44 die vierdte Proportional-Zahl zu finden.

1.) Durch das Umdrehen des Cylinders führe man die Ziffer 8 unter die ausgeſpannte Säite l m, und ſtelle den Indicem i auf der beweglichen runden Fläche e f g h hinter den unbeweglichen Haupt-Indicem n p accurat in Situm coincidentem.

2.) Führe man auch in dem folgenden Umgang die Zahl 26 unter die ausgeſpannte Säite, und ſtelle den andern Indicem k auf der noch alſo ſtehen gebliebenen runden Fläche ebenfalls hinter den unbeweglichen Haupt-Indicem in Situm coincidentem.

3.) Drehe man 44 unter die ausgeſpannte Seite, und rücke die bewegliche runde Fläche mit dem erſten und noch feſt ſtehenden Indice i hinter den Haupt-Indicem in Situm coincidentem, dann volvire man den Cylinder mit dem andern Indice k hinter den Haupt-Indicem n p, ſo zeiget ſich unter der ausgeſpannten Säite l m die vierdte Proportionalis, (auf dem nach 44 folgenden andern Umgang) nehmlich 143, ſo zu finden war.

4.) Weiln in der Multiplication 1 zu dem Multiplicanten, wie der Multiplicandus gegen das Product, und in der Diviſion, der Diviſor gegen 1, wie der Dividendus gegen den Quot, ſo abſolviret man auch nach vorigem hiermit die Multiplication und Diviſion.

Anmerck. Allermaſſen zuletzt die Abtheilungen ziemlich nahe zuſammen lauffen, kan man den Cylinder auch deſto

dicker

dicker, etwas länger und mit mehrern Umgängen machen laſſen, ſo werden die letzten Zahlen ſchon weiter auseinander kommen. *

886. Von einem auswägenden Inſtrument, oder einer Rechnungs-Waage hat der Herr Caſſini allbereit ein Exempel mit beygebracht, ** und wird auf ſolcher nicht nur das Gewicht, ſondern auch der gantze Werth der gewogenen Waare mit angezeiget. Sie beſtehet aus einer langen gleich-armigen, und in viel kleine gleiche Theile ausgetheilten Schnell-Waage (Fig. 5.) da man z. E. die Waare b an einem ſeidenen oder härnen Strickgen in 1 hänget, und das Schieber-Gewicht, (hier z. E. 1 Pf.) auf der andern Seite ins Æquilibrium ſchiebet, ſo zeiget hier der 4te Punct (worinnen es hänget,) daß das Gewicht dieſer Waare 4 Pf. ſey. Wäre nun der Preiß eines Pfundes z. E. 5 Gulden, ſo rücke man die Waare in den Punct 5 (wie hier in c punctirt angedeutet,) und bewege das Schieber-Gewicht a (nehmlich 1 Pf.) ſo weit hinaus, biß es in d, (ſo hier gleichfalls punctiret,) wiederum ins Æquilibrium kömmt, ſo zeiget es im Hänge-Punct, (hier in 20) auch ſo gleich den ſonſt zuberechnenden Werth ſolcher Waare. Von einem auswägenden Inſtrument. Fig. 2.

887. Weil zu manchen Sachen eine Waag-Schaale zu gebrauchen, müſte man ihr vorher bekannt Gewichte bey dergleichen Operationen alsdenn noch ſubtrahiren, wie aus denen Eigenſchafften der Schnell-Waage bekannt, und hat man deswegen allhier ein ein Exempel in kleinen Zahlen geſetzet, weil es deutlicher zu begreiffen, und die gröſſern Zahlen theils ein gröſſer Gewicht, theils nur eine mehrere und weitere Abtheilung eines langen Waage-Balckens erfordern. Anmerck.

* Faſt dergleichen, aber in Plano hat der Herr Beſelin in ſeiner Trigonometria Curioſa publiciret. ** Journal des Scavans 1676. pag. 295. ingleichen Leup. Theatr. Static. Univ. pag. 57. ſeq.

E N D E.

CORRIGENDA.

Pag. 5. lin. 18. vor dritten, leſe man vierdten.
Pag. 62. lin. 26. p. Quotas, l. Quotus.
Pag. 65. lin. 4. pro $\frac{20}{9}$ l. $\frac{9}{20}$
Pag. 112. lin. antepen. leſe man (§. 224. und 69.)
Pag. 137. lin. antepenult. vor 173. leſe man 273.
Pag. 170. lin. 18. leſe man $ay = x = bz$.
Pag. 172. lin. 14. pro Bedienung leſe Bedingung.
Pag. 173. lin. 14. pro keinere, l. kleinere.
Pag. 178. lin. 25. vor $a > 1$ lege $a > b$
Pag. 184. lin. 12. vor 3, 4, 6. lege 3, 4, 9.
Pag. 188. lin. 14. vor $\frac{m}{1}$ lege $\frac{m}{1}$
Pag. 190. lin. penult. vor 70. lege 28.
lin. ultima vor $\frac{111}{40}$ (2 $\frac{31}{40}$ lege $\frac{69}{40}$ (1 $\frac{29}{40}$
Pag. 215. lin. 28. p. habetuus. l. habemus
Pag. 265. lin. 11. nach (§. 56, 58, 59 ſetze man und 61.)
Pag. 285. lin. 5. nach §. 353, ſetze man auch noch 362.
Pag. 288. lin. 16 vor $3n - 2n$ l. $3n^2 - 2n$.
Pag. 295. lin. 9. vor 17330508. l. 17320508.
Pag. 311. lin. ultim. lege §. 523 und 559.
ad Pag. 314. in der Tabelle lin. ult. p. folgen, l. folgenden.
Pag. 326. lin. 7 pro 81:2 lege 81:3
Pag. 336. lin. 16. p. $9 - 3\sqrt{5}$ l. $9 + 3\sqrt{5}$
Pag. 357. lin. 1. pro auf, leſe man aus
Pag. 380. lin. 7. p. $\frac{12}{27}$ lege $\frac{27}{12}$

Pag.

Pag. 382. lin. 22. lege $\frac{c}{1} : \frac{a}{b} = \frac{bc}{a}$

Pag. 401. lin. 23. p. Proportionum, l. Proportionem.

Pag. 461. lin. ult. pro 13 001 lege 13 - 001

Pag. 462. lin. 15. p. 13 001. l. 13 - 001. ingleichen lin. antepen.

Pag. 463. lin. 18. pro † 0.2872 lege † 0.2873

Pag. 464. lin. 18. pro $-2x\ 3$ lege $-23x$.

Pag. 493. lin. 1 pro m l. in

Pag. 495. lin. 18. p. auf, l. auch.

In der Anatom. Numer.

bey N. 192. pro 2, 7. 18. lege $2^6.3$.

bey N. 671. pro 11. 67. lege 11. 61.

Pag. 41. lin. 11. p. Eactores l. Factores.

lin. penult. p. an, l. in,

Pag. 46. lin. 4. p. 23. lege 13.

ANATOMIA NUMERORUM,

Oder

Zergliederung der Zahlen

Von 1 biß 10000.

Deren Gebrauch am Ende durch allerhand nützliche Exempel angewieſen wird.

von

J. M. P.

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
1		36	2.2.3.3	71	. . .
2		37	. . .	72	2.2.2.3.3.
3		38	2.19	73	. . .
4	2.2	39	3.13	74	2.37
5	. .	40	2.2.2.5	75	3.5.5
6	2.3	41	. . .	76	2.2.19
7	. .	42	2.3.7	77	7.11
8	2.2.2	43	. . .	78	2.3.13
9	3.3	44	2.2.11	79	. . .
10	2.5	45	3.3.5	80	2.2.2.2.5
11	. .	46	2. 23	81	3.3.3. 3
12	2.2.3	47	. . .	82	2.41
13	. . .	48	2.2.2.2.3	83	. . .
14	2.7.	49	7.7	84	2.2.3.7
15	3.5	50	2.5.5.	85	5.17
16	2.2.2.2	51	3.17	86	2.43
17	. . . .	52	2.2.13	87	3.29
18	2.3.3.	53	. . .	88	2.2.2.11
19	. . .	54	2.3.3.3	89	. . .
20	2.2.5	55	5.11	90	2.3.3.5
21	3.7	56	2.2.2.7	91	7.13
22	2.11	57	3.19	92	2.2.23
23	. .	58	2.29	93	3.31
24	2.2.2.3	59	. .	94	2.47
25	5.5	60	2.2.3.5	95	5.19
26	2.13	61	. . .	96	2.2.2.2.2.3
27	3.3.3	62	2.31	97	. . .
28	2.2.7	63	3.3.7	98	2.7.7
29	. . .	64	2.2.2.2.2.2	99	3.3.11
30	2.3.5	65	5.13	100	2.2.5.5.
31	. . .	66	2.3.11	101	. . .
32	2.2.2.2.2	67	. . .	102	2.3.17
33	3.11	68	2.2.17	103	. . .
34	2.17	69	3.23	104	2.2.2.13
35	5.7	70	2.5.7	105	3.5.7

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
106	2.53	141	3.47	176	2.2.2.2.11
107	. . .	142	2.71	177	3.59
108	2.2.3.3.3	143	11.13	178	2.89
109	. . .	144	2.2.2.2.3.3	179	. . .
110	2.5.11	145	5.29	180	2.2.3.3.5
111	3.37	146	2.73	181	. . .
112	2.2.2.2.7	147	3.7.7	182	2.7.13
113	. . .	148	2.2.37	183	3.61
114	2.3.19	149	. . .	184	2.2.2.23
115	5.23	150	2.3.5.5	185	5.37
116	2.2.29	151	. . .	186	2.3.31
117	3.3.13	152	2.2.2.19	187	11.17
118	2.59	153	3.3.17	188	2.2.47
119	7.17	154	2.7.11	189	3.3.3.7.
120	2.2.2.3.5	155	5.31	190	2.5.19
121	11.11	156	2.2.3.13	191	. . .
122	2.61	157	. . .	192	2.7.13
123	3.41	158	2.79	193	. . .
124	2.2.31	159	3.53	194	2.97
125	5.5.5.	160	2.2.2.2.2.5	195	3.5.13
126	2.3.3.7	161	7.23	196	2.2.7.7
127	. . .	162	2.3.3.3.3	197	. . .
128	2 2.2.2.2.2.2	163	. . .	198	2.3.3.11
129	3.43	164	2.2.41	199	. . .
130	2.5.13	165	3.5.11	200	2.2.2.5.5.
131	. . .	166	2.83	201	3.67
132	2.2.3.11	167	. . .	202	2.101
133	7.19	168	2.2.2.3.7	203	7.29
134	2.67	169	13.13	204	2.2.3.17
135	3.3.3.5	170	2.5.17	205	5.41
136	2.2.2.17	171	3.3.19	206	2.103
137	. . .	172	2.2.43	207	3.3.23
138	2 3.23	173	. . .	208	2.2.2.2.13
139	. . .	174	2.3.29	209	11.19
140	2.2.5.7	175	5.5.7	210	2.3.5.7

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
211	. . .	246	2.3.41	281	. . .
212	2.2.53	247	13.19	282	2.3.47
213	3.71	248	2.2.2.31	283	. . .
214	2.107	249	3.83	284	2.2.71
215	5.43	250	2.5.5.5	285	3.5.19
216	2.2.2.3.3.3	251	. . .	286	2.11.13
217	7.31	252	2.2.7.9	287	7.41
218	2.109	253	11.23.	288	2.2.2.2.2.3.3
219	3.73	254	2.127	289	17.17
220	2.2.5.11	255	3.5.17	290	2.5.29
221	13.17	256	2.2.2.2.2.2.2.2	291	3.97
222	2.3.37	257	. . .	292	2.2.73
223	. . .	258	2.3.43	293	. . .
224	2.2.2.2.2.7	259	7.37	294	2.3.7.7
225	3.3.5.5	260	2.2.5.13	295	5.59
226	2.113	261	3.3.29	296	2.2.37
227	. . .	262	2.131	297	3.3.3.11
228	2.2.3.19	263	. . .	298	2.149
229	. . .	264	2.2.2.3.11	299	13.23.
230	2.5.23	265	5.53	300	2.2.3.5.5.
231	3.7.11	266	2.7.19	301	7.43
232	2.2.2.29	267	3.89	302	2.151
233	. . .	268	2.2.67.	303	3.101
234	2.3.3.13	269	. . .	304	2.2.2.2.19
235	5.47	270	2.3.3.3.5	305	5.61
236	2.2.59	271	. . .	306	2.3.3.17
237	3.79	272	2.2.2.2.17	307	. . .
238	2.7.17	273	3.7.13	308	2.2.7.11
239	. . .	274	2.137	309	3.103
240	2.2.2.2.3.5	275	5.5.11	310	2.5.31
241	. . .	276	2.2.3.23	311	. . .
242	2.11.11	277	. . .	312	2.2.2.3..13
243	3.3.3.3.3	278	2.139	313	. . .
244	2.2.61	279	3.3.31	314	2.157
245	5.7.7	280	2.2.2.5.7	315	3.3.5.7

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
316	2.2.79	351	3.3.3.13	386	2.193
317	. . .	352	2.2.2.2.2.11	387	3.3.43
318	2.3.53	353	. . .	388	2.2.97
319	11.29	354	2.3.59	389	. . .
320	2.2.2.2.2.2.5	355	5.71	390	2.3.5.13
321	3.107	356	2.2.89	391	17.23
322	2.7.23	357	3.7.17	392	2.2.2.7.7
323	17.19	358	2.179	393	3.131
324	2.2.3.3.3.3	359	. . .	394	2.197
325	5.5.13	360	2.2.2.3.3.5	395	5.79
326	2.163	361	19.19	396	2.2.3.3.11
327	3.109	362	2.181	397	. . .
328	2.2.2.41	363	3.11.11	398	2.199
329	7.47.	364	2.2.7.13	399	3.7.19
330	2.3.5.11	365	5.73	400	2.2.2.2.5.5
331	. . .	366	3.2.61	401	. . .
332	2.2.83	367	. . .	402	2.3.67
333	3.3.37	368	2.2.2.2.23	403	13.31
334	2.167	369	3.3.41	404	2.2.101
335	5.67	370	2.5.37	405	3.3.3.3.5
336	2.2.2.2.3.7	371	7.53	406	2.7.29
337	. . .	372	2.2.3.31	407	11.37
338	2.13.13	373	. . .	408	2.2.2.3.17
339	3.113	374	2.11.17	409	. . .
340	2.2.5.17	375	3.5.5.5	410	2.5.41
341	11.31	376	2.2.2.47	411	3.137
342	2.3.3.19	377	13.29	412	2.2.103
343	7.7.7.	378	2.3.3.3.7	413	7.59
344	2.2.2.43	379	. . .	414	2.3.3.23
345	3.5.23	380	2.2.5.19	415	5.83
346	2.173	381	3.127	416	2.2.2.2.2.13
347	. . .	382	2.191	417	3.139
348	2.2.3.29	383	. . .	418	2.11.19
349	. . .	384	2.2.2.2.2.2.2.3	419	. . .
350	2.5.5.7	385	5.7.11	420	2.2.3.5.7

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
421	. . .	456	2. 2. 2. 3. 19	491	. . .
422	2. 211	457	. . .	492	2. 2. 3. 41
423	3. 3. 47	458	2. 229	493	17. 29
424	2. 2. 53	459	3. 3. 3. 17	494	2. 13. 19
425	5. 5. 17	460	2. 2. 5. 23	495	3. 3. 5. 11
426	2. 3. 71	461	. . .	496	2. 2. 2. 2. 31
427	7. 61	462	2. 3. 7. 11	497	7. 71
428	2. 2. 107	463	. . .	498	2. 3. 83
429	3. 11. 13	464	2. 2. 2. 2. 29	499	. . .
430	2. 5. 43	465	3. 5. 31	500	2. 2. 5. 5. 5
431	. . .	466	2. 233	501	3. 167
432	2. 2. 2. 2. 3. 3. 3	467	. . .	502	2. 251
433	. . .	468	2. 2. 3. 3. 13	503	. . .
434	2. 7. 31	469	7. 67	504	2. 2. 2. 7. 9
435	2. 5. 29	470	2. 5. 47	505	5. 101
436	2. 2. 109	471	3. 157	506	2. 11. 23
437	19. 23	472	2. 2. 2. 59	507	3. 13. 13
438	2. 3. 73	473	11. 43	508	2. 2. 127
439	. . .	474	2. 3. 79	509	. . .
440	2. 2. 2. 5. 11	475	5. 5. 19	510	2. 3. 5. 17
441	3. 3. 7. 7.	476	2. 2. 7. 17	511	7. 73
442	2. 13. 17	477	3. 3. 53	512	2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2
443	. . .	478	2. 239	513	3. 3. 3. 19
444	2. 2. 3. 37	479	. . .	514	2. 257
445	5. 89	480	2. 2. 2. 2. 2. 3. 5	515	5. 103
446	2. 223	481	13. 37	516	2. 2. 3. 43
447	3. 149	482	2. 241	517	11. 47
448	2. 2. 2. 2. 2. 2. 7	483	3. 7. 23	518	2. 7. 37
449	. . .	484	2. 2. 11. 11	519	3. 173
450	2. 3. 3. 5. 5	485	5. 97	520	2. 2. 2. 5. 3
451	11. 41	486	2. 3. 3. 3. 3. 3	521	. . .
452	2. 2. 113	487	. . .	522	2. 3. 3. 29
453	3. 151	488	2. 2. 2. 61	523	. . .
454	2. 227	489	3. 163	524	2. 2. 131
455	5. 7. 13	490	2. 5. 7. 7	525	3. 5. 5. 7

N.	Elem.	N.	Elem.
526	2. 263	556	2. 2. 139
527	17. 31	557	. . . .
528	2. 2. 2. 2. 3. 11	558	2. 3. 3. 31
529	23. 23	559	13. 43
530	2. 5. 53	560	2. 2. 2. 2. 5. 7
531	3. 3. 59	561	3. 11. 17
532	2. 2. 7. 19.	562	2. 281
533	13. 41	563	. . .
534	2. 3. 89	564	2. 2. 3. 47
535	5. 107	565	5. 113
536	2. 2. 2. 67	566	2. 283
537	3. 179	567	3. 3. 3. 3. 7
538	2. 269	568	2. 2. 2. 71
539	7. 7. 11	569	. . .
540	2. 2. 3. 3. 3. 5.	570	2. 3. 5. 19
541	. . .	571	. . .
542	2. 271	572	2. 2. 11. 13
543	3. 181	573	3. 191
544	2. 2. 2. 2. 2. 17	574	2. 7. 41
545	5. 109	575	5. 5. 23
546	2. 3. 7. 13	576	2. 2. 2. 2. 2. 2. 3. 3
547	. . .	577	. . .
548	2. 2. 137	578	2. 17. 17
549	3. 3. 61	579	3. 193
550	2. 5. 5. 11	580	2. 2. 5. 29
551	19. 29	581	7. 83
552	2. 2. 2. 3. 23	582	2. 3. 97
553	7. 79	583	11. 53
554	2. 277	584	2. 2. 2. 73
555	5. 3. 37	585	3. 3. 5. 13

N.	Elem.	N.	Elem.
586	2. 293	621	3.3.3.23
587	. . .	622	2. 311
588	2.2.3.7.7.	623	7.89
589	19.31	624	2.2. 2.2. 3.13
590	2.5.59	625	5.5.5.5.
591	3. 197	626	2.313
592	2.2.2. 2.37	627	3.11. 19
593	. . .	628	2.2.157
594	2.3.3.3.11	629	17.37
595	5.7.17	630	2.3.3.5.7
596	2. 2. 149	631	. . .
597	3. 199	632	2.2. 2. 79
598	2. 13. 23	633	3.211
599	. . ,	634	2.317
600	2.2. 2. 3.5.5	635	5. 127
601	. . .	636	2.2. 3.53
602	2. 7. 43	637	7.7.13
603	3. 3. 67	638	2. 11. 29
604	2.2.151	639	3.3.71
605	5. 11.11	640	2.2.2.2. 2.2.2.5
606	2.3.101	641	. . .
607	. . .	642	2. 3. 107
608	2.2.2.2.2.19	643	. . .
609	3.7.29	644	2.2.7.23
610	2.5.61	645	3.5.43
611	13.47	646	2.17.19
612	2.2.3.3.17	647	. . .
613	. . .	648	2.2.2.3.3.3.3
614	2.307	649	11. 59.
615	3. 5.41	650	2. 5.5.13
616	2.2.2.7.11	651	3. 7.31
617	. . .	652	2.2.163
618	2. 3.103	653	. . .
619	. . .	654	2. 3. 109
620	2.2.5.31	655	5.131

N.	Elem.	N.	Elem.
656	2.2.2.2.41	691	. . .
657	3.3.73	692	2.2.173
658	2.7.47	693	3.3.7.11
659	. . .	694	2.347
660	2.2.3.5.11	695	5.139
661	. . .	696	2.2.2.3.29
662	2.331	697	17.41
663	3.13.17	698	2.349
664	2.2.2.83	699	3.233
665	5.7.19	700	2.2.5.5.7
666	2.3.3.37	701	. . .
667	23.29	702	2.3.3.3.13
668	2.2.167	703	19.37
669	3.223	704	2.2.2.2.2.2.11
670	2.5.67	705	3.5.47
671	11.67	706	2.353
672	2.2.2.2.2.3.7	707	7.101
673	. . .	708	2.2.3.59
674	2.337	709	.
675	3.3.3.5.5	710	2.5.71
676	2.2.13.13	711	3.3.79
677	. . .	712	2.2.2.89
678	2.3.113	713	23.31
679	7.97	714	2.3.7.17
680	2.2.2.5.7	715	5.11.13
681	3.227	716	2.2.179
682	2.11.31	717	3.239
683	. . .	718	2.359
684	2.2.3.3.19	719	. . .
685	5.137	720	2.2.2.2.3.3.5
686	2.7.7.7	721	7.103
687	3.229	722	2.19.19
688	2.2.2.2.43	723	3.241
689	13.53	724	2.2.181
690	2.3.5.23	725	5.5.29

N.	Elem.	N.	Elem.
726	2.3.11.11	761	. . .
727	. . .	762	2.3.127
728	2.2.2.7.13	763	7.109
729	3.3.3.3.3.3	764	2.2.191
730	2.5.73	765	3.3.5.17
731	17.37	766	2.383
732	2.2.3.61	767	13.59
733	. . .	768	2.2.2.2.2.2.2.2.3
734	2.367	769	. . .
735	3.5.7.7	770	2.5.7.11.
736	2.2.2.2.2.23	771	3.257
737	11.67	772	2.2.193
738	2.3.3.41	773	. . .
739	. . .	774	2.3.3.43
740	2.2.5.37	775	5.5.31
741	3.13.19	776	2.2.2.97
742	2.7.53	777	3.7.37
743	. . .	778	2.389
744	2.2.2.3.31	779	19.41
745	5.149	780	2.2.3.5.13
746	2.373	781	11.71
747	3.3.83	782	2.17.23
748	2.2.11.17	783	3.3.3.29
749	7.107	784	2.2.2.2.7.7
750	2.3.5.5.5.	785	5.157
751	. . .	786	2.3.131
752	2.2.2.2.47	787	. . .
753	3.251	788	2.2.197
754	2.13.29	789	3.263
755	5.151	790	2.5.79
756	2.2.3.3.3.7	791	7.113
757	. . .	792	2.2.2.3.3.11
758	2.379	793	13.61
759	3.11.13	794	2.397
760	2.2.2.5.19	795	3.5.53

N.	Elem.	N.	Elem.
796	2.2.199	831	3.277
797	. . .	832	2.2.2.2.2.2.13
798	2.3.7.19	833	7.7.17
799	17.47	834	2.3.139
800	2.2.2.2.2.5.5	835	5.167
801	3.3.89	836	2.2.11.19
802	2.401	837	3.3.3.31
803	11.73	838	2.419
804	2.2.3.67	839	. . .
805	5.7.23	840	2.2.2.3.5.7
806	2.13.13	841	29.29
807	3.269	842	2.421
808	2.2.2.101	843	3.281
809	. . .	844	2.2.211
810	2.3.3.3.3.5	845	5.13.13
811	. . .	846	2.3.3.47
812	2.2.7.29	847	7.11.11
813	3.271.	848	2.2.2.2.53
814	2.11.37	849	3.283
815	5.163	850	2.5.5.17
816	2.2.2.2.3.17	851	23.37
817	19.43	852	2.2.3.71
818	2.409	853	. . .
819	3.3.7.13	854	2.7.61
820	2.2.5.41	855	3.3.5.19
821	. . .	856	2.2.2.107
822	2.3.137	857	. . .
823	. . .	858	2.3.11.13
824	2.2.2.103	859	. . .
825	3.5.5.11	860	2.2.5.43
826	2.7.59	861	3.7.41
827	. . .	862	2.431
828	2.2.3.3.23	863	. . .
829	. . .	864	2.2.2.2.2.3.3.3
830	2.5.83	865	5.173

N.	Elem.	N.	Elem.
866	2. 433	901	17. 53
867	3. 17. 17	902	2. 11. 41
868	2. 2. 7. 31	903	3. 7. 43
869	11. 79	904	2. 2. 2. 113
870	2. 3. 5. 29	905	5. 181
871	. . .	906	2. 3. 151
872	2. 2. 2. 109	907	. . .
873	3. 3. 97	908	2. 2. 227
874	2. 19. 23	909	3. 3. 101
875	5. 5. 5. 7	910	2. 5. 7. 13
876	2. 2. 3. 73	911	. . .
877	. . .	912	2. 2. 2. 2. 3. 19
878	2. 439	913	11. 83
879	3. 293	914	2. 457
880	2. 2. 2. 2. 5. 11	915	3. 5. 61
881	. . .	916	2. 2. 229
882	2. 3. 3. 7. 7.	917	7. 131
883	. . .	918	2. 3. 3. 3. 17
884	2. 2. 13. 17	919	. . .
885	3. 5. 59	920	2. 2. 2. 5. 23
886	2. 443	921	3. 307
887	. . .	922	2. 461
888	2. 2. 2. 3. 37	923	13. 71
889	7. 127	924	2. 2. 3. 7. 11
890	2. 5. 89	925	5. 5. 37
891	3. 3. 3. 3. 11	926	2. 463
892	2. 2. 223	927	3. 3. 103
893	19. 47	928	2. 2. 2. 2. 2. 29
894	2. 3. 149	929	. . .
895	5. 179	930	2. 3. 5. 31
896	2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 7	931	7. 7. 19
897	3. 13. 23	932	2. 2. 233
898	2. 449	933	3. 311
899	29. 31	934	2. 467
900	2. 2. 3. 3. 5. 5. .	935	5. 11. 17

N.	Elem.
936	2.2.2.3.3.13
937	. . .
938	2.7.67
939	3.313
940	2.2.5.47
941	. . .
942	2.3.157
943	23.41
944	2.2.2.2.59
945	3.3.3.5.7
946	2.11.43
947	. . .
948	2.2.3.79
949	13.73
950	2.5.5.19.
951	3.317
952	2.2.2.7.17
953	. . .
954	2.3.3.53
955	5.191
956	2.2.239
957	3.11.29
958	2.479
959	7.137
960	2.2.2.2.2.2.3.5
961	31.31
962	2.13.37
963	3.3.107
964	2.2.241
965	5.193
966	2.3.7.23
967	. . .
968	2.2.2.11.11
969	3.19.17
970	2.5.97

N.	Elem.
971	. . .
972	2.2.3.3.3.3.3
973	7.139
974	2.487
975	3.5.5.13
976	2.2.2.2.61
977	. . .
978	2.3.163
979	11.89
980	2.2.5.7.7
981	3.3.109
982	2.491
983	. . .
984	2.2.2.3.41
985	5.197
986	2.17.29
987	3.7.47
988	2.2.13.19
989	23.43
990	2.3.3.5.11
991	. . .
992	2.2.2.2.2.31
993	3.331
994	2.7.71.
995	5.199
996	2.2.3.83
997	. . .
998	2.499
999	3.3.3.37
1000	2.2.2.5.5.5

Der kürtze halber werden forthin die graden, und deren Collect in 3 aufgehet, desgleichen die ſich in 5 endigen, ausgelaſſen, weil ieder gleich ſiehet, daß ſie mit 2, 3, und 5 diviſib. (§. 396.)

N.	Elem.	N.	Elem.
1001	7.11.13	1029	. . .
1003	17.59	1133	11. 103
1007	19.53	1139	17.67
1009	. . .	1141	7. 163
1013	. . .	1147	31. 37
1019	. . .	1151	. . .
1021	. . .	1153	. . .
1027	13. 79	1157	13. 89
1031	. . .	1159	19. 61
1033	. . .	1163	. . .
1037	17. 61	1169	7.161
1039	. . .	1171	. . .
1043	7. 149	1177	11.107
1049	. . .	1181	. . .
1051	. . .	1183	7. 13. 13
1057	7. 151.	1187	. . .
1061	. . .	1189	29.41
1063	. . .	1193	. . .
1067	11. 97	1199	11. 109
1069	. . .	1201	. . .
1073	29.37	1207	17. 71
1079	13. 83	1211	7.173
1081	23.47	1213	. . .
1087	. . .	1217	. . .
1091	. . .	1219	23.53
1093	. . .	1223	. . .
1097	. . .	1229	. . .
1099	7.157	1231	. . .
1103	. . .	1237	. . .
1109	. . .	1241	17.73
1111	11.101	1243	11. 113
1117	. . .	1247	29. 43
1121	19.59	1249	. . .
1123	. . .	1253	7. 179
1127	7.7.23	1259	. . .

N.	Elem.
1261	13. 97
1267	7. 181
1271	41. 31
1273	19. 67
1277	. . .
1279	. . .
1283	. . .
1291	. . .
1297	. . .
1301	. . .
1303	. . .
1307	. . .
1309	11. 119
1313	13. 101
1319	. . .
1321	. . .
1327	. . .
1331	11. 11. 11
1333	31. 43
1337	7. 191
1339	13. 103
1343	17. 79
1349	19. 71
1351	7. 193
1357	33 59.
1361	. . .
1363	29. 47
1367	. . .
1369	37. 37
1373	. . .
1379	7. 197
1381	. . .
1387	19. 73
1391	13. 107
1393	7. 199

N.	Elem.
1397	11. 127
1399	. . .
1403	23. 61
1409	. . .
1411	17. 83
1417	13. 109
1421	7. 7. 29
1423	. . .
1427	. . .
1429	. . .
1433	. . .
1439	. . .
1441	11. 131
1447	. . .
1451	. . .
1453	. . .
1457	31. 47
1459	. . .
1463	7. 11. 19
1469	13. 113
1471	. . .
1477	7. 211
1481	. . .
1483	. . .
1487	. . .
1489	. . .
1493	. . .
1499	. . .
1501	19. 79
1507	11. 137
1511	. . .
1513	17. 89
1517	37. 41
1519	7. 7. 31
1523	. . .

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
1529	11. 139	1661	11. 151	1789	. . .
1531	. . .	1663	. . .	1793	11. 163
1537	29. 53	1667	. . .	1799	7. 257
1541	23. 67	1669	. . .	1801	. . .
1543	. . .	1673	7. 239	1807	13. 139
1547	7. 13. 17	1679	23. 73	1811	. . .
1549	. . .	1681	41. 41	1813	7. 7. 37
1553	. . .	1687	7. 241	1817	23. 79
1559	. . .	1691	19. 89	1819	17. 107
1561	7. 223	1693	. . .	1823	. . .
1567	. . .	1697	. . .	1829	31. 59
1571	. . .	1699	. . .	1831	. . .
1573	11. 11. 13.	1703	13. 131	1837	11. 167
1577	19. 83	1709	. . .	1841	7. 263
1579	. . .	1711	29. 59	1843	19. 97
1583	. . . .	1717	17. 101	1847	. . .
1589	7. 227	1721	. . .	1849	43. 43
1591	. . .	1723	. . .	1853	17. 109
1597	. . .	1727	11. 157	1859	11. 13. 13
1601	. . . .	1729	7. 13. 19	1861	. . .
1603	7. 229	1733	. . .	1867	. . .
1607	. . . .	1739	37. 47	1871	. . .
1609	. . . .	1741	. . .	1873	. . .
1613	. . .	1747	. . .	877	. . .
1619	. . .	1751	17. 103	1879	. . .
1621	. . .	1753	. . .	1883	7. 269
1627	. . .	1757	7. 251	1889	. . .
1631	7. 233	1759	. . .	1891	31. 61
1633	23. 71	1763	41. 43	1893	11. 163
1637	. . .	1769	29. 61	1897	7. 271
1639	11. 149	1771	7. 11. 23	1901	. . .
1643	31. 53	1777	. . .	1903	11. 173
1649	17. 97	1781	13. 137	1907	. . .
1651	13. 127	1783	. . .	1909	23. 83
1657	. . .	1787	. . .	1913	. . .

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
1919	19. 101	2051	7. 293	2179	. . .
1921	17. 113	2053	. . .	2183	37. 59
1927	41. 47	2057	11. 11. 17	2189	11. 199
1931	. . .	2059	29. 71	2191	7. 313
1933	. . .	2063	. . .	2197	13. 13. 13
1937	13. 149	2069	. . .	2201	31. 71
1939	7. 277	2071	19. 109	2203	. . .
1943	29. 67	2077	31. 67	2207	. . .
1949	. . .	2081	. . .	2209	47. 47
1951	. . .	2083	. . .	2213	. . .
1957	19. 103	2087	. . .	2219	7. 317
1961	37. 53	2089	. . .	2221	. . .
1963	13. 151	2093	7. 13. 23	2227	17. 131
1967	7. 281	2099	. . .	2233	7. 11. 29
1969	11. 179	2101	11. 191	2237	. . .
1973	. . .	2107	7. 7. 43	2239	. . .
1979	. . .	2111	. . .	2243	. . .
1981	7. 283	2113	. . .	2249	13. 173
1987	. . .	2117	29. 73	2251	. . .
1991	11. 181	2119	13. 163	2257	37. 61
1993	. . .	2123	11. 193	2261	7. 17. 19
1997	. . .	2129	. . .	2263	31. 73
1999	. . .	2131	. . .	2267	. . .
2003	. . .	2137	. . .	2269	. . .
2009	7. 7. 41	2141	. . .	2273	. . .
2011	. . .	2143	. . .	2279	43. 53
2017	. . .	2147	19. 113	2281	. . .
2021	43. 47	2149	7. 307	2287	. . .
2023	7. 17. 17	2153	. . .	2291	29. 79
2027	. . .	2159	17. 127	2293	. . .
2029	. . .	2161	. . .	2297	. . .
2033	19. 107	2167	11. 197	2299	11. 11. 19
2039	. . .	2171	13. 167	2303	7. 7. 47
2041	13. 157	2173	41. 53	2309	. . .
2047	23. 89	2177	7. 311	2311	. . .

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
2317	7. 331	3447	. . .	2579	. . .
2321	11. 211	2449	31. 79	2581	29. 89
2323	23. 101	2453	11. 223	2587	13. 199
2327	13. 179	2459	. . .	2591	. . .
2329	17. 137	2461	23. 107	2593	. . .
2333	. . .	2467	. . .	2597	7. 7. 53
2339	. . .	2471	7. 353	2599	23. 113
2341	. . .	2473	. . .	2603	19. 137
2347	. . .	2477	. . .	2609	. . .
2351	. . .	2479	37. 67	2611	7. 373
2353	13. 181	2483	13. 191	2617	. . .
2357	. . .	2489	19. 131	2621	. . .
2359	7. 337	2491	47. 53	2623	43. 61
2363	17. 139	2497	11. 227	2627	37. 71
2369	23. 103	2501	41. 61	2629	11. 239
2371	. . .	2503	. . .	2633	. . .
2377	. . .	2507	23. 109	2639	7. 13. 29
2381	. . .	2509	13. 193	2641	19. 139
2383	. . .	2513	7. 359	2647	. . .
2387	7. 11. 31	2519	11. 229	2651	11. 241
2389	. . .	2521	. . .	2653	7. 379
2393	. . .	2527	7. 19. 19	2657	. . .
2399	. . .	2531	. . .	2659	. . .
2401	7. 7. 7. 7	2533	17. 149	2663	. . .
2407	29. 83	2537	43. 59	2669	17. 157
2411	. . .	2539	. . .	2671	. . .
2413	19. 127	2543	. . .	2677	. . .
2417	. . .	2549	. . .	2681	7. 383
2419	41. 59	2551	. . .	2683	. . .
2423	. . .	2557	. . .	2687	. . .
2429	7. 347	3561	13. 197	2289	. . .
2431	11. 13. 17	2563	11. 233	2693	. . .
2437	. . .	2567	17. 151	2699	. . .
2441	. . .	2569	7. 367	2701	37. 73
2443	7. 349	2573	31. 83	2707	. . .

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
2711	. . .	2839	17. 167	2971	. . .
2713	. . .	2843	. . .	2977	13. 229
2717	11. 13. 19	2849	7. 11. 37	2981	11. 271
2719	. . .	2851	. . .	2983	19. 157
2723	7. 389	2857	. . .	2987	29. 103
2729	. . .	2861	. . .	2989	7. 7. 61
2731	. . .	2863	7. 409	2993	41. 73
2737	7. 17. 23	2867	47. 61	2999	. . .
2741	. . .	2869	19. 151	3001	. . .
2743	13. 211	2873	13. 13. 17	3011	. . .
2747	41. 67	2879	. . .	3013	23. 131
2749	. . .	2881	43. 67	3017	7. 431
2753	. . .	2887	. . .	3019	. .
2759	31. 89	2891	7. 7. 59	3023	. .
2761	11. 251	2893	11. 263	3629	13. 233
2767	. . .	2897	. . .	3031	7. 433
2771	17. 163	2899	13. 223	3037	. .
2773	47. 59	2903	. . .	3041	. .
2777	. . .	2909	. . .	3043	17. 179
2779	7. 397	2911	41. 71	3047	11. 277
2783	11. 11. 23	2917	. . .	3049	. .
2789	. . .	2921	23. 127	3053	43. 71
2791	. . .	2923	37. 79	3059	7. 19. 23
2797	. . .	2927	. . .	3061	. .
2801	. . .	2929	29. 101	3067	. .
2803	. . .	2933	7. 419	3073	7. 439
2807	7. 401	2939	. . .	3077	17. 181
2809	53. 53	2941	17. 173	3079	. .
2813	29. 97	2947	7. 421	3083	. .
2819	. . .	2951	13. 227	3089	. .
2821	7. 13. 31	2953	. . .	3091	11. 281
2827	11. 257	2957	. . .	3097	19. 163
2831	19. 149	2959	11. 269	3101	7. 443
2833	. . .	2963	. . .	3103	29. 107
2837	. . .	2969	. . .	3107	13. 239
				3109	. .

3113

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
3113	11.283	3251	. . .	3383	17.199
3119	. .	3253	. . .	3389	. . .
3121	. .	3257	. . .	3391	. . .
3127	53.59	3259	. . .	3397	43.79
3131	31.101	3263	13.251	3401	19.179
3133	13.241	3269	7.467	3403	41.83
3137	. .	3271	. . .	3407	. . .
3139	43.73	3277	29.113	3409	7.487
3143	7.449	3281	17.193	3413	. . .
3149	47 67	3283	7.7.67	3419	19.263
3151	23.137	3287	19.173	3421	11.311
3157	7 11.41	3289	11.13.23	3427	23.149
3161	19.109	3293	37.89	3431	47.73
3163	. .	3299	. . .	3433	. . .
3167	. .	3301	. . .	3437	7.491
3169	. .	3307	. . .	3439	19.181
3173	19.167	3311	7.11.43	3443	11.313
3179	11.17.17	3313	. . .	3449	. .
3181	. .	3317	31.107	3451	7.17.29
3187	. .	3319	. . .	3457	. . .
3191	. .	3323	. . .	3461	. .
3193	31.103	3329	. . .	3463	. . .
3197	23.139	3331	. . .	3467	. . .
3199	7.457	3337	47.71	3469	. . .
3203	. .	3341	13.257	3473	23.151
3209	. .	3343	. . .	3479	7.7.71
3211	13.13.19	3347	. . .	3481	59.59
3217	. .	3349	17.197	3487	11.317
3221	. .	3353	7.479	3491	. . .
3223	11.293	3359	. . .	3497	13.269
3227	7.461	3361	. . .	3499	. . .
3229	. .	3367	7.13.37	3503	31.113
3233	53.61	3371	. . .	3509	11.11.29
3239	41.79	3373	. . .	3511	. . .
3241	7.463	3377	11.307	3517	. . .
3247	17.191	3379	31.109		

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
3521	7.505	3649	41.89	3787	7.541
3523	13.271	3653	13.281	3791	17.223
3527	. .	3659	. . .	3793	. .
3529	. .	3667	19.193	3797	. .
3533	. .	3671	. .	3799	29.191
3539	. .	3673	. .	3803	. .
3541	. . .	3677	. .	3809	13.293
5547	. . .	3679	13.283	3811	37.103
3551	53.67	3683	29.127	3817	11.347
3553	11.17.19	3689	7.17.31	3821	. .
3557	. . .	3691	. .	3823	. .
3559	. . .	3697	. .	3827	43.89
3563	7.509	3701	. .	3829	7.547
3569	43.83	3703	7.23.23	3833	. .
3571	. .	3707	11.337	3839	11.349
3577	7.7.73	3709	. .	3841	23.167
3581	. .	3713	47.79	3847	. .
3583	. .	3719	. .	3851	. .
3587	17.211	3721	61.61	3853	. .
3589	37.97	3727	. .	3857	7.19.29
3593	. .	3731	7.13.41	3859	17.227
3599	59.61	3733	. .	3863	. .
3601	13.277	3737	37.101	3869	53.73
3607	. .	3739	. .	3871	7.7.79
3611	23.157	3743	19.197	3877	. .
3613	. . .	3747	3.1249	3881	. .
3617	. . .	3751	11.11.31	3883	11.353
3619	7.11.47	3757	13.17.17	3887	13.13.23
3623	. . .	3761	. .	3889	. .
3629	19.191	3763	53.71	3893	17.229
3631	. . .	3767	. .	3899	7.557
3637	. . .	3769	. .	3901	47.83
3641	11.331	3773	7.7.7.11	3907	. .
3643	. . .	3779	. .	3911	. .
3647	7.521	3781	19.199	3913	7.13.43

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
3917	. . .	4049	. .	4181	37. 113
3919	. . .	4051	. .	4183	47. 89
3923	. .	4057	. .	4187	53. 79
3929	. .	4061	31. 131	4189	59. 71
3931	. . .	4063	17. 239	4193	7. 599
3937	31. 127	4067	7. 7. 83	4199	13. 17. 19
3941	7. 563	4069	13. 313	4201	. .
3943	. .	4073	. .	4207	7. 601
3947	. .	4079	. .	4211	. .
3949	11. 359	4081	7. 11. 53	4213	11. 383
3953	59. 67	4087	61. 67	4217	. .
3959	37. 107	4091	. .	4219	. .
3961	17. 233	4093	. .	4223	41. 103
3967	. .	4097	17. 241	4229	. .
3971	11. 19. 19	4099	. .	4231	. .
3973	29. 137	4103	11. 373	4237	19. 223
3977	41. 97	4109	7. 587	4241	. .
3979	23. 173	4111	. .	4243	. .
3983	7. 569	4117	23. 179.	4247	31. 137
3989	. . .	4121	13. 317	4249	7. 607
3991	13. 307	4123	7. 19. 31	4253	. .
3997	7. 571	4127	. .	4259	. .
4001	. . .	4129	. .	4261	. .
4003	. . .	4133	. .	4267	17. 251
4007	. . .	4139	. .	4271	. .
4009	19. 211	4141	41. 101	4273	. .
4013	. . .	4147	11. 13. 29	4277	7. 13. 47
4019	. . .	4151	7. 593	4279	11. 389
4021	. . .	4153	. .	4283	. .
4027	. . .	4157	. .	4289	. .
4031	29. 139	4159	. .	4291	7. 613
4033	37. 109	4163	23. 181	4297	. .
4037	11. 367	4169	11. 379	4301	11. 17. 23
4039	7. 577	4171	43. 97	4303	13. 331
4043	13. 311	4177	. .	4307	59. 73

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
4309	31. 139	4451	. .	4577	23. 199
4313	19. 227	4453	61. 73	4579	19. 241
4319	7. 617	4457	. .	4583	. . .
4321	29. 149	4459	7^3. 13	4589	13. 353
4327	. .	4463	. .	4591	. . .
4331	61. 71	4469	41. 109	4597	. . .
4333	7. 619	4471	17. 263	4601	43. 107
4337	. .	4477	11. 11. 37	4603	. . .
4339	. .	4481	. . .	4607	17. 271
4343	43. 101	4483	. . .	4609	11. 419
4349	. .	4487	7. 641	4613	7. 659
4351	9. 229	4489	67. 67	4619	31. 149
4357	. .	4493	. . .	4621	. . .
4361	7. 7. 89	4499	11. 409	4627	7. 661
4363	. .	4501	7. 643	4631	11. 421
4367	11. 397	4503	7. 17. 37	4633	41. 113
4369	17. 257	4507	. . .	4637	. . .
4373	. . .	4511	13. 347	4639	. . .
4379	29. 151	4513	. . .	4643	. . .
4381	13. 337	4517	. . .	4649	. . .
4387	41. 107	4519	. . .	4651	. . .
4391	. .	4523	. . .	4657	. . .
4393	23. 191	4529	7. 647	4661	59. 79
4397	. .	4531	23. 197	4663	. . .
4399	53. 83	4537	13. 349	4667	13. 359
4403	7. 17. 37	4541	19. 239	4669	7. 23. 29
4409	. .	4543	7. 11. 59	4673	. . .
4411	11. 401	4547	. . .	4679	. . .
4421	. .	4549	. . .	4681	31. 151
4423	. .	4553	29. 157	4687	43. 109
4427	19. 233.	4559	47. 97	7691	. . .
4429	43. 103	4561	. . .	4693	13. 19. 19
4433	11. 13 31	4567	. . .	4697	7. 11. 61
4439	23. 193	4571	7. 653	4699	37. 127
4441	. .	4573	17. 269	4703	. . .
4447	. .				

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
4707	11. 19. 23	4837	7. 691	4969	. . .
4709	17. 277	4841	47. 103	4973	. . .
4711	7. 673	4843	29. 167	4979	13. 383
4717	53. 89	4847	37. 131	4981	17. 293
4721	. . .	4853	23. 211	4987	. . .
4723	. . .	4859	43. 113	4991	7. 23. 31
4727	29. 163	4861	. . .	4993	. . .
4729	. . .	4867	31. 157	4997	19. 263
4733	. . .	4871	. . .	4999	. . .
4739	7. 677	4873	11. 443	5003	. . .
4741	11. 431	4877	. . .	5009	. . .
4747	47. 101	4879	7. 17. 41	5011	. . .
4751	. . .	4883	19. 257	5017	29. 173
4753	7. 7. 97	4889	. . .	5021	. . .
4757	67. 71	4891	67. 73.	5023	. . .
4759	. . .	4897	59. 83	5027	11. 457
4763	11. 433	4901	13. 13. 29	5029	47. 107
4769	19. 251	4903	. . .	5033	7. 719
4771	13. 367	4907	7. 701	5039	. . .
4777	17. 281	4909	. . .	5041	71. 71
4781	7. 683	4913	17. 17. 17	5047	7. 7. 103
4783	. . .	4919	. . .	5051	. . .
4787	. . .	4921	7. 19. 37	5053	31. 163
4789	. . .	4927	13. 379	5057	13. 389
4793	. . .	4931	. . .	5059	. . .
4799	. . .	4933	. . .	5063	61. 83
4801	. . .	4937	. . .	5069	37. 137
4807	11. 19. 23	4939	11. 449	5071	11. 461
4811	17. 283	4943	. . .	5077	. . .
4813	. . .	4949	7. 7. 101	5081	. . .
4817	. . .	4951	. . .	5083	13. 17. 23
4819	61. 79	4957	. . .	5087	. . .
4823	7. 13. 53	4961	11. 11. 41	5089	7. 727
4829	11. 439	4963	7. 709	5093	11. 463
4831	. . .	4967	. . .	5099	. . .

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
5101	. . .	5237	. . .	5371	41. 131
5107	. . .	5239	13. 13. 31	5377	19. 283
5111	19. 269	5243	7. 7. 107	5381	. . .
5113	. . .	5249	29. 181	5383	7. 769
5117	7. 17. 43	5251	59. 89	5387	. . .
5119	. . .	5257	7. 751	5389	17. 317
5123	47. 109	5261	. . .	5393	. . .
5129	23. 223	5263	19. 277	5399	. . .
5131	7. 733	5267	23. 229	5401	11. 491
5137	11. 467	5269	11. 479	5407	. . .
5143	37. 139	5273	. . .	5411	7. 773
5147	. . .	5279	. . .	5413	. . .
5149	19. 271	5281	. . .	5417	. . .
5153	. . .	5287	17. 311	5419	. . .
5159	7. 11. 67	5291	11. 13. 37	5423	11. 17. 29
5161	13. 397	5293	67. 79	5429	61. 89
5167	. . .	5297	. . .	5431	. . .
5171	. . .	5299	7. 757	5437	. . .
5173	7. 739	5303	. . .	5441	. . .
5177	31. 167	5309	. .	5443	. . .
5179	. . .	5311	47. 113	5447	13. 419
5183	71. 73	5317	13. 409	5449	. . .
5189	. . .	5321	17. 313	5453	7. 19. 41
5191	29. 179	5323	. . .	5459	53. 103
5197	. . .	5327	7. 761	5461	43. 127
5201	7. 743	5329	73. 73	5467	7. 11. 71
5203	11. 11. 43	5333	. . .	5471	. . .
5207	41. 127	5339	19. 281	5473	13. 421
5209	. . .	5341	7. 7. 109	5477	. . .
5213	13. 401	5347	. . .	5479	. . .
5219	17. 307	5351	. . .	5483	. . .
5221	23. 227	5353	53. 101	5489	11. 499
5227	. . .	5357	11. 487	5491	17. 17. 19
5231	. . .	5359	23. 233	5497	23. 239
5233	. . .	5363	31. 173	5501	. . .
		5369	7. 13. 59		

5503

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
5503	. . .	5633	43. 131	5767	73. 79
5507	. . .	5639	. . .	5771	29. 199
5509	7. 787	5641	. . .	5773	23. 251
5513	37. 149	5647	. . .	5777	53. 109
5519	. . .	5651	. . .	5779	. . .
5521	. . .	5653	. . .	5783	. . .
5527	. . .	5657	. . .	5789	7. 827
5531	. . .	5659	. . .	5791	. . .
5533	11. 503	5663	7. 809	5797	11. 17. 31
5537	7. 7. 113	5669	. . .	5801	. . .
5539	29. 191	5671	53. 107	5803	7. 829
5543	23. 241	5681	13. 19. 23	5807	. . .
5549	31. 179	5683	. . .	5809	37. 157
5551	7. 13. 61	5687	11. 11. 47	5813	. . .
5557	. . .	5689	. . .	5819	11. 23. 23
5561	67. 83	5693	. . .	5821	. . .
5563	. . .	5699	41. 139	5827	. . .
5567	19. 293	5701	. . .	5831	7. 7. 7. 17
5569	. . .	5707	13. 439	5833	19. 307
5573	. . .	5711	. . .	5837	13. 449
5579	7. 797	5713	29. 197	5839	. . .
5581	. . .	5717	. . .	5843	. . .
5587	37. 151	5719	7. 19. 43	5849	. . .
5591	. . .	5723	59. 97	5851	. . .
5593	7. 17. 47	5729	17. 337	5857	. . .
5597	29. 193	5731	11. 521	5861	. . .
5599	11. 509	5737	. . .	5863	11. 13. 41
5603	13. 431	5741	. . .	5867	. . .
5609	71. 79	5743	. . .	5869	. . .
5611	31. 181	5747	7. 821	5873	7. 839
5617	41. 137	5749	. . .	5879	. . .
5621	7. 11. 73	5753	11. 523	5881	. . .
5623	. . .	5759	13. 443	5887	7. 29. 29
5627	17. 331	5761	7. 823	5891	43. 137
5629	13. 433	5762	7. 43. 67	5893	71. 83

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
5897	. . .	6029	. . .	6161	61. 101
5899	7. 347	6931	37. 163	6163	. . .
5903	. . .	6037	. . .	6167	7. 881
5909	19. 311	6041	7. 863	6169	31. 199
5911	23. 257	6043	. . .	6173	. . .
5917	61. 79	6047	. . .	6179	37. 167
5921	31. 191	6049	23. 263	6181	7. 883
5923	. . .	6053	. . .	6187	23. 269
5927	. . .	6059	73. 83	6191	41. 151
5929	7. 7. 11. 11	6061	11. 19. 29	6193	11. 563
5933	17. 349	6067	. . .	6197	. . .
5939	. . .	6071	13. 467	6199	. . .
5941	13. 457	6073	. . .	6203	. . .
5947	19. 313	6077	59. 103	6209	7. 887
5951	11. 541	6079	. . .	6211	. . .
5953	. . .	6083	7. 11. 79	6217	. . .
5957	7. 23. 37	6089	. . .	6221	. . .
5959	59. 101	6091	. . .	6223	7. 7. 127
5963	67. 89	6097	7. 13. 67	6227	13. 479
5969	47. 127	6101	. . .	6229	. . .
5971	7. 853	6103	17. 359	6233	23. 271
5977	43. 139	6107	31. 197	6239	17. 367
5981	. . .	6109	41. 149	6241	79. 79
5983	31. 193	6113	. . .	6247	. . .
5987	. . .	6119	29. 211	6251	7. 19. 47
5989	53. 113	6121	. . .	6253	13. 13. 37
5993	13. 461	6127	11. 557	6257	. . .
5999	7. 857	6131	. . .	6259	11. 569
6001	17. 353	6133	. . .	6263	. . .
6007	. . .	6137	17. 19. 19	6269	. . .
6011	. . .	6139	7. 877	6271	. . .
6013	7. 859	6143	. . .	6277	. . .
6017	11. 547	6149	11. 13. 43	6281	11. 571
6019	13. 463	6151	. . .	6283	61. 103
6023	19. 317	6157	47. 131	6287	. . .

6289

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
6289	19.331	6427	. . .	6563	. . .
6293	7.29.31	6431	59.109	6569	. . .
6299	. . .	6433	7.919	6571	. . .
6301	. . .	6437	41.157	6577	. . .
6307	7.17.53	6439	47.137	6581	. . .
6311	. . .	6443	17.379	6583	29.227
6313	59.107	6449	. . .	6587	7.941
6317	. . .	6451	. . .	6589	11.599
6319	71.89	6457	11.587	6593	19.347
6323	. . .	6461	7.13.71	6599	. . .
6329	. . .	6463	23.281	6601	7.23.41
6331	13.487	6467	29.223	6607	. . .
6337	. . .	6469	. . .	6611	11.601
6341	17.373	6473	. . .	6613	17.389
6343	. . .	6479	11.19.31	6617	13.509
6347	11.577	6481	. . .	6619	. . .
6349	7.907	6487	13.499	6623	37.179
6353	. . .	6491	. . .	6629	7.947
6359	. . .	6493	43.151	6631	19.349
6361	. . .	6499	67.97	6637	. . .
6367	. . .	6503	7.929	6641	29.229
6371	23.277	6509	23.283	6643	7 13.73
6373	. . .	6511	17.383	6647	17 17.23
6377	7.911	6517	7.7.7.19	6649	61.109
6379	. . .	6521	. . .	6653	. . .
6383	13.491	6523	11.593	6659	. . .
6389	. . .	6527	61.107	6661	. . .
6397	. . .	6529	. . .	6667	59.113
6401	37.173	6533	47.139	6671	7.953
6403	19.337	6539	13.503	6673	. . .
6407	43.149	6541	31.211	6677	11.607
6409	13.17.29	6547	. . .	6679	. . .
6413	11.11.53	6551	. . .	6683	41.163
6419	7.7.131	6553	. . .	6689	. . .
6421	. . .	6557	79.83	6691	. . .
		6559	7.937		

N.	Elem.
6697	37.181
6701	. . .
6703	. . .
6707	19.353
6709	. . .
6713	7.7.137
6719	. . .
6721	11.13.47
6727	7.31.31
6731	53.127
6733	. . .
6737	. . .
6739	23.293
6743	11.613
6749	17.397
6751	41.157
6757	29.233
6761	. . .
6763	. . .
6767	67.101
6769	7.967
6773	. . .
6779	. . .
6781	. . .
6787	11.617
6791	. . .
6793	. . .
6797	7.971
6799	13.523
6803	. . .
6809	11.619
6811	7.7.139
6817	17.401
6821	19.359
6823	. . .
6827	. . .
6829	. . .
6833	. . .
6839	7.977
6841	. . .
6847	41.167
6851	13.17.31
6853	7.11.89
6857	. . .
6859	19.19.19
6863	. . .
6869	. . .
6871	. . .
6877	13.23.23
6881	7.983
6883	. . .
6887	71.97
6889	83.83
6893	61.113
6899	. . .
6901	67.103
6907	. . .
6911	. . .
6913	31.223
6917	. . .
6919	11.17.37
6923	7.23.43
6929	13.13.41
6931	29.239
6937	7.991
6941	11.631
6943	53.131
6947	. . .
6949	. . .
6953	17.409
6959	. . .
6961	. . .
6967	. . .
6971	. . .
6973	19.367
6977	. . .
6979	7.997
6983	. . .
6989	29.241
6991	. . .
6997	. . .
7001	. . .
7003	47.149
7007	7.7.11.13
7009	43.163
7013	. . .
7019	. . .
7021	7.17.59
7027	. . .
7031	79.89
7033	13.541
7037	31.227
7039	. . .
7043	. . .
7049	7,19.53
7051	11.641
7057	. . .
7061	23.307
7063	7.1009
7067	37.191
7069	. . .
7073	11.643
7079	. . .
7081	73.97
7087	19.373
7091	7.1013

N.	Elem.
7093	41.173
7097	47.151
7699	31.229
7103	. . .
7109	. . .
7111	13.547
7117	11.647
7121	. . .
7123	17.419
7127	. . .
7129	. . .
7133	7.1019
7139	11.11.59
7141	37.193
7147	7.1021
7151	. . .
7153	23.311
7157	17.421
7159	. . .
7163	13.19.29
7169	67.107
7171	71.101
7177	. . .
7181	41.167
7183	11.653
7187	. . .
7189	7.13.79
7193	. . .
7199	23.313
7201	19.379
7207	. . .
7211	. . .
7213	. . .
7217	7.1031
7219	. . .
7223	31.233
7229	. . .
7231	7.1033
7237	. . .
7241	13.557
7243	. . .
7247	. . .
7249	11.659
7253	. . .
7259	7.17.61
7261	53.137
7267	13.13.43
7271	11.661
7273	7.1039
7277	19.383
7279	29.251
7283	. . .
7289	37.197
7291	23.317
7297	. . .
7301	7.7.149
7303	67.109
7307	. . .
7309	. . .
7313	71.103
7319	13.563
7321	. . .
7327	17.431
7331	. . .
7333	. . .
7337	11.23.29
7339	41.179
7343	7.1049
7349	. . .
7351	. . .
7357	7.1051
7361	17.433
7363	37.199
7367	53.139
7369	. . .
7373	73.101
7379	47.157
7381	11.11.61
7387	83.89
7391	19.389
7393	. . .
7397	13.569
7399	7.7.151
7403	11.673
7409	31.239
7411	. . .
7417	. . .
7421	41.181
7423	13.571
7427	7.1061
7429	17.19.23
7433	. . .
7439	43.173
7441	7.1063
7447	11.677
7451	. . .
7453	29.257
7457	. . .
7459	. . .
7463	17.439
7469	7.11.97
7471	31.241
7477	. . .
7481	. . .
7483	7.1069

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
7487	. . .	7621	. . .	7757	. . .
7489	. . .	7627	29. 263	7759	. . .
7493	59. 127	7631	19. 587	7763	7. 1109
7499	. . .	9633	17. 449	7769	17. 457
7501	13. 577	7637	7. 1091	7771	19. 409
7507	. . .	7639	. . .	7777	7. 11. 101
7511	7. 29. 37	7643	. . .	7781	31. 251
7513	11. 683	7649	. . .	7783	43. 181
7517	. . .	7651	7. 1093	7787	13. 599
7519	73. 103	7657	13. 19. 31	7789	. . .
7523	. . .	7661	47. 163	7793	. . .
7529	. . .	7663	79. 97	7799	11. 709
7531	17. 443	7667	11. 17. 41	7801	29. 269
7537	. . .	7669	. . .	7807	37. 211
7541	. . .	7673	. . .	7811	73. 107
7543	19. 397	7679	7. 1097	7813	13. 601
7547	. . .	7681	. . .	7817	. . .
7549	. . .	7687	. . .	7819	7. 1117
7553	7. 13. 83	7691	. . .	7823	. . .
7559	. . .	7693	7. 7. 157	7829	. . .
7561	. . .	7697	43. 179	7831	41. 191
7567	7. 23. 47	7699	. . .	7837	17. 461
7571	67. 113	7703	. . .	7841	. . .
7573	. . .	7709	13. 593	7843	11. 23. 31
7577	. . .	7711	11. 701	7847	7. 19. 59
7579	11. 13. 53	7717	. . .	7849	47. 167
7583	. . .	7721	7. 1103	7853	. . .
7589	. . .	7723	. . .	7859	29. 271
7591	. . .	7727	. . .	7861	7. 1123
7597	71. 107	7729	59. 131	7867	. . .
7601	11. 691	7733	11. 19. 37	7871	17. 463
7603	. . .	7739	71. 109	7873	. . .
7607	. . .	7741	. . .	7877	. . .
7609	7. 1087	7747	61. 127	7879	. . .
7613	23. 331	7751	23. 337	7983	. . .
7619	19. 401	7753	. . .	7889	7. 7. 7. 23

7891

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
7891	13. 607	8023	71. 113	8153	31. 263
7897	53. 149	8027	23. 349	8159	41. 199
7901	. .	8029	7. 31. 37	8161	. . .
7903	7. 1129	8033	29. 277	8167	. . .
7907	. .	8039	. . .	8171	. . .
7909	11. 719	8041	11. 17. 43	8173	11. 743
7913	41. 193	8047	13. 619	8177	13. 17. 37
7919	. . .	8051	83. 97	8179	. . .
7921	89. 89	8053	. . .	8183	7. 7. 167
7927	. .	8057	7. 1151	8189	19. 431
7931	7. 11. 103	8059	. . .	8191	. . .
7933	. .	8063	11. 733	8197	7. 1171
7937	. .	8069	. . .	8201	59. 139
7939	17. 467	8071	7. 1153	8203	13. 631
7943	13. 13. 47	8077	41. 197	8207	29. 283
7949	. .	8081	. . .	8209	. .
7951	. .	8083	59. 137	8213	43. 191
7957	73. 109	8087	. . .	8219	. . .
7961	19. 419	8089	. . .	8221	. . .
7963	. .	8093	. . .	8227	19. 433
7967	31. 257	8099	7. 13. 89	8231	. . .
7969	13. 613	8101	. . .	8233	. . .
7973	7. 17. 67	8107	11. 11. 61	8237	. . .
7979	79. 101	8111	. . .	8239	7. 11. 107
7981	23. 347	8113	7. 19. 61	8243	. . .
7987	7. 7. 163	8117	. . .	8249	73. 113
7991	61. 131	8119	23. 353	8251	37. 223
7993	. .	8123	. . .	8257	23. 359
7997	11. 727	8129	11. 739	8261	11. 751
7999	19. 421	8131	47. 173	8263	. . .
8003	53. 151	8137	79. 103	8267	7. 1181
8009	. .	8141	7. 1163	8269	. . .
8011	. .	8143	17. 479	8273	. . .
8017	. .	8147	. . .	8279	17. 487
8021	13. 617	8149	29. 281	8281	7. 7. 13. 13

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
8287	. . .	8417	19. 443	8549	83. 103
8291	. . .	8419	. . .	8551	17. 503
8293	. . .	8423	. . .	8557	43. 199
8297	. . .	8429	. . .	8561	7. 19. 67
8299	43. 193	8431	. . .	8563	. . .
8303	19. 19. 23	8437	11. 13. 59	8567	13. 659
8309	7. 1181	8441	23. 367	8569	11. 19. 41
8311	. . .	8443	. . .	8573	. . .
8317	. . .	8447	. . .	8579	23. 373
8321	53. 157	8449	7. 17. 71	8581	. . .
8323	7. 29. 41	8453	79. 107	8587	31. 277
8327	11. 757	8459	11. 769	8591	11. 11. 71
8329	. . .	8461	. . .	8593	13. 661
8333	13. 641	8467	. . .	8597	. . .
8339	31. 269	8471	43. 197	8599	. . .
8341	19. 439	8473	37. 229	8603	7. 1229
8347	17. 491	8477	7. 7. 173	8609	. . .
8351	7. 1193	8479	61. 139	8611	79. 109
8353	. . .	8483	17. 499	8617	7. 1231
8357	61. 137	8489	13. 653	8621	37. 233
8359	13. 643	8491	7. 1213	8623	. . . .
8363	. . .	8497	29. 293	8627	. . . .
8369	. . .	8501	. . .	8629	. . .
8371	11. 761	8503	11. 773	8633	97. 89
8377	. . .	8507	47. 181	8639	53. 163
8381	17. 17. 29	8509	67. 127	8641	. . .
8383	83. 101	8513	. . .	8647	. . . .
8387	. . .	8519	7. 1217	8651	41. 211
8389	. . .	8521	. . .	8653	17. 509
8393	7. 11. 109	8527	. . .	8657	11. 787
8399	37. 227	8531	19. 449	8659	7. 1237
8401	31. 271	8533	7. 23. 53	8663	. . .
8407	7. 1201	8537	. . .	8669	. . .
8411	13. 647	8539	. . .	8671	13. 23. 29
8413	47. 179	8543	. . .	8677	. . .

N.	Elem.
8681	. . .
8683	19. 457
8687	7. 17. 73
8689	. . .
8693	. . .
8699	. . .
8701	7. 11. 113
8707	. . .
8711	31. 281
8713	. . .
8719	. . .
8723	11. 13. 61
8729	7. 29. 43
8731	. . .
8737	. . . .
8741	. . . .
8743	7. 1249
8747	. . .
8749	13. 673
8753	. . .
9759	19. 461
8761	. . .
8767	11. 797
8771	7. 7. 179
8773	31. 283
8777	67. 131
8779	. . .
8783	. . .
8789	11. 17. 47
8791	59. 149
8797	19. 463
8801	13. 677
8803	. . .
8807	. . .
8809	23. 383
8813	7. 1259
8819	. . .
8821	. . .
8827	7. 13. 97
8831	. . .
8833	11. 11. 73
8837	. . .
8839	. . .
8843	37. 239
8849	. . .
8851	53. 167
8857	17. 521
8861	. . .
8863	. . .
8867	. .
8869	7. 7. 181
8873	19. 467
8879	13. 683
8881	83. 107
8887	. .
8891	17. 523
8893	. .
8897	7. 31. 41
8899	11. 809
8903	29. 307
8909	59. 151
8911	7. 19. 67
8917	37. 241
8921	11. 811
8923	. . .
8927	79. 113
8929	. . .
8933	. . .
8939	7. 1277
8941	. . .
8947	23. 389
8951	. . .
8953	7. 1279
8957	13. 13. 53
8959	17. 17. 31
8963	. . .
8969	. . .
8971	. . .
8977	47. 191
8981	7. 1283
8983	13. 691
8987	11. 19. 43
8989	89. 101
8993	17. 23. 23
8999	. . .
9001	. . .
9007	. . .
9011	. . .
9013	. . .
9017	71. 127
9019	29. 311
9023	7. 1289
9029	. . .
9031	11. 821
9037	7. 1291
9041	. .
9043	. .
9047	83. 109
9049	. . .
9053	11. 823
9059	. . .
9061	13. 17. 41
9067	. . .
9071	47. 193
9073	43. 211

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
9077	29.313	9209	. . .	9341	. . .
9079	7.1297	9211	61.151	9343	. . .
9083	31.293	9217	13.709	9347	13.719
9089	61.149	9221	. . .	9349	. . .
9091	. . .	9223	13.401	9353	47.199
9097	11.827	9227	. . .	9359	7.7.191
9101	19.479	9229	11.839	9361	11.23.37
9103	. . .	9233	19.487	9367	17.19.29
9107	7.1301	9239	. . .	9371	. . .
9109	. . .	9241	. . .	9373	7.13.103
9113	13.701	9247	7.1321	9377	. . .
9119	11.829	9251	11.29.29	9379	83.113
9121	7.1303	9253	19.487	9383	11.853
9127	. . .	9257	. . .	9389	41.229
9131	23.397	9259	47.197	9391	. . .
9133	. . .	9263	59.157	9397	. . .
9137	. . .	9269	13.23.31	9401	7.17.79
9139	13.19.37	9271	73.127	9403	. . .
9143	41.233	9277	. . .	9407	23.409
9149	7.1307	9281	. . .	9409	97.97
9151	. . .	9283	. . .	9413	. . .
9157	. . .	9287	37.251	9419	. . .
9161	. . .	9289	7.1327	9421	. . .
9163	7.11.119	9293	. . .	9427	11.857
9167	89.103	9299	17.547	9431	. . .
9169	53.173	9301	71.131	9433	. . .
9173	. . .	9307	41.227	9437	. . .
9179	67.137	9311	. . .	9439	. . .
9181	. . .	9313	67.139	9443	7.19.71
9187	. . .	9317	7.11.11.11	9449	11.859
9191	91.101	9319	. . .	9451	13.727
9193	29.317	9323	. . .	9457	7.7.193
9197	17.541	9329	19.491	9461	. . .
9199	. . .	9331	7.31.43	9467	. . .
9203	. . .	9337	. . .	9469	17.557

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
9473	...	9607	13.739	9737	7.13.107
9479	...	9611	7.1373	9739	...
9481	19.499	9613	....	9743	...
9487	53.179	9617	59.163	9749	...
9491	...	9619	...	9751	7.7.199
9493	11.863	9623	..	9757	11.887
9497	...	9629	..	9761	43.227
9499	7.23.59	9631	..	9763	13.751
9503	13 17.43	9637	23.419	9767	...
9509	37.257	9641	31.311	9769	...
9511	...	9643	..	9773	29.337
9517	31. 307	9647	11.877	9779	7.11.127
9521	...	9649	..	9781	...
9523	89.107	9653	7.7.197	9787	...
9527	7.1361	9659	13.743	9791	...
9529	13.733	9661	..	9793	7.1399
9533	...	9667	7.1381	9797	97.101
9539	...	9671	19.509	9799	41.239
9541	7.29.47	9673	17.569	9803	...
9547	...	9677	..	9809	17.577
9551	...	9679	..	9811	...
9553	41.233	9683	23.421	9817	...
9557	19.503	9689	..	9821	7.23.61
9559	11.11.79	9691	11.881	9823	11.19.47
9563	73.131	9697	..	9827	31.317
9569	7.1367	9701	89.109	9829	...
9571	17.563	9703	31.313	9833	...
9377	61.157	9707	17.571	9839	...
9581	11.13.67	9709	7.19.73	9841	13.757
8583	7.37.37	9713	11.883	9847	43.229
9587	...	3719	..	9851	...
9589	43.223	9721	..	9853	59.167
9393	53.181	9727	71.137	9857	...
9599	29.331	9731	37.263	9859	...
9 601	...	9733	..	9863	7.1409

N.	Elem.	N.	Elem.	N.	Elem.
9869	71. 139	9913	23. 431	9959	23. 433
9871	. . .	9917	47. 211	9961	7. 1423
9877	7. 17. 83	9919	7. 13. 109	9967	. . .
9881	41. 241	9923	. . .	9971	13. 13. 59
9883	. . .	9931	. . .	9973	. . .
9887	. . .	9937	19. 523	9977	11. 907
9889	11. 29. 31	9941	. . .	9979	17. 587
9893	13. 761	9943	61. 163	9983	67. 149
9899	19. 521	9947	7. 7. 7. 29	9989	7. 1427
9901	. . .	9949	. . .	9991	97. 103
9907	. . .	9953	37. 269	9997	13. 769
9911	11. 17. 53				

An-

Anmerckung und Gebrauch von vorigen Tabellen.

I.

Man findet zwar in Tranſactionibus Anglicanis * und beym Walliſio, ** daß D. Pell am Ende ſeiner Introduct. ad Algebram, (ſo Thomas Branker anno 1668. heraus gegeben,) auch Tabulas Imparium mit angehenget, welche in ihre Prim-Zahlen reſolviret, alleine ſo offt als ich mich bemühet, ſo habe dieſes hier zu Land ſehr rare Buch nicht können zu ſehen bekommen, auch wird in der Hiſtoire de l'Academ. des Sciences *** gemeldet, daß Mr. de Traytorens d'Yverdun 1717. der Academie ein Project von dergleichen Zahlen præſentiret, welches von ihr vor ſehr gut befunden worden, aber auch dieſe ſind nicht zum Vorſchein kommen, derowegen habe ſelbſt an dergleichen Tabellen gearbeitet, und auch mit arbeiten laſſen, worinnen anfangs nicht allein alle ungrade, ſondern auch alle zwiſchen ſtehende grade Zahlen, von 1 biß auf 10000 in ihre Elementa analyſiret, und die Primi darunter mit Puncten bemercket seyn. Indem aber dergleichen Anatomie am gegenwärtigen Wercklein zu hoch angewachſen, und ſelbiges gar zu weitläufftig worden wäre, ſo habe ſolche Einrichtung nur biß 1000 behalten, von Anmerck.

* Tranſact. Philoſoph. N. 35. 1668. m. Maj.

** Walliſii Diſcourſe of Combin. Altern. and aliquot Parts. pag. 135.

*** Hiſtoire de l'Acad. Royale des Sciences 1717. p. 54.

denen übrigen neuntauſend aber nur die ungraden geſetzet, und zwar deren Collect nicht in 3 aufgehet, ingleichen die ſich nicht in 5 endigen. Denn alſo fallen die ohne dem ſo gleich abzuſehenden Diviſores: 2. 3. 4. 5. 6. 8. und 9 gäntzlich hinweg, (§. 396.) woraus dann eine gar ſchickliche und ſehr groſſe Abkürtzung ſothaner Tabellen entſtanden. Hätte nun iemand des D. Pells ſeine, ſo könte man zugleich mit ſehen, ob alles genau übereinträffe, wie denn Walliſius darinne eben auch auf die 30 Errata im angezogenen Diſcourſe p. 136. recenſiret.

I. Aufgabe.

I. Aufgabe. 2. Die Factores, oder erſten Elementa von einer gegebenen Zahl zu finden.

Z. E. Man wolte die Factores von 7553. wiſſen.

1.) Suche man ſie unter der Reihe N, in den 7 Tauſenden und 5 Hunderten, ſo ſtehet 7553 bey denen Elementis 7. 13. 83. Aus deren Multiplication ſie nehmlich entſtehet, ſintemahl 7. 13 = 91, und 91. 83 = 7553. Wo keine Elementa, ſondern nur etliche Puncte bey einer Zahl ſtehen, dieſelbe iſt eine Prim-Zahl, und hat keine Factores, (§. 282.) und wird auſſer von ſich ſelbſt, nur von der Unität ausgemeſſen. (§. 288.)

2.) Iſt ſie aber in den Tabellen nicht befindlich, ſo hebe man ſie alſofort mit 2, 3, oder 5 auf, dann wird die aufgehobene ſchon drinne ſtehen,

hen, als 7446 hebe man erſt mit 2. 3 oder 6 auf. (§. 396.) kommt: 1241 deren Factores ſind 17 und 73. folglich ſind die Elementa von 7446. die Prim-Zahlen 2. 3. 17. 73.

3.) Iſt die gegebene Zahl über 10000, und mit eintzelen Zahlen aufheblich, ſo hebe man ſie (nach dem 396. §.) ſo lange auf, biß ſie unter 10000 kömmt, und verfahre alsdann wie ietzo bereits angewieſen worden.

4.) Daferne ſie ſich aber mit eintzelen Zahlen nicht läſſet aufheben, muß man ihre Factores nach der 46. Aufgabe (§. 547.) unterſuchen.

3. Man ſoll eine Linie z. E. einen Quadranten in 90 gleiche Theile theilen, ſo ſuche man die Elementa zu 90, ſind 2. 3. 3. 5. Derowegen kan man den Quadranten erſt in 3 Theile, hernach einen wieder in 2, dann ſolchen in 3, und endlich den letzten in 5 Theile theilen, ſo geben ſich juſt 90 Grad, wovon der bekannte Vers: In tres, in binas, in tres, in quinque ſecato. (§. 296.) Nutzen.

II. Aufgabe.

4. Die Diviſores oder Partes aliquotas einer gegebenen Zahl zu erfahren. II. Aufgabe.

1.) Erfinde man nach vorhergehender Aufgabe ihre Factores.

2.) Gebe man ihren Potenzen, das iſt, denen an ſich ſelbſt multiplicirten Elementis, die gehörigen Exponenten.

3.) Addire man zu jeden Exponenten 1, und multiplicire ſodann alle in einander, ſo kommt der Numerus Diviſorum, welcher - 1 die Anzahl der Partium aliquotarum giebt. (§. 328. 316.)

4.) Setze man die Diviſores aus dem Compoſito der vorhergehenden Factorum in einen Perpendicul, und multiplicire ihn mit denen Diviſoribus des letzten Compoſiti, ſo kommen alle Diviſores. (§. 329.)

Z. E. Man unterſuche die Diviſores von 24804.

weil ſie gröſſer als 10000, hebe man 9) 2756

ſie auf, als mit 9, 4 ꝛc. 4) 689 = 13.53

Demnach ſind die Factores von 24804 die Prim-Zahlen 2.2.3.3.13.53. = $2^2 . 3^2 . 13^1 . 53^1$, davon 3.3.2.2. = 36 = dem Numero Diviſorum.

Nun ſetze man die Diviſores von 2. 2. 3. 3. oder 36 in einen Perpendicul, und multiplicire ſie alle mit einander mit den Diviſoribus des letzen Compoſiti, nehmlich mit 13. 53 und 689.

1	13	53	689
2	26	106	1378
3	39	159	2067
4	52	212	2756
6	78	318	4134
9	117	477	6201
12	156	636	8268
18	234	954	12402
36	468	1908	24804

Vortheil. 5. Man braucht die groſſen Zahlen in der Multiplication nicht abzuſetzen, denn ſo z. E. 9 mahl 689 zum Facit 6201 bringt, ſo darff man nur das Noncuplum doppelt nehmen, ſo giebt ſolch Duplum 18 mahl 689. und alſo auch mit andern.

6. Wenn

6. Wenn der Modul in der Bau-Kunſt 120 gleiche Theile bekömmt, ſo ſind die aufgänglichen Brüche, oder Austheilungen davon: Nutzen.

$$\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{15}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{30}\ \frac{1}{40}\ \frac{1}{60}\ \frac{1}{120}$$

Denn zu 120 finden ſich in Tabulis $2^3.3.5 = 24.5$

Nun ſind die Diviſores von 24	1. 2. 3. 4. 6. 8. 12. 24
dieſe mit 5 multipl. =	5.10.15.20.30.40.60.120

Alſo ſind die Zerſtreuungs-Brüche von unſern Centner à 110 Pf. keine andern, als

$$\frac{1}{2}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{11}\ \Big|\ \frac{1}{22}\ \Big|\ \frac{1}{55}$$

Denn 110 iſt in Tabb. = 2.5.11 = 10.11.

Die Diviſores von 10 ſind	1. 2. 5. 10
dieſe multipl. mit 11.	11 22 55 110

III. Aufgabe.

7. Die Multiplication vermittelſt dieſer Tabellen zu abbreviren. III. Aufgabe.

Man multiplicire den einen Factorem nach und nach mit des andern Factoris Elementen. (§.411.412.) Wobey es zugleich dienlich, daß man 2.2. | 2.3. | 2.2.2 | 3.3. desgleichen 2.5 in 4.6.8.9 und 10 contrahiret.

Als man reſolvire	365 Thl. 18 Gr. 5 Pf. in Pf.	
von 288 ſind	2920	(8
die Fact. 8.6.6	17556	(6
Facit	105341 Pf.	(6

Not. Indem die Thl. mit 6 mahl 8 multiplicirt keine Gr. ſondern nur Sechſer geben, addire man in der andern Mul-

Multiplication ſo gleich das Duplum derer Gr. nehmlich 36 Sechſer dazu.

Desgleichen multiplicire man

6978 mit 594 = 11. 9. 6.

76758 (11

690822 (9

Fac. 4144932 (6

Denn ob es wohl auch 3 Multiplicationes giebt, ſo erſpahret man doch die Addition der partial-Producte. Man beſehe auch hievon den 427 §. lit. γ.

IV. Aufgabe.

IV. Aufgabe. 8. Die Diviſion durch Hülffe voriger Tabellen zu verkürtzen. Es iſt davon §. 436. 437. ſchon gedacht worden. Hier geſchiehet ſie gar leichte, denn wenn der Diviſor und Dividendus Elementa communia haben, darff man nur dieſelben, wie im Calculo literali oben und unten ausſtreichen, ſo geben die überbliebenen zuſammen genommen, den Quotum, als

975 divid. mit 65 $= \frac{3\cdot 5\cdot 5\cdot 13}{5\cdot 13} = 15$. (§. 240. I.)

Oder man mache obige 105341 Pf. wieder zu Thl.

6) 17556: 5 Pf.

8) 2194: 4

6) 365 Thl. 18 Gr. 5 Pf. (§. 437.)

Nehmlich $\frac{36}{48}$ Thl. ſind $= \frac{18}{24}$ Thl. oder 18 Gr.

V.

V. Aufgabe.

9. Aus denen Quadrat- und Cubic-Zahlen ꝛc. ſo gleich ihre Wurtzel zu ziehen. V. Aufgabe.

Man ſuche ſie in Tabulis, ſo müſſen ſich ihre Elementa entweder in gleiche Primos, oder gleiche Compoſitos reſolviren, (§. 473.) Als aus 784 ſind die Elementa 2. 2. 2. 2. 7. 7 = (4. 7). (4. 7) = 28^2 (§. 275.) Aus 7569 iſt √87. Denn ſo man mit 3. 3 aufhebt,

kommt 841 = 29. 29. folglich Radix Quadr. = 3. 29 = 87.

Aus 9604 iſt Rad. Quadr. 98. Denn 9604:4 = 2401 = 7.7.7.7 und daher √2.7.7 oder 98 u. ſ. w.

VI. Aufgabe.

10. Zu erfahren, wie viel und was vor welche Potentzen in einer vorgebenen Zahl enthalten. VI. Aufgabe.

1.) Suche man ihre Factores nach der 1 Aufgabe.

2.) Nehme man einerley Factores nach und nach durchs multipliciren zuſammen, und gebe ihnen ihre gehörige Exponenten, desgleichen multipliire man die gefundenen ähnlichen Potentzen auch in einander, nehmlich Quadrata mit Quadratis, Cubos mit Cubis &c. ſo kommen alle darinnen enthaltene Poteſtäten. (§. 473.)

Als

Als ſo man die Poteſtäten aus der Zahl 71001

verlanget (hebe man ſie mit 3. 3 oder 9 auf: 7889 (§. 396.)

Dieſe ſuche man in Tabb. ſo ſtehen die Elementa 7.7.7.23 gegen über. Derowegen ſind die Elem. von 71001 = 3.3.7.7.7.13 = $3^2.7^2.7.13$ = $(3.7)^2.7.13.$ = $9.7^3.13.$ (§. 295.)

Demnach ſtecken viererley Potentzen, nehmlich die Quadrata 9. 49. 441 und der Cubus 343. darinnen.

VII. Aufgabe.

VII. Aufgabe. 11. Die Surdiſchen Zahlen zu unterſuchen, ob ſie communicantes, (das iſt, auf eine Simplere Expreſſion zu reduciren) ſeyn.

Man erforſche nach vorhergehender Aufgabe, ob ſie mit eben dergleichen Potentzen alſo aufzuheben, daß einerley Quoti heraus kommen, und ſo dieſes angehet, ſetze man ihre Wurtzeln auſſer dem Signo, und die gleichen Quotos unter daß Signum. Z. E. Man erfahre ob V486 und V726 leichter zu exprimiren.

486 = 2. 3. 3. 3. 3. 3

und 726 = 2. 3. 11. 11 ſo wird man ſehen,

486 : (9.9) = 2. 3. oder 6 und 726 : (11.11) = 2. 3 = 6 (§. præc. 8.)

Derowegen kan man vor die erſte 9 V6, und vor die andere 11 V6 ſetzen, und werden ſie dadurch unter einerley Nenner gebracht.

Alſo iſt Vcub. aus 448 = $(2.2.2.2.2.2.7)^{1:3}$

und Vcub. aus 875 = $(5.5.5.7)^{1:3}$

Dero-

Derowegen kan man man vor ſie 4Vc. 7 und 5Vc. 7 ſubſtituiren. (§. 604.)
Dieſes hat ſeinen groſſen Nutzen in Calculo Irrationalium.

VIII. Aufgabe.

12. Zu 2 und mehr gegebenen Zahlen das gemeine gröſte Maaß, und die kleinſten in ſolcher Verhältniß zu finden. VIII. Aufgabe.

1.) Suche man beyder oder aller Factores, nach der erſten Aufgabe.

2.) Leſche man diejenigen aus, ſo ſie mit einander gemein haben.

3. Multiplicire man die ausgeleſchten in einander, ſo giebt ihr Factum, das gemeine gröſte Maaß, und ſind die unausgeleſchten die ſich alſo verhaltente Primi inter ſe.

Z. E. Von 28836 und 6408 iſt das gemeine gröſte Maaß, 3204. und ſind die kleinſten in ſolcher Verhältniß 9 und 2.

Denn 28836 — 6408

9) 3204 — 9) 712 = 2. 2. 2. 89

4) 801 = 3. 3. 89.

Folglich ſind beyder Factores: 2. 2. 3. 3. 3. 3. 89

und 3. 3. 2. 2. 2. 89

IX. Aufgabe.

13. Zu 2 gegebenen Zahlen die kleinſte ausmeßliche, (Dividuum minimum) zu finden. IX. Aufgabe.

1.) Wo

[library stamp]

1.) Wo ſie es nicht ſchon ſind, reducire man ſie auf Primos inter ſe, nach voriger Aufgabe.

2.) Multiplicire man die gegebene gröſte mit dem gefundenen kleinſten primo inter ſe, ſo kommt der Dividuus minimus. (§. 335.)

Als von $\frac{308}{2.2.7.11}$ und $\frac{231}{3.7.11}$

ſind die primi inter ſe 4 und 3. Daher iſt der Dividuus minimus $= 3 \cdot 308 = 924$.

Sind mehr als 2 Zahlen gegeben, verfahre man nach dem 337 §.

X. Aufgabe.

X. Aufgabe.

Einen Bruch in kleinere gleichgültige Zahlen zu reſolviren.

Man bringe nach vorhergehender VIII. Aufgabe den Zehler und Nenner auf Primos inter ſe, z. E.

Der Bruch $\frac{198 = 2.3.3.11}{264 = 2.2.2.3.11}$ thut $\frac{3}{4}$

Nutzen. 14. Dieſe letzten 3 Aufgaben haben ihren guten Nutzen im Calculo Rationum, denn dadurch kan man die groſſen und mühſamen Zahlen wegwerffen, und an deren ſtatt kleinere gleichgültige gebrauchen.

Anmerck. 15. Man könte noch viel dergleichen nützliche und in der Praxi viel abkürtzende Aufgaben mit beybringen, allein Zeit und Raum hat dieſesmahl mehrere nicht verſtattet, und begnüge mich indeſſen nur die vornehmſten mit angehenget zu haben.

E N D E.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Poetius, Johann Michael,

Gründliche Anleitung zu der unter den Gelehrten jetzt üblichen arithmetischen Wissenschaft vermittelst einer parallelen Algebra, Worinnen zugleich vom Gebrauch derer Rechnungen in Facultäten und Disciplinen auch von unterschiedenen Arithmetischen Instrumenten und Machinen gehandelt

Franckfurt ; Leipzig 1728

Math.p. 430
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082579-3
VD18 11361735-002